

Mô phỏng song song phương trình khuếch tán độc lập với thời gian bằng phương pháp lặp

Ứng dụng trong bài toán Diffusion Limited Aggregation

Đặng Xuân Vương, Nguyễn Nam Thắng



Trường Đại học Bách khoa Hà Nội – HUST
Viện Công nghệ Thông tin và Truyền thông – SOICT

Ngày 16 tháng 12 năm 2019

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

Bài toán Diffusion Limited Aggregation I

- Cho một lưới kích thước $N \times N$. Mỗi ô trên lưới được chiếm bởi một lượng thức ăn c ($0 \leq c \leq 1$) hoặc bởi trục khuẩn ($c = 0$).
- Các ô có tọa độ $(N - 1, m)$, $\forall m \in [0, N - 1]$ là *source*: $c = 1$.
- Các ô có tọa độ $(0, m)$, $\forall m \in [0, N - 1]$ hoặc bị trục khuẩn chiếm là *sink*: $c = 0$.
- Coi các ô có tọa độ $(l, 0)$ và $(l, N - 1)$ kề nhau, $\forall l \in [0, N - 1]$.
- Trục khuẩn ban đầu chiếm một số ô trong lưới và sẽ lớn dần theo thời gian. Trong mỗi chu kỳ phát triển, trục khuẩn có thể phát triển đến các ô liền kề với các ô mà nó đang chiếm, với xác suất phụ thuộc vào lượng thức ăn trong ô đó.
- Sau mỗi chu kỳ phát triển của trục khuẩn, trạng thái của lưới sẽ thay đổi, cụ thể là xuất hiện thêm các *sink* mới. Thức ăn sẽ khuếch tán để đạt trạng thái *steady*. Coi thời gian khuếch tán rất nhỏ so với chu kỳ phát triển.

- **Yêu cầu:** Mô phỏng quá trình phát triển của trục khuẩn. Sử dụng phương pháp lặp *Successive Over Relaxation* để xác định trạng thái *steady* của lưới sau mỗi chu kỳ phát triển của trục khuẩn.

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

Phương pháp lặp Successive Over Relaxation

- Công thức lặp:

$$c_{l,m}^{i+1} = \frac{\omega}{4} [c_{l+1,m}^i + c_{l-1,m}^{i+1} + c_{l,m+1}^i + c_{l,m-1}^{i+1}] + (1 - \omega)c_{l,m}^i \quad (1)$$

- $c_{l,m}^i$ là lượng thức ăn ở ô (l, m) tính được sau bước lặp thứ i .
- ω là *hệ số mixing*, $(1 < \omega < 2)$.
- Điều kiện dừng:

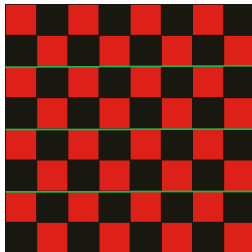
$$|c_{l,m}^{i+1} - c_{l,m}^i| < \epsilon, \forall l, m \in [0, N - 1] \quad (2)$$

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán**
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

Song song hoá quá trình khuếch tán

- Sử dụng *thứ tự đỏ-đen*



- Tại mỗi bước lặp, cập nhật các ô màu *đỏ* trước, sau đó cập nhật các ô màu *đen*.
- Các ô cùng màu được cập nhật song song theo *thứ tự hàng*.
- Sử dụng duy nhất một mảng 2 chiều c , vừa để lưu kết quả, vừa sử dụng cho việc cập nhật.
- **Nhận xét:** Các ô màu đỏ được cập nhật hoàn toàn dựa vào kết quả ở bước lặp trước (bước i), các ô màu đen được cập nhật hoàn toàn dựa vào kết quả ở bước lặp hiện tại (bước $i + 1$).

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

Công thức cập nhật cho từng trường hợp

- Các công thức cập nhật sau được sắp xếp theo thứ tự ưu tiên từ cao xuống thấp

$$c_{l,m} = 0, \forall (l, m) \in Bacillus \quad (3)$$

$$c_{0,m} = 0, \forall m \in [0, N - 1] \quad (4)$$

$$c_{N-1,m} = 1, \forall m \in [0, N - 1] \quad (5)$$

$$c_{l,m} = \frac{\omega}{4} [c_{l+1,m} + c_{l-1,m} + c_{l,m+1} + c_{l,m-1}] + (1 - \omega) c_{l,m}, \forall l, m \in [0, N - 1] \quad (6)$$

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển**
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

- Công thức xác suất phát triển

$$p_g((l, m) \in Z) = \frac{(c_{l,m})^\eta}{\sum_{(l,m) \in Z} (c_{l,m})^\eta} \quad (7)$$

- Z là tập các ô lân cận với các ô mà trực khuân đang chiếm.
- Công thức phát triển

$$b_{l,m} = l\{rand(0, 1) < p_g(l, m)\} \quad (8)$$

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển**
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

Song song hoá quá trình phát triển

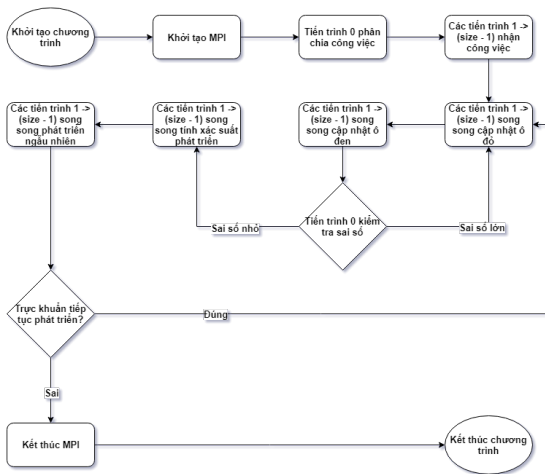
- Gồm 2 bước: Tính xác suất và phát triển ngẫu nhiên.
- **Nhận xét:** Mỗi bước trên có thể thực hiện song song và thứ tự tính toán không ảnh hưởng đến kết quả cuối cùng.
- Sử dụng *thứ tự hàng*, lần lượt tính xác suất song song và cho trực khuẩn phát triển ngẫu nhiên song song.

Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán**
- 8 Kết quả mô phỏng

Sơ đồ luồng thuật toán

- Sơ đồ luồng thuật toán

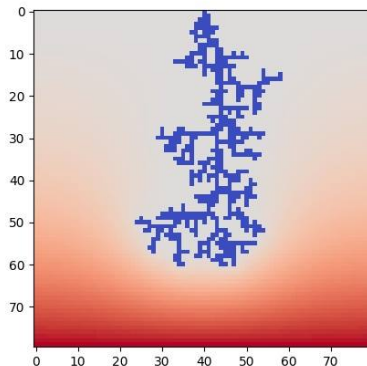


Mục lục

- 1 Bài toán Diffusion Limited Aggregation
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức cập nhật cho từng trường hợp
- 5 Công thức phát triển
- 6 Song song hoá quá trình phát triển
- 7 Sơ đồ luồng thuật toán
- 8 Kết quả mô phỏng

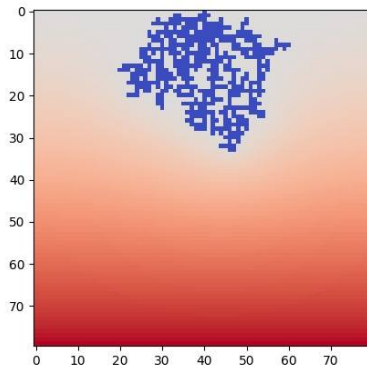
Kết quả mô phỏng I

- $N = 80, \eta = 1, i = 500$, trực khuẩn khởi đầu ở chính giữa hàng 0:



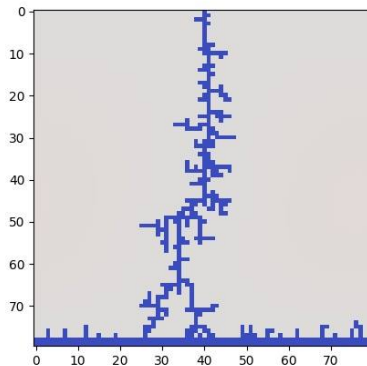
Kết quả mô phỏng II

- $N = 80, \eta = 0.5, i = 500$, trực khuẩn khởi đầu ở chính giữa hàng 0:



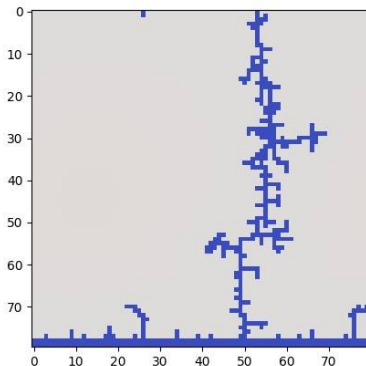
Kết quả mô phỏng III

- $N = 80, \eta = 2, i = 500$, trực khuẩn khởi đầu ở chính giữa hàng 0:



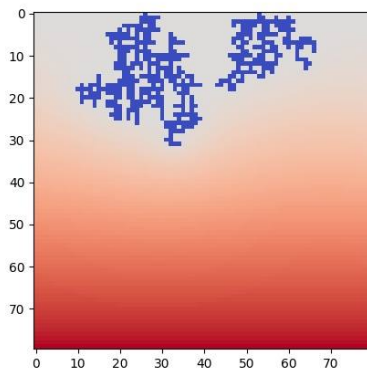
Kết quả mô phỏng IV

- $N = 80, \eta = 2, i = 500$, 2 tế bào trực khuẩn khởi đầu ở 2 vị trí tách rời nhau:



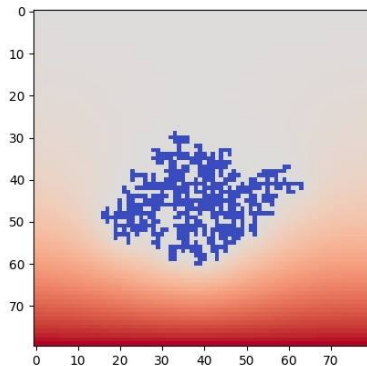
Kết quả mô phỏng V

- $N = 80, \eta = 0.55, i = 500$, 2 tế bào trực khuẩn khởi đầu ở 2 vị trí tách rời nhau:



Kết quả mô phỏng VI

- $N = 80, \eta = 0.45, i = 500$, trực khuần khởi đầu ở tâm lưới:



Cảm ơn thầy và các bạn đã chú ý lắng nghe.

Mô phỏng song song phương trình khuếch tán độc lập với thời gian bằng phương pháp lặp Ứng dụng trong bài toán Diffusion Limited Aggregation

Đặng Xuân Vương, Nguyễn Nam Thắng



Trường Đại học Bách khoa Hà Nội – HUST
Viện Công nghệ Thông tin và Truyền thông – SOICT

Ngày 16 tháng 12 năm 2019