

Mô phỏng song song phương trình khuếch tán độc lập với thời gian bằng phương pháp lặp Ứng dụng trong bài toán Diffusion Limited Aggregation

Đặng Xuân Vương, Nguyễn Nam Thắng



Trường Đại học Bách khoa Hà Nội – HUST
Viện Công nghệ Thông tin và Truyền thông – SOICT

Ngày 27 tháng 11 năm 2019

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

Bài toán Diffusion Limited Aggregation

- Cho một lưới kích thước $N \times N$. Mỗi ô trên lưới được chiếm bởi một lượng thức ăn c ($0 \leq c \leq 1$) hoặc bởi trực khuẩn ($c = 0$).
- Các ô có tọa độ $(N - 1, I), \forall I \in [0, N - 1]$ là *source*: $c = 1$.
- Các ô có tọa độ $(0, I), \forall I \in [0, N - 1]$ hoặc bị trực khuẩn chiếm là *sink*: $c = 0$.
- Thức ăn khuếch tán trong lưới theo phương trình khuếch tán.
- Trực khuẩn ban đầu chiếm một số ô trong lưới và sẽ lớn dần theo thời gian. Tại mỗi bước lặp, trực khuẩn có thể phát triển đến các ô liền kề với các ô mà nó đang chiếm, với xác suất phụ thuộc vào lượng thức ăn trong ô đó.
- Xét các ô có tọa độ $(m, 0)$ và $(m, N - 1)$ kề nhau, $\forall m \in [0, N - 1]$.
- **Yêu cầu:** Sử dụng phương pháp lặp *Successive Over Relaxation* để xác định trạng thái *steady* của lưới.

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

Phương pháp lặp Successive Over Relaxation

- Công thức lặp

$$c_{l,m}^{i+1} = \frac{\omega}{4}[c_{l+1,m}^i + c_{l-1,m}^{i+1} + c_{l,m+1}^i + c_{l,m-1}^{i+1}] + (1 - \omega)c_{l,m}^i \quad (1)$$

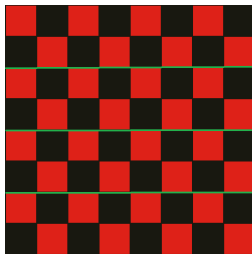
- $c_{l,m}^i$ là lượng thức ăn ở ô (l, m) tính được sau bước lặp thứ i .
- ω là *hệ số mixing*, $(1 < \omega < 2)$.

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán**
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

Song song hoá quá trình khuếch tán

- Sử dụng *thứ tự đỏ-đen*



- Tại mỗi bước lặp, cập nhật các ô màu *đỏ* trước, sau đó cập nhật các ô màu *đen*.
- Các ô cùng màu được cập nhật song song theo *thứ tự hàng*.
- **Nhận xét:** Các ô màu đỏ được cập nhật hoàn toàn dựa vào kết quả ở bước lặp trước (bước i), các ô màu đen được cập nhật hoàn toàn dựa vào kết quả ở bước lặp hiện tại (bước $i + 1$).

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển**
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

- Công thức xác suất phát triển

$$p_g((l, m) \in Z) = \frac{(c_{l,m})^\eta}{\sum_{(l,m) \in Z} (c_{l,m})^\eta} \quad (2)$$

- Z là tập các ô lân cận với các ô mà trực khuân đang chiếm.
- Công thức phát triển

$$c_{l,m} = l\{rand(0, 1) < p_g(l, m)\} \quad (3)$$

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển**
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

Song song hoá quá trình phát triển

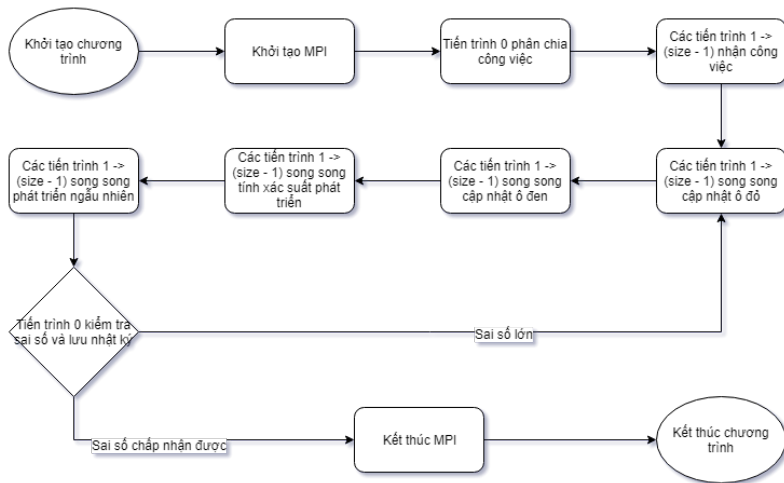
- Gồm 2 bước: Tính xác suất và phát triển ngẫu nhiên.
- **Nhận xét:** Mỗi bước trên có thể thực hiện song song và thứ tự tính toán không ảnh hưởng đến kết quả cuối cùng.
- Sử dụng *thứ tự hàng*, lần lượt tính xác suất song song và cho trực khuẩn phát triển ngẫu nhiên song song.

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán**
- 7 Kết quả mô phỏng

Sơ đồ luồng thuật toán

- Sơ đồ luồng thuật toán



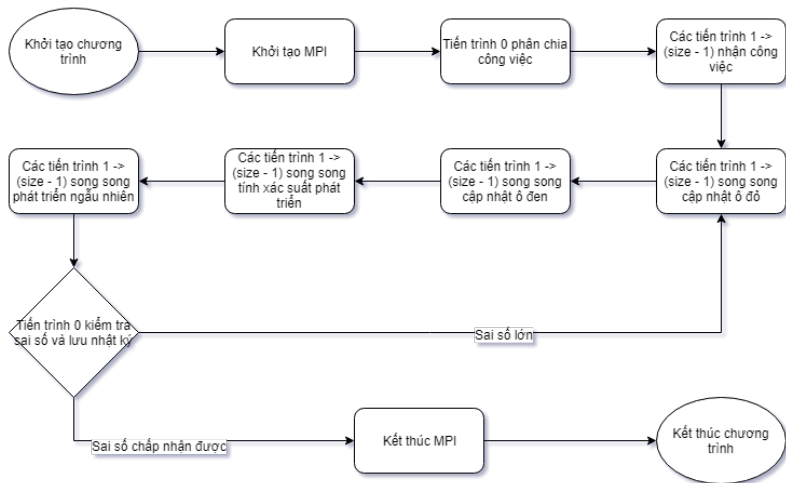
Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Phương pháp lặp Successive Over Relaxation
- 3 Song song hoá quá trình khuếch tán
- 4 Công thức phát triển
- 5 Song song hoá quá trình phát triển
- 6 Sơ đồ luồng thuật toán
- 7 Kết quả mô phỏng

Kết quả mô phỏng I

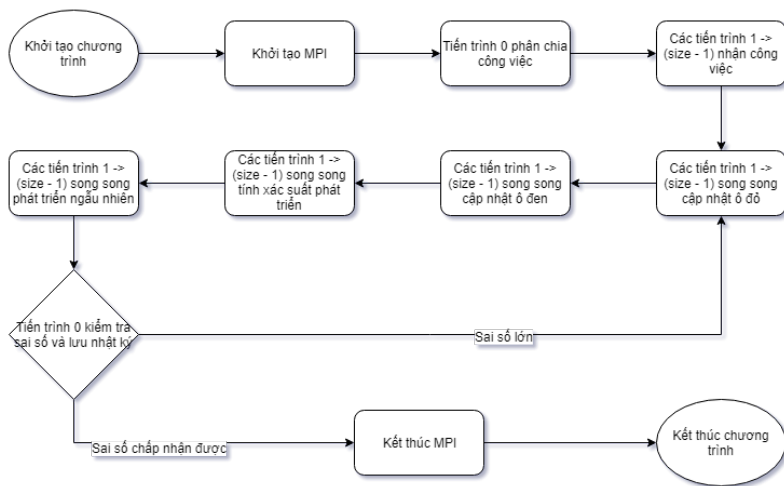
- $N = 40, \eta = 1, i = 100$

Kết quả mô phỏng II



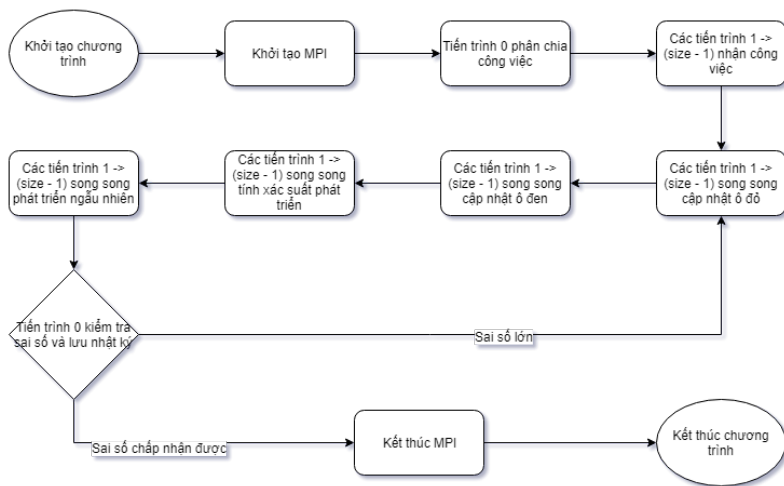
Kết quả mô phỏng III

- $N = 40, \eta = 1, i = 200$



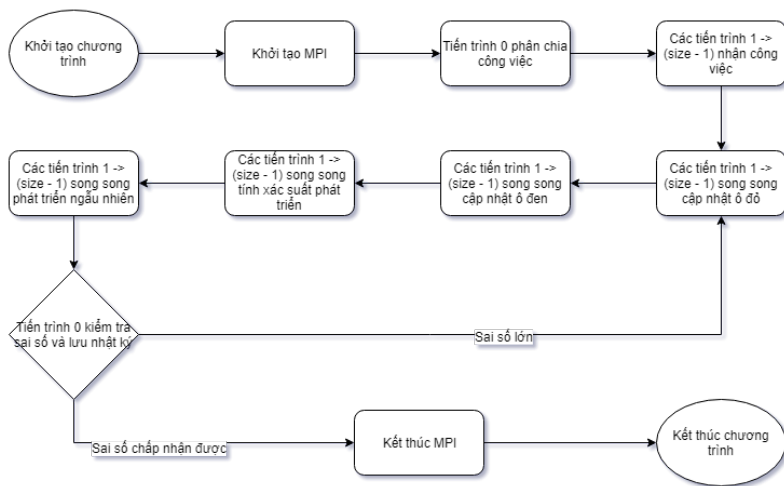
Kết quả mô phỏng IV

- $N = 40, \eta = 1, i = 500$



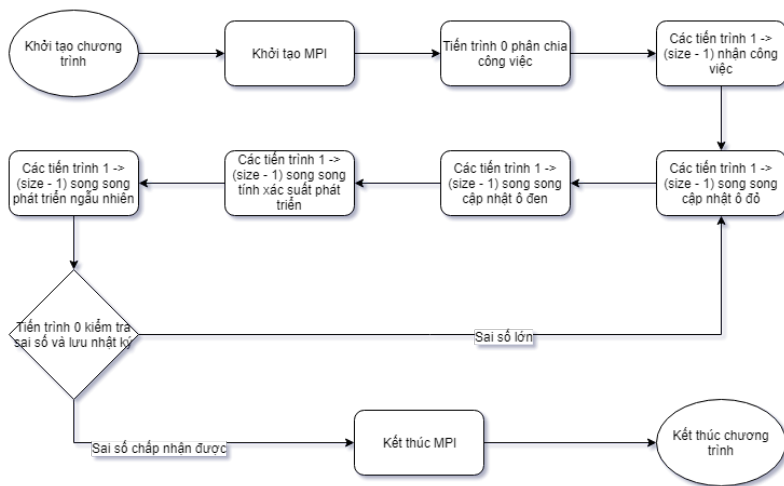
Kết quả mô phỏng V

- $N = 40, \eta = 1, i = 1000$



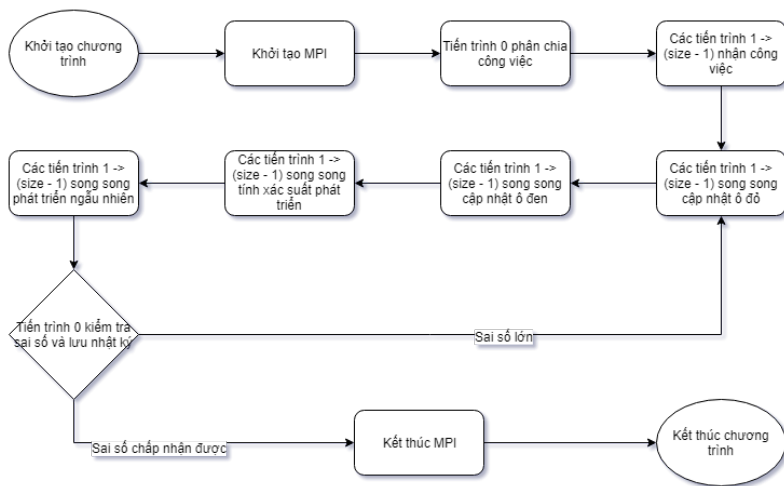
Kết quả mô phỏng VI

- $N = 40, \eta = 2, i = 100$



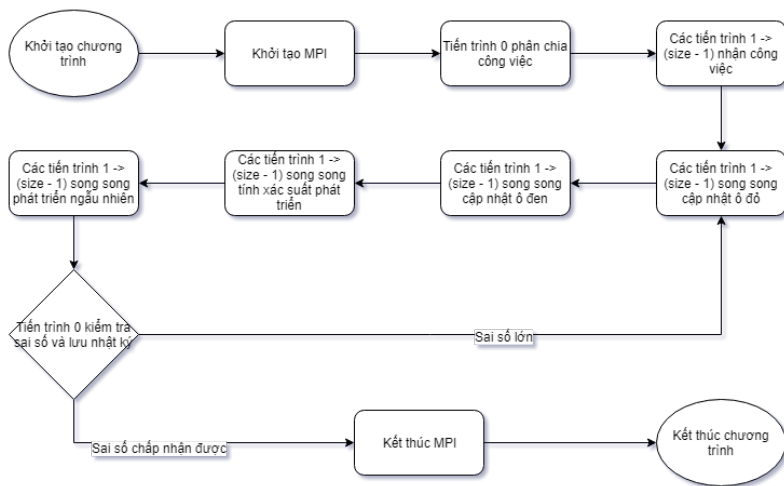
Kết quả mô phỏng VII

- $N = 40, \eta = 2, i = 200$



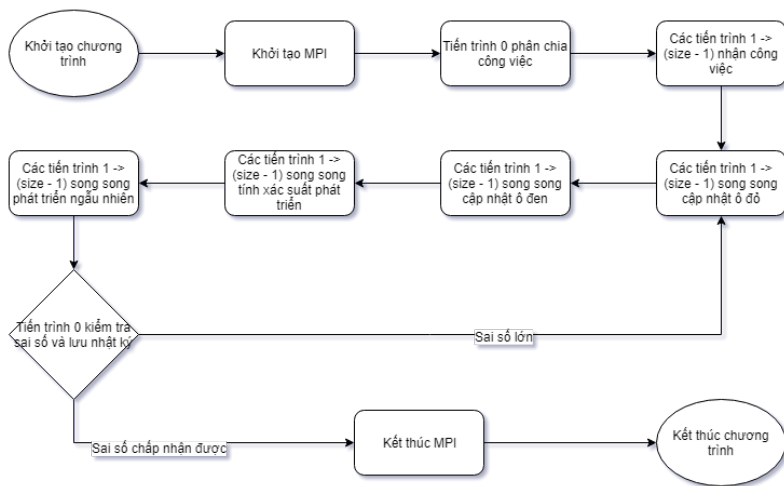
Kết quả mô phỏng VIII

- $N = 40, \eta = 2, i = 500$



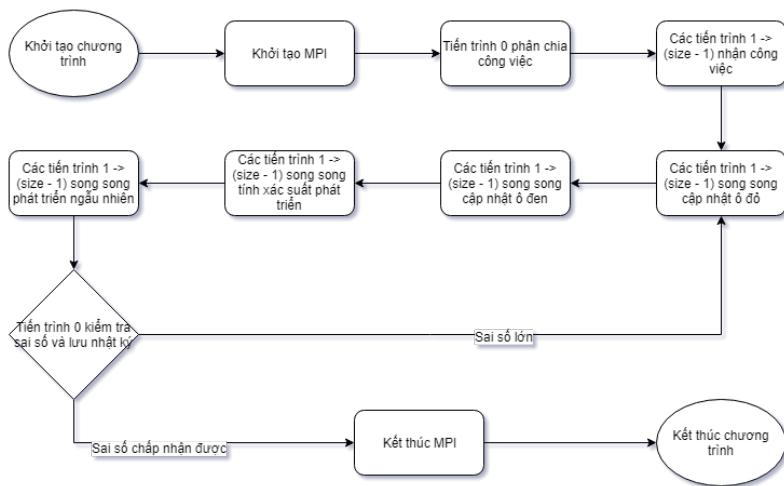
Kết quả mô phỏng IX

- $N = 40, \eta = 2, i = 1000$



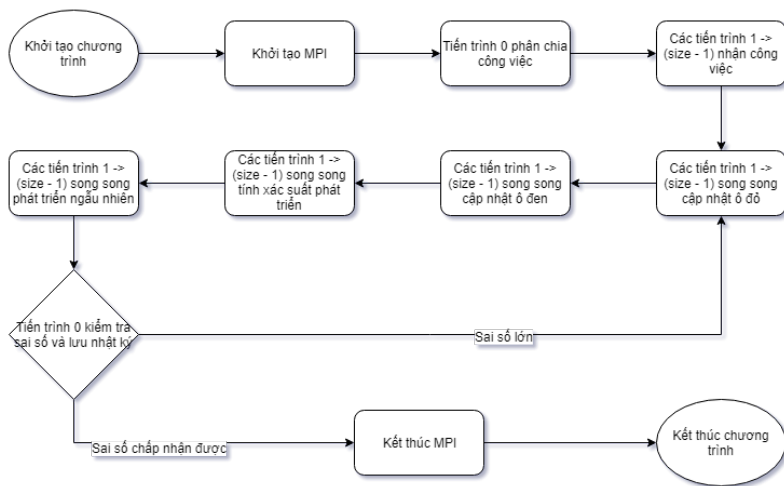
Kết quả mô phỏng X

- $N = 40, \eta = 0.5, i = 100$



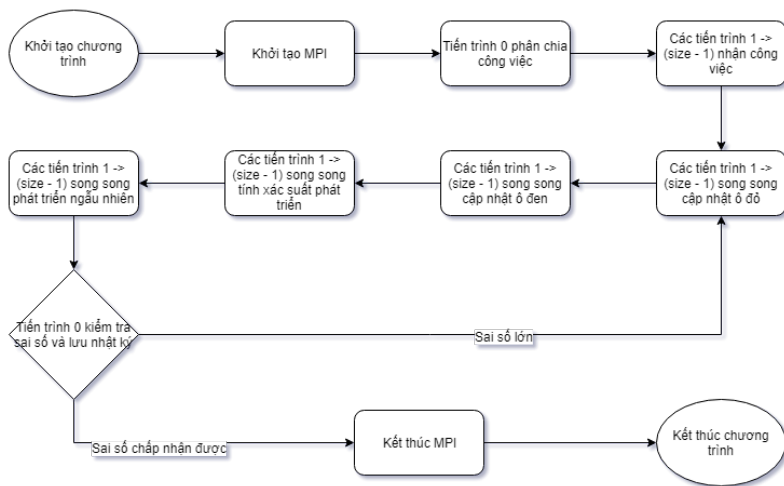
Kết quả mô phỏng XI

- $N = 40, \eta = 0.5, i = 200$



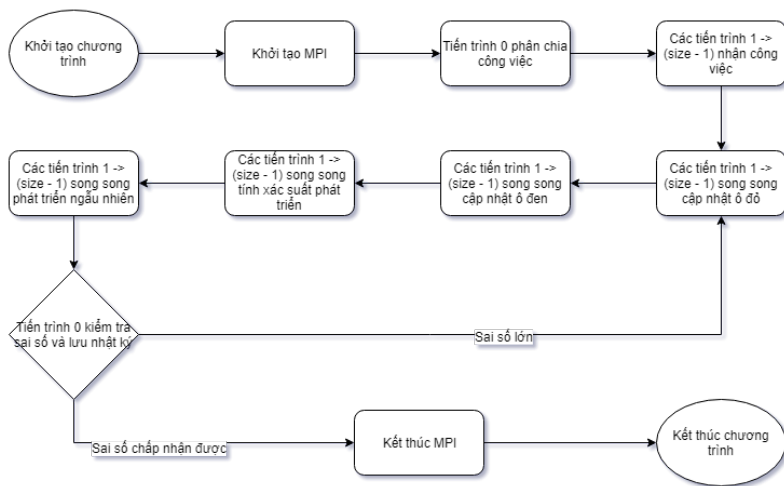
Kết quả mô phỏng XII

- $N = 40, \eta = 0.5, i = 500$



Kết quả mô phỏng XIII

- $N = 40, \eta = 0.5, i = 1000$



Kết quả mô phỏng XIV

Cảm ơn thầy và các bạn đã chú ý lắng nghe.

Mô phỏng song song phương trình khuếch tán độc lập với thời gian bằng phương pháp lặp

Ứng dụng trong bài toán Diffusion Limited Aggregation

Đặng Xuân Vương, Nguyễn Nam Thắng



Trường Đại học Bách khoa Hà Nội – HUST
Viện Công nghệ Thông tin và Truyền thông – SOICT

Ngày 27 tháng 11 năm 2019