

Seminar 7

PRIMA PARTE: Lucrare de control!

1. Evaluati integralele

- a) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x^2+16}} dx$
- b) $\int_0^2 \max\{x, x^2\} dx$
- c) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$
- d) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$
- e) $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$

Substitutii trigonometrice pentru integrale algebrice. Fie $R(u, v)$ o functie rationala si $a > 0$. In functie de tipul integralei, se pot face urmatoarele substitutii

- i) $\int R(x, \sqrt{a^2 - x^2}) dx, \quad x = a \sin t, \quad x = a \cos t$
- ii) $\int R(x, \sqrt{a^2 + x^2}) dx, \quad x = a \operatorname{tg} t, \quad x = a \operatorname{ctg} t$
- iii) $\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx, \quad x = \frac{a}{\sin t}, \quad x = \frac{a}{\cos t}$

Substitutiile lui Euler pentru integrale algebrice. Fie $R(u, v)$ o functie rationala si $a, b, c \in \mathbb{R}$. Pentru integrala $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ se pot face urmatoarele substitutii

- i) $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t(x - r)$, daca $r \in \mathbb{R}$ este radacina pentru $ax^2 + bx + c = 0$
- ii) $\sqrt{ax^2 + bx + c} = x\sqrt{a} + t$, daca $a > 0$
- iii) $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{c} + tx$, daca $c > 0$

Substitutiile lui Cebasev pentru integrale binome. Fie $m, n, p \in \mathbb{Q}$ si $a, b \in \mathbb{R}$. Pentru integrala $\int x^m(ax^n + b)^p dx$ se pot face urmatoarele substitutii

- i) $x = t^r$, daca $p \in \mathbb{Z}$ si r este multiplu comun al numitorilor lui m si n
- ii) $ax^n + b = t^r$, daca $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$ si r este numitorul lui p
- iii) $a + bx^{-n} = t^r$, daca $\frac{m+1}{n} + p \in \mathbb{Z}$ si r este numitorul lui p