

Робастное регулирование технологических процессов с запаздыванием в классе традиционных законов регулирования

И. В. Гоголь¹, О. А. Ремизова², В. В. Сыроковашин, А. Л. Фокин

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет)

¹new.ivan.gogol@gmail.com, ²remizova-oa@technolog.edu.ru,

Аннотация. Рассматривается новая методика построения традиционных законов регулирования, обеспечивающая качественную робастную стабилизацию системы с запаздыванием в условиях неопределенности задания величины запаздывания на входе и параметров инерционной части передаточной функции объекта, которая позволяет найти компромисс между грубостью и быстродействием системы.

Ключевые слова: робастные системы регулирования; ПИД закон регулирования; запаздывание

Одной из основных трудностей при создании алгоритмического обеспечения для решения задач автоматизации технологических процессов является наличие запаздывания по управлению в математической модели. Это традиционная для теории управления задача и ей посвящено значительное количество публикаций в не робастной постановке и при использовании традиционных законов регулирования [1–5]. Также можно указать ряд работ, где рассматриваются нетрадиционные робастные подходы к управлению такими объектами [6–10].

В практике автоматизации технологических процессов большая часть систем управления построена с использованием ПИД законов регулирования [11], поэтому в работе рассматривается класс традиционных регуляторов. Построение методик робастной настройки таких регуляторов представляют собой актуальную для практики задачу.

Увеличение грубости для систем этого класса обычно сопровождается потерей быстродействия. Поэтому актуальной является задача построения методики синтеза робастных регуляторов, которая позволит обеспечить компромисс между быстродействием и грубостью системы с традиционными регуляторами. Предлагаемая методика является развитием методов, изложенных в [12, 13].

Актуальность робастного подхода определяется тем, что регулятор должен обеспечивать качественное регулирование в возможно более широком диапазоне изменения коэффициентов модели объекта. Это повышает надежность системы в период между двумя смежными перенастройками регулятора.

Рассмотрим передаточные функции объекта.

$$W_0(p) = k_0 \frac{\beta_m(p)}{\alpha_n(p)} \exp(-\tau p) \quad (1)$$

где $\alpha_n(p), \beta_m(p)$ – полиномы порядков n и m , $\alpha_n(0) = \beta_m(0) = 1$, k_0 – коэффициент передачи, $k_0 \leq k_0 \leq \bar{k}_0$, τ – запаздывание $\underline{\tau} \leq \tau \leq \bar{\tau}$, коэффициенты полиномов $\alpha_n(p), \beta_m(p)$ могут изменяться в заданных интервалах.

Будем считать, что корни полинома $\beta_m(p)$ расположены строго левее мнимой оси, а корни полинома $\alpha_n(p)$ либо лежат левее мнимой оси, либо некоторые из них расположены в точке ноль.

Наряду с реальной передаточной функцией рассматривается номинальная передаточная функция объекта, которая по структуре совпадает с передаточной функцией (1), вида

$$W_0^0(p) = k_0^0 \frac{\beta_m^0(p)}{\alpha_n^0(p)} \cdot \exp(-\tau_0 p), \quad (2)$$

где k_0^0, τ_0 — номинальные значения коэффициента передачи и запаздывания, $\beta_m^0(p), \alpha_n^0(p)$ — номинальные полиномы числителя и знаменателя, $(m \leq n, \beta_m^0(0) = \alpha_n^0(0) = 1)$, корни полиномов $\beta_m^0(p)$ расположены строго слева от мнимой оси, а корни полинома $\alpha_n^0(p)$ либо лежат левее мнимой оси, либо некоторые из них расположены в точке ноль (число таких корней такое же, как в реальной модели), коэффициенты номинальной модели принадлежат интервалам, указанным в (1), $k_0^0 \leq k_0 \leq \bar{k}_0^0$, $\underline{\tau} \leq \tau_0 \leq \bar{\tau}$.

Заметим, что требование устойчивости и минимальной фазовости передаточных функций (1), (2) обусловлено последующем применением метода динамической компенсации для аппроксимирующей передаточной функции. В случае, когда передаточная функция объекта имеет полюса в точке ноль, при синтезе регулятора используется аппроксимация вида

$$\frac{1}{p} \approx \frac{1}{p+\varepsilon} = \frac{\gamma}{\gamma p+1}, \quad (3)$$

где $\varepsilon \ll 1$, $\gamma = \varepsilon^{-1} \gg 1$.

Предполагается, что инерционная часть объекта с запаздыванием по управлению имеет произвольную сложность, а величина запаздывания может изменяться в значительных пределах. Поэтому в основе развиваемой концепции синтеза регулятора предполагается использование метода динамической компенсации. в передаточной функции объекта с запаздыванием выделяется базовая часть (базовая передаточная функция), которая определяет доминирующую составляющую переходного процесса, и для нее решается базовая задача управления, обеспечивающая компромисс между грубостью и быстродействием. Оставшаяся динамика объекта учитывается в рамках метода компенсации при условии выполнения условий для существования такого решения.

В качестве базовых передаточных функций объекта выбираются две номинальные передаточные функции

$$W_0^o(p) = k_0^o \exp(-\tau_0 p), \quad (4)$$

$$W_0^o(p) = \frac{k_0^o \exp(-\tau_0 p)}{T_0 p + 1}, \quad (5)$$

где T_0 – номинальное значение доминирующей постоянной времени.

Для базовой передаточной функции (4) предлагается базовый пропорционально-интегральный (ПИ) закон регулирования

$$W_{P2}(p) = \frac{k_{P2}}{k_0^o \tau_0} \cdot \frac{T_1 p + 1}{p}, \quad (6)$$

где k_{P2} – настраиваемый коэффициент передачи, T_1 – настраиваемая постоянная времени.

В случае, когда передаточная функция инерционной части содержит доминирующую постоянную времени, используется базовый ПИД закон регулирования

$$W_{P3}(p) = \frac{k_{P3}}{\tau_0 k_0^o} \cdot \frac{T_1 p + 1}{p} \cdot \frac{T_2 p + 1}{T_E p + 1}, \quad (7)$$

где k_{P3}, T_1, T_2 – настраиваемые параметры, малая постоянная времени $T_E \ll \min(T_1, T_2)$ вводится для обеспечения условия физической реализуемости передаточной функции регулятора.

Для синтеза робастного регулятора предлагается использовать робастный критерий Найквиста. Пусть в качестве аддитивной меры неопределенности передаточной функции разомкнутой системы используется неравенство

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq \gamma, \quad (8)$$

где $W(j\omega) = W_p(j\omega)W_0(j\omega)$, $W^0(j\omega) = W_p(j\omega)W_0^o(j\omega)$ – частотные передаточные функции реальной и номинальной разомкнутых систем соответственно, $W_p(j\omega)$ – частотная передаточная функция регулятора, $\gamma > 0$ – положительное число

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы АФХ разомкнутой номинальной системы не охватывала круг радиусом γ с центром в точке $(-1, j0)$. В работе предлагается использовать величину запаса устойчивости по амплитуде h в качестве критерия для синтеза системы, а радиус окружности γ – для оценки грубости системы. На рис. 1 показана процедура построения запретной области для ФЧХ, гарантирующей заданную величину радиуса γ , которая аналогична известной процедуре построения запретной области, гарантирующей заданную величину показателя колебательности.

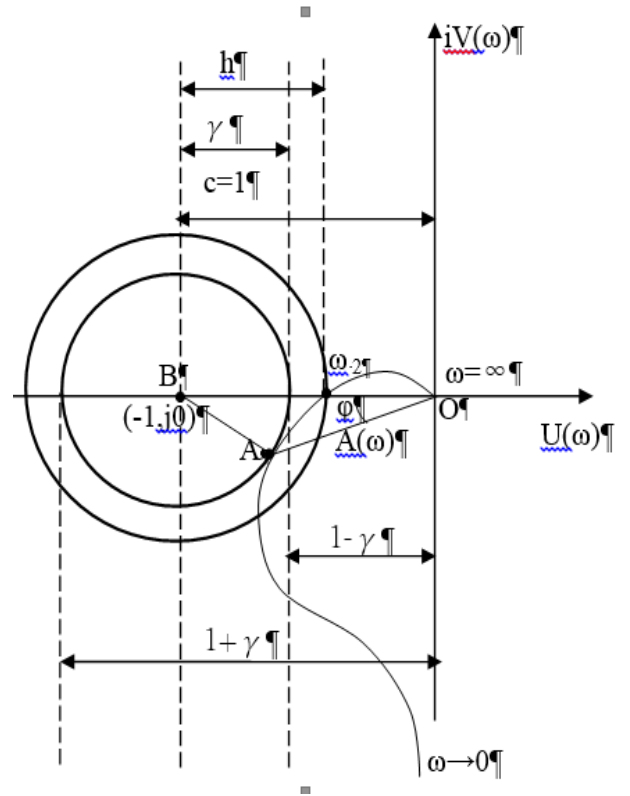


Рис. 1. АФХ разомкнутой номинальной системы

На основании теоремы косинусов для треугольника OAB получим

$$\cos \phi = \frac{A^2(\omega) + c^2 - \gamma^2}{2A(\omega)c} = \frac{A^2(\omega) + 1 - \gamma^2}{2A(\omega)},$$

$$1 - \gamma \leq A(\omega) \leq 1 + \gamma. \quad (9)$$

Отсюда граница запретной области для ФЧХ может быть построена на основании соотношения

$$\phi(\omega) = \arccos \frac{A^2(\omega) + 1 - \gamma^2}{2A(\omega)},$$

$$1 - \gamma \leq A(\omega) \leq 1 + \gamma. \quad (10)$$

Если ФЧХ касается запретной области, то грубость системы оценивается величиной γ .

Для базовой номинальной системы (4), (6) значение запаса устойчивости по амплитуде может быть вычислено по формуле

$$h_1 = -20 \lg k \frac{\sqrt{1 + T_1^2 \omega_1^2}}{\omega_1}, \quad (11)$$

где $k = k_{p2}/\tau_0$, а величина ω_1 определяется из условия

$$\tau_0 = \frac{1}{\omega_1} \left\{ \pi - \arctg \left(\frac{1}{T_1 \omega_1} \right) \right\}. \quad (12)$$

Заданное значение h_1 зависит от пары (k, T_1) . Следовательно, в заданном диапазоне изменения параметров (k, T_1) можно найти значения этих параметров, соответствующих минимальному времени регулирования при заданном значении запаса устойчивости по амплитуде h_1 , далее вычисляется грубость γ на основании (10).

Практически эта задача может быть решена простым построением переходных характеристик при изменении (k, T_1) , которые соответствуют заданному значению h_1 , которое легко вычисляется на основании логарифмических частотных характеристик. При 5%-й погрешности определения времени регулирования наибольшее быстродействие во многих случаях можно получить при значении перерегулирования, равном 5%. Величина перерегулирования в основном определяется значением k .

Для базовой номинальной системы (5), (7) получим

$$h_2 = -20 \lg k \frac{\sqrt{(1 - T_1 T_2 \omega_2^2)^2 + (T_1 + T_2)^2 \omega_2^2}}{\sqrt{(T_0 + T_E)^2 \omega_2^4 + \omega_2^2 (1 - T_0 T_E \omega_2^2)^2}}. \quad (13)$$

$$\omega_2 = \frac{\psi_1(\omega_1) - a_1(\omega_1, T_1, T_2) \cdot \omega_1 - a_2(\omega_1) \cdot \omega_1}{\tau_0 - a_1(\omega_1, T_1, T_2) - a_2(\omega_1)}, \quad \omega_1 = \frac{\pi}{2\tau_0},$$

где

$$a_1(\omega_1, T_1, T_2) = \frac{(T_1 + T_2)(1 + T_1 T_2 \omega_1^2)}{1 + (T_1^2 + T_2^2 + T_1^2 T_2^2 \omega_1^2) \omega_1^2},$$

$$a_2(\omega_1) = -\frac{(T_0 + T_E)(1 + T_0 T_E \omega_1^2)}{1 + (T_0^2 + T_E^2 + T_0^2 T_E^2 \omega_1^2) \omega_1^2},$$

$$\psi_1(\omega_1) = \pi + a_1(\omega_1) + a_2(\omega_1).$$

Для пары (k_{p3}, T_1) определяется значение T_2 , чтобы выполнялось условие (13). Далее для тройки (k_{p3}, T_1, T_2)

строится переходная характеристика, по которой определяется быстродействие и перерегулирование. При этом грубость зависит от выбранной пары (T_1, T_2) , а величина перерегулирования и быстродействие в основном зависят от k_{p3} , далее вычисляется грубость γ .

Для примера рассмотрим передаточную функцию объекта вида

$$W_0(p) = \frac{k_0 \exp(-10p)}{(50p+1)^2(5p+1)} \approx \frac{k_0^0 \exp(-25)}{(90p+1)(5p+1)}, \quad (14)$$

Для синтеза используется базовая передаточная функция объекта (5) с $T_0 = 90$ с. Вторую постоянную времени 5 с. предполагается скомпенсировать дополнительной динамикой регулятора. Зададимся величиной желаемого запаса устойчивости по амплитуде $h = 9$ дБ (0.6452). В соответствии с изложенной процедурой зададимся параметрами k_{p3} и T_1 . Далее вычисляется значение T_2 , необходимое для обеспечения заданного значения запаса устойчивости по амплитуде. Решение этой задачи не единственно. Например, для $k_{p3} = 0.55$, $T_1 = 60$ с., получим $T_2 = 24$ с. Передаточная функция регулятора (7) при $T_E = 0.1$ с. с применением метода компенсации будет иметь вид

$$W_{p3}(p) = \frac{0.55}{26.5 \cdot 1} \cdot \frac{60p+1}{p} \cdot \frac{25.45p+1}{0.1p+1} \cdot \frac{9p+1}{0.1p+1}. \quad (15)$$

Переходная характеристика для номинальной передаточной функции объекта (14) с регулятором (15) представлена на рис. 2.

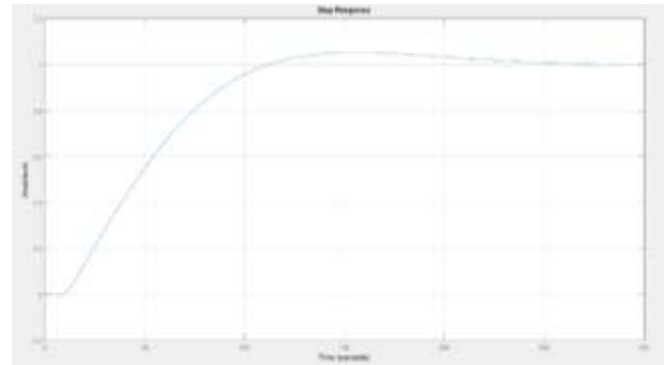


Рис. 2. Переходная характеристика номинальной системы

Видно, что при величине перерегулирования $\sigma = 5\%$ время регулирования составляет $t_p = 100$ с. При этом для оценки грубости используется радиус круга (8) $\gamma = 0.6411$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] O'Dwyer A. A summary of PI and PID controller tuning rules for processes with time delay. Part 1: PI tuning rules [Текст] // Preprints of Proceedings of PID '00: IFAC Workshop on Digital Control. Terrassa, Spain. April 2000. pp. 175-180.
- [2] Aidan O'Dwyer Handbook of PI and PID controller tuning rules, 2nd Edition. London: Imperial College Press, 2006.

- [3] Aidan O'Dwyer Handbook of PI and PID controller tuning rules, 3rd Edition. London: Imperial College Press, 2009.
- [4] PID Control for Multivariable Processes [Текст]. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. 2008. 264 p.
- [5] Александров А.Г., Паленов М.В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД – регуляторов // Автоматика и телемеханика, 2014. №2. С. 16–30.
- [6] Цыкунов А.М. Следящие системы для линейных объектов с запаздывающим управлением [Текст] / А.М. Цыкунов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 7–12.
- [7] Цыкунов А.М. Адаптивное управление с компенсацией влияния запаздывания в управляющем воздействии [Текст] / А.М. Цыкунов // Известия академии наук. Теория и системы управления. 2000. № 4. С. 78–81.
- [8] Паршева, Е.А. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярными входом-выходом [Текст] / Е.А. Паршева, А.М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. 2001. № 1. С. 142–149.
- [9] Output control algorithm for unstable plant with input delay and cancellation of unknown biased harmonic disturbance [Text] / A.A. Pyrkina, A. Smyshlyaev, N. Bekiaris-Liberis, M. Krstic // Time Delay Systems. Vol. 9. Prague, CzechRepublic: IFAC, 2010. P. 39–44.
- [10] Григорьев В.В., Бойков В.И., Быстров С.В., Рябов А.И., Мансурова О.К. Исследование процессов позитивных систем на основе качественной экспоненциальной устойчивости// Изв. вузов. Приборостроение. СПб. 2013. Т. 43. №4. С. 15–20.
- [11] Денисенко В.В. Разновидности ПИД-регуляторов//Автоматизация в промышленности, 2007, №6, С. 45–50.
- [12] Фокин А.Л. Синтез робастных систем управления технологическими процессами с типовыми регуляторами // Изв. СПбГТИ(ТУ). 2014. №27. с. 101–106.
- [13] Ремизова О.В., Сыровкашин В.В., Фокин А.Л. Синтез робастных систем управления с типовыми регуляторами // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. т.58. №12. С. 12–18.