

Universidade Federal da Paraíba Centro de Informática

Disciplina: Análise e Projeto de Algoritmos

Professor: Bruno Bruck



Exercícios de sala de aula

João acabou de se formar e decidiu trabalhar em uma empresa de criação de softwares embarcados. Devido às restrições de hardware, comuns em sistemas embarcados, João sabe que eficiência é um fator crítico no desenvolvimento de algoritmos para tais sistemas. Por conta disso, um dos requisitos da vaga era ter boa experiência em análise de algoritmos e, mais especificamente, em análise assintótica. Uma das etapas de sua entrevista, consistiu em uma prova oral para demonstrar seus conhecimentos no tema. A prova consistia basicamente em julgar a veracidade de uma série de afirmações e justificar a resposta para o entrevistador. A prova que João realizou está descrita a seguir. Tente resolvê-la junto com seus colegas em grupos de no máximo 3 pessoas.

Questão: Suponha que você está decidindo qual o melhor algoritmo para resolver um determinado problema e existem 4 (quatro) algoritmos bastante conhecidos na literatura: A_1 , A_2 , A_3 e A_4 . Após uma pesquisa rápida você descobriu as seguintes informações acerca desses algoritmos.

- Todos os algoritmos recebem como entrada um array de números inteiros e o tamanho da entrada para o problema em questão que eles resolvem é dado pelo número de elementos no array, denotado por n.
- O algoritmo A_1 sempre executa o mesmo número de passos básicos independentemente da organização dos elementos no array de entrada e sua função de tempo de execução $f_{A_1}(n) = O(n^4)$ e $f_{A_1}(n) = \Omega(n)$.
- Para o algoritmo A_2 , temos:
 - No melhor caso $f_{A_2}^{melhor}(n) = \Theta(n)$
 - No pior caso $f_{A_2}^{pior}(n) = O(n^4)$
- Para o algoritmo A_3 , temos:
 - No melhor caso $f_{A_3}^{melhor}(n) = \Omega(n)$
 - No pior caso $f_{A_3}^{pior}(n) = O(n \log n)$
- Para o algoritmo A_4 , temos:
 - No melhor caso $f_{A_4}^{melhor}(n) = O(n \log n)$
 - No pior caso $f_{A_4}^{pior}(n) = \Theta(n^2)$

Considerando que as informações acima estão corretas, julgue a veracidade das seguintes afirmações:

- a) É possível que o algoritmo A_1 rode em tempo $\Theta(n^3)$
- b) O limite $\Theta(n)$ é válido para o algoritmo A_1
- c) Se demonstrarmos que $f_{A_2}^{pior}(n)=\Omega(n^4),$ então $f_{A_2}^{pior}(n)=\Theta(n^4)$ no pior caso



Universidade Federal da Paraíba Centro de Informática

Disciplina: Análise e Projeto de Algoritmos

Professor: Bruno Bruck



- d) Se demonstrarmos que, no melhor caso, $f_{A_4}^{melhor}(n) = O(n^2)$ e $f_{A_4}^{melhor}(n) = \Omega(n^2)$, então o algoritmo A_4 roda em tempo $\Theta(n^2)$ para qualquer cenário (tipo) de entrada.
- e) É possível que o tempo de execução do algoritmo A_2 seja da ordem de $\Theta(n)$, para qualquer cenário de entrada.
- f) Em termos assintóticos, o algoritmo A_3 é mais eficiente que o algoritmo A_4
- g) É possível que o tempo de execução do algoritmo A_2 no pior caso seja da ordem de $\Theta(n^4)$
- h) Em termos assintóticos, no pior caso, o algoritmo A_3 é mais eficiente que o algoritmo A_4
- i) O tempo de execução do algoritmo A_4 cresce na ordem de $\Theta(n^2)$
- j) Visto que o algoritmo A_1 não possui melhor nem pior casos, ele pode ser considerado o mais eficiente
- k) Em termos assintóticos, no melhor caso, os algoritmos A_2 e A_3 são equiparáveis em termos de eficiência
- l) No pior caso, em termos assintóticos, A_4 é o pior algoritmo
- m) Caso provássemos que, no melhor caso, $f_{A_4}^{melhor}(n) = \Omega(n \log n)$, então $f_{A_4}^{melhor}(n) = \Theta(n \log n)$
- n) É possível que, no melhor caso, o algoritmo A_3 tenha tempo de execução da ordem de $O(n^2)$
- o) É possível que o tempo de execução do algoritmo A_4 cresça na ordem de $\Theta(n^2)$
- p) Se demonstrarmos que A_1 e A_4 rodam em tempo $\Theta(n^2)$ em qualquer cenário de entrada, poderíamos afirmar que ambos os algoritmos são equivalentes em termos de eficiência e a escolha entre os dois pode ser arbitrária.
- q) Em termos assintóticos, é possível que o algoritmo A_4 seja o mais eficiente de todos no melhor caso.