Observaţie:

La acest examen nu aveți voie să luați loc în bancă având asupra Dv. un telefon mobil sau un alt dispozitiv asemănător. Totodată, nu aveți nevoie de coli de hârtie, de vreme ce ele vor fi furnizate la cerere. În bancă veți putea păstra doar instrumentele de scris și alimente dacă considerați necesar. Hainele groase care vă vor putea incomoda în timpul examenului, genți, telefoane, orice foie de hârtie (mai ales fițuici) trebuie lăsate oriunde altundeva, în sala de examen având loc doar la cuier. Voi folosi proiectorul și voi proiecta un ceas astfel încât să puteți gestiona corect timpul (în cazul în care obișnuiți să folosiți telefonul pentru acest lucru).

Dacă veți fi depistați că ați încălcat această regulă, sau că discutați pe orice temă cu colegii Dv. în timpul examenului, veți fi scoși automat afară din sala de examen și veți primi nota 1 pe lucrarea scrisă, care nu va mai fi corectată. Dacă la o reexaminare veți încălca din nou regula, voi comunica situația Dv. forurilor superioare cu indicația respectării regulamentului și demararea procedurii de exmatriculare. Dacă nu vă recunosc, aș putea solicita legitimarea, astfel că vă rog să aveți asupra Dv. carnetul de student.

Vor fi 3 subiecte, câte unul pentru fiecare treime de materie. Fiecare se va nota de la 1-10. Dacă nu vă reamintiți metoda indicată, puteți obține jumătate din punctajul aferent metodei aplicând o metodă cunoscută. Partea teoretică a fiecărui subiect (incluzând descrierea metodei care se aplică) va fi evaluată cu maxim 3p, 1p se va primi din oficiu, iar restul de 6p vor fi obținute ca urmare a rezolvării corecte și complete a exercițiului. Astfel că nu aveți cum obține suficiente puncte doar cunoscând teoria, dar aveți șanse să obțineți o notă mare dacă știți aplica metoda specificată. Vă recomand să studiați în sesiune (presupunând că ați participat activ la seminarii și ați încercat să rezolvați testele on-line în timpul semestrului) măcar 3 zile câte 8h, timp în care să rezolvați exerciții sau să încercați să rezolvați singuri exercițiile discutate la seminar...

Listă subiecte teoretice care vor fi verificate la Logică computațională – doar 3p din examenul scris

Logica propozițiilor

Semantica – domeniul semantic, semantica conectivelor, definiția interpretării, definiții pentru: model, anti-model, tautologie, formulă consistentă, contingentă, nerealizabilă, definiția consecinței logice, a echivalenței logice; concepte semantice pentru mulțimi de formule.

Echivalențe logice în logica propozițională – mai ales legile lui De Morgan și de distributivitate, definirea conectivelor derivate, mai ales a implicației.

Principiul dualității.

Forme normale – definirea noțiunilor de literal, clauză, cub, FND, FNC; algoritmul de normalizare; utilizarea celor două forme normale pentru a verifica dacă o formulă este inconsistentă/tautlogie.

Sintaxa – Sistemul axiomatic propozițional (alfabetul, formule corect construite, axiomele, regulile de inferență). Definiția deducției, definiția noțiunii de teoremă, teorema de deducție și inversa sa, consecințele teoremei de deducție.

Proprietățile logicii propozițiilor: Teorema de corectitudine și completitudine a logicii propozițiilor, necontradicția, coerența, decidabilitatea.

Metoda tabelelor semantice: clase de formule, reguli de descompunere a formulelor, arborele binar de descompunere a unei formule, tipuri de ramuri și de tabele semantice (definiție), Teorema de corectitudine și completitudine a metodei.

Metoda rezoluției: definirea sistemului formal asociat (alfabetul, formule corect construite, axiomele, regulile de inferență), algoritmul rezoluției propoziționale, Teorema de corectitudine și completitudine a metodei. Strategii de aplicare a rezoluției (trebuie să poată fi descrise și aplicate în rezolvarea unor probleme): eliminării, saturării pe nivele (se poate reține algoritmul), mulțimii suport. Rafinări ale rezoluției: blocării (și TCC-ul specific), rezoluția liniară (și TCC-ul specific) – unitară și de intrare (și Teorema de echivalență). Să se cunoasă măcar 3 exemple de strategii/rafinări sau combinări ale lor care sunt complete.

Logica predicatelor

Sistemul axiomatic predicativ (alfabetul, formule corect construite, axiomele, regulile de inferență). Inclusiv definiția unui Termen, atom, literal. Definiția noțiunii de variabilă legată/liberă, Formulă predicativă deschisă/închisă. Definiția deducției.

Semantica – definiția interpretării.

Echivalențe logice în logica propozițională – mai ales legile lui De Morgan și de distributivitate, cunoașterea și mai ales aplicarea legilor de extragere. Legile semidistributivității.

Formele normale ale formulelor predicative: forma normală prenexă – definiție, algoritmul de aducere la FNP, Forma normală Skolem – descrierea modului de obținere a sa, la fel și pentru – forma normală Skolem fără cuantificatori și forma clauzală.

Proprietățile logicii propozițiilor: Teorema de corectitudine și de completitudine a logicii propozițiilor, Teorema lui Church.

Metoda tabelelor semantice: clase de formule, reguli de descompunere a formulelor, arborele binar de descompunere a unei formule, tipuri de ramuri și de tabele semantice (definiție), Teorema de corectitudine și completitudine a metodei, semidecidabilitatea.

Substituții și unificatori: definiția unei substituții, să se știe aplica compunerea substituțiilor, definiția unui unificator și a celui mai general unificator, algoritmul de determinare a *mgu*.

Metoda rezoluției: definirea sistemului formal asociat (alfabetul, formule corect construite, axiomele, regulile de inferență), algoritmul rezoluției predicative, Teorema de corectitudine și completitudine a metodei. Strategii de aplicare a rezoluției (trebuie să poată fi descrise și aplicate în rezolvarea unor probleme): saturării pe nivele (se poate reține algoritmul), mulțimii suport. Rafinări ale rezoluției: blocării (și TCC-ul specific), rezoluția liniară (și TCC-ul specific) – unitară și de intrare (și Teorema de echivalență) – condițiile în care este completă (+definiția unei clauze Horn). Să se cunoasă măcar 3 exemple de strategii/rafinări sau combinări ale lor care sunt complete.

Algebre boolee, funcții booleene, circuite logice

Definirea axiomatică a algebrei booleene ***B*** = (B_2={0,1}, $\wedge$, $\vee$, $\bar{\ }$, 0, 1) (toate cele 13 proprietăți)

Definiția noțiunii de funcție booleană, definiția formei canonice disjunctive și conjunctive (o definiție), definiția noțiunii de monom, minterm, maxterm, proprietățile mintermilor respectiv a maxtermilor, dualitatea minterm – maxterm, definiția suportului funcției, definiția relației mai mic sau egal, definiția monoamelor adiacente, a factorizării și a simplificării unei funcții booleene, definiția mulțimii monoamelor maximale și a mulțimii monoamelor centrale (se pot și escrie în cuvinte proprii), algoritmul de simplificare a funcțiilor booleene.

Metoda diagramelor Veitch – descrierea modului de constuire a diagramei, cum se identifică monoamele mazimale și cele centrale, metoda diagramelor Karnaugh – descrierea modului de constuire a diagramei, și cum se identifică monoamele mazimale și cele centrale, Metoda analitică a lui Quine - Mc'Clusky – descrierea modului de constuire a tabelelor, și cum se identifică monoamele mazimale și cele centrale.

Circuite logice – desenarea porților de bază și a celor derivate, constuirea circuitelor combinaționale discutate: codorul, decodorul, circuitul comparator, sumatorul a două cifre binare, sumatorul pe *n* biți.

Observație

Algoritmii nu trebuie memorați în forma prezentată la curs, ei pot fi descriși sau rescriși în pseudocod și vor primi întregul punctaj dacă nu se omit pași. Același lucru este valabil și pentru definirea noțiunilor (cât timp sensul se păstrează).

Problemele (6p) care se vor cere a fi rezolvate la examen sunt de genul celor discutate la seminar. Iată o scurtă sinteză:

Logica propozițiilor

1. Utilizând o metodă

a) semantică (tabelă de adevăr, forma normală conjunctivă, tabela semantică)

b) sintactică (rezoluție (dacă preferați puteți utiliza și *construirea deducției, teorema de deducție si inversa sa*))

c) directă (tabela de adevăr, forma normală conjunctivă (dacă preferați puteți utiliza și *construirea deducției, teorema de deducție şi inversa sa*))

d) prin respingere (rezoluție, tabela semantică)

demonstrați că sunt tautologii/ teoreme, formule propoziționale, printre care:

- A2 -cea de-a doua axiomă a calculului propozițional.
- A3- axioma 3, „modul tollens”
- legea silogismului
- legea permutării/reunirii/separării premiselor

2. Verificați dacă are loc o relație de consecință logică/derivabilitate-deducție:

   $U_1, \ldots, U_n \models V$ ($\vdash$)

   Se pot utiliza:
   - tabela semantică pentru: $U_1 \wedge \ldots \wedge U_n \wedge \neg V$;
   - rezolutia pentru: $FNC(U_1) \wedge \ldots \wedge FNC(U_n) \wedge FNC(\neg V)$.
   - *construirea deducției lui V din ipotezele $U_1, \ldots, U_n$ folosind sistemul axiomatic;*

3. Decideți tipul (consistentă, contingentă, inconsistentă, tautologie) unei formule propoziționale U şi construiți modelele şi anti-modelele sale.
   - din tabela de adevăr a lui U
   - din tabela semantică a lui U => modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - din tabela semantică a lui $\neg$U => anti-modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - din forma normală conjunctivă a lui U => anti-modelele lui U furnizate de clauzele care nu sunt tautologii
   - din forma normală disjunctiva a lui U => modelele lui U furnizate de cuburile care nu sunt inconsistente

4. Demonstrarea inconsistenței unei multimi de clauze folosind:
   - rezoluția generală + transformări
   - strategia saturării pe nivele
   - rezoluția blocării
   - rezoluția liniară ('unit' sau 'input')

5. Verificarea consistenței/inconsistenței unei mulțimi de clauze folosind:
   - strategia saturării pe nivele
   - rezoluția blocării + strategia saturării pe nivele
   - rezoluția liniară cu o căutare completa folosind backtracking.

6. Modelare raționament propozițional

Logica predicatelor

1. Evaluarea unei formule predicative închise în interpretări date (sau propuse de student) cu domeniu finit/infinit.

2. Construire model/ anti-model pentru o formulă predicativă închisă U:
   - din tabela semantică a lui U => modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - din tabela semantică a lui $\neg$U => anti-modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - se propune o interpretare care evaluează formula U ca adevărată/falsă deci este model/anti-model.

3. Utilizând o metodă
   a) semantică (tabela semantică)
   b) sintactică (rezoluție, (dacă preferați puteți utiliza și *construirea deducției, teorema de deducție si inversa sa*))

c) prin respingere (rezoluție, tabela semantica) (nu se va cere o metodă directă, întrucât nu am discutat suficient de mult o astfel de metodă)

demonstrați că sunt tautologii/ teoreme, formule predicative.

4. Verificarea proprietății de distributivitate a unui cuantificator ($\exists, \forall$) față de o conectivă ($\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$) cu o metodă impusă (tabele semantice/rezoluție).

Ex: distributivitate „ $\exists$ ” față de „ $\rightarrow$ ":

$(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \equiv (\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)$ dacă şi numai dacă

$\models (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \leftrightarrow ((\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x))$ dacă şi numai dacă

$\models (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow ((\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x))$ şi $\models ((\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)) \rightarrow (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x))$

5. Construirea formelor normale prenexe, Skolem şi clauzale ale unei formule predicative.

6. Verificați dacă are loc o relație de consecință logică/ derivabilitate - deducție:

   $U_1, \dots, U_n \models V$ ($\vdash$)

   Se pot utiliza:
   - construirea deductiei lui V din ipotezele $U_1, \dots, U_n$ folosind sistemul axiomatic
   - tabela semantică pentru: $U_1 \wedge \dots \wedge U_n \wedge \neg V$;
   - rezoluția pentru: $U_1^C \wedge \dots \wedge U_n^C \wedge (\neg V)^C$.

7. Unificați, dacă este posibil o pereche de atomi şi determinați cel mai general unificator.

8. Demonstrarea inconsistenței unei mulțimi de clauze predicative folosind:
   - rezoluția generală
   - strategia saturarii pe nivele
   - rezoluția blocării
   - rezoluția liniară ('unit' sau 'input')

9. Modelare raționament predicativ.

Algebre booleene, funcții booleene, circuite logice

1. Algebre booleene: definiție + exemple.

   În funcție de operația "nand"/"nor" să se exprime operațiile logice "şi", "not", "sau" și să se deseneze circuitele logice asociate.

2. Construirea formelor canonice conjunctivă şi disjunctivă din tabela valorilor funcției booleene. Exemple de mintermi şi maxtermi (de 2,3,4 variabile): notații, expresii, tabele de valori.

3. Simplificarea funcțiilor booleene de 2/3/4 variabile utilizând metoda lui Quine/ diagrame Veitch/ diagrame Karnaugh.

   Funcțiile booleene se pot furniza astfel:
   - în forma canonica disjunctivă ca o disjuncție de mintermi (dați prin notație standard):

   $$f(x_1,x_2,x_3) = m_0 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$$

   - în forma canonică disjunctivă prin expresiile mintermilor:

   $$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1x_2\overline{x}_3x_4 \vee x_1x_2x_3\overline{x}_4 \vee x_1x_2\overline{x}_3\overline{x}_4 \vee x_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4 \vee \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_4$$
   $$\vee \overline{x}_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4 \vee x_1\overline{x}_2x_3x_4 \vee \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4 \vee \overline{x}_1\overline{x}_2x_3x_4;$$

   - printr-o expresie care trebuie adusă la forma canonică disjunctivă.

   $f(x_1, x_2, x_3) = x_3(\overline{x}_1 \vee x_2) \vee x_1(x_2 \vee \overline{x}_2\overline{x}_3) \vee \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$, aplicare distributivitate și aducere la forma canonică

   sau

   $f(x, y, z) = x(\overline{y} \oplus z) \vee y(\overline{x} \oplus z) \vee \overline{x}(\overline{y} \downarrow z) \vee (\overline{x} \downarrow y)z$; înlocuire $\oplus, \downarrow$

- prin intermediul tabelei sale de valori din care se construieşte forma canonică disjunctivă:

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- prin intermediul valorilor sale de 1:

$$f_1(1,1,1,1) = f_1(1,1,0,1) = f_1(0,1,1,1) = f_1(1,1,0,0) = f_1(0,1,0,0) = f_1(0,0,0,0)= =f_1(0,0,0,1) = f_1(0,0,1,1) =1;$$

construindu-se forma sa canonică disjunctivă

- prin intermediul zerourilor sale:

$$f_1(0,1,0) = f_1(0,1,1) = f_1(1,0,1) = 0,$$

- se obțin valorile de 1 ale funcției și apoi forma sa canonică disjunctivă

4. Desenare circuit logic din expresia funcției booleene, atât cu porți de bază, cât şi cu porți derivate. Construire expresie funcție booleană care modelează funcționarea unui circuit logic dat, atât cu porți simple, cât şi cu porți derivate.

5. Exemple de circuite combinaționale: "circuitul de comparare a 2 cifre binare", "circuitul de adunare a 2 cifre binare", "circuitul de adunare binară pe *n* biți", circuitul de codificare/decodificare în binar.

BILET

1. Semantica logicii propoziţiilor. Utilizând o metodă semantică de demonstrare, demonstraţi că legea permutării premiselor este o tautologie.

2. Verificaţi proprietatea de distributivitate a cuantificatorului existenţial faţă de implicaţie folosind o metodă sintactică. Teorema de corectitudine şi completitudine a acestei metode.

3. Desenaţi un circuit logic având 3 variabile de intrare şi conţinând toate porţile de bază şi derivate. Scrieţi funcţia booleană corespunzătoare acestui circuit şi simplificaţi-o. Implementaţi circuitul logic simplificat.

BILET

1. Folosind rezoluţia blocării verificaţi dacă are loc: $p \to q, \neg(q \to r) \to \neg p \mid\!- \; p \to r$. Rezoluţia ca sistem formal.

2. Folosind o metodă semantică de demonstrare, verificaţi dacă formula: $(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x)$ este consecinţă logică a formulei: $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$. Teoria aferentă.

3. Simplificaţi următoarea funcţie booleană, folosind metoda diagramelor Veitch: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_3 \vee x_1x_2x_3 \vee \bar{x}_1x_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$. Implementaţi circuitul logic asociat formei iniţiale a lui f şi tuturor formelor sale simplificate.

BILET

1. Sistemul axiomatic (formal) al calculului propoziţiilor. Ce este o teoremă?
   Folosind o metodă sintactică demonstraţi că cea de-a doua axiomă a calculului propoziţional este

o teoremă.

2. Folosind rezoluţia liniară, verificaţi dacă următoarea mulţime de formule este inconsistentă. $S = \{p(x) \wedge q(x) \vee r(x), \neg q(y) \vee r(y), r(a) \wedge \neg p(a)\}$. Teoria aferentă.

3. Folosind metoda lui Quine, simplificaţi funcţia booleană:
$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$.
Implementaţi circuitul logic asociat unei forme simplificate a funcţiei *f*.

BILET

1. Scrieti toate modelele si anti-modelele formulei V= $((p \wedge \neg r) \to q) \to \neg p \wedge \neg q \wedge r$.
   Teoria aferentă metodei alese.

2. Evaluați formula predicativa U= $((\forall x) p(x) \to (\forall x) q(x)) \to (\forall x)(p(x) \wedge q(x))$ în două interpretări diferite alese astfel încât o interpretare sa aibă domeniul finit, iar ce-a de-a doua domeniul infinit. Câte interpretări posibile are *U*?
   Este logica predicatelor decidabilă? Argumentați răspunsul.

3. Definiții pentru noțiunile: minterm, maxterm, monom central, monom maximal, factorizare.
   Exemple de 4 mintermi si 4 maxtermi de 3 variabile: expresii, notaţii şi tabele de valori.
   Construiți circuitul logic asociat funcției booleene:
   $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = m_1 \vee m_{13} \vee m_8 \vee m_5$.