# Применение метода Даламбера для определения формы зондирующего импульса в задачах ультразвукового контроля

Борис Ч. И<sup>1</sup>, Р. С. Коновалов<sup>2</sup>, С. И. Коновалов<sup>3</sup>, А. Г. Кузьменко<sup>3</sup>, В. М. Цаплев<sup>4</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

1 ee.boris.eut@gmail.com, 2 rskonovalov.eut@gmail.com, 3 sikonovalov.eut@gmail.com, 4 valery@convergences-fr.ru

Аннотация. Исследован импульсный режим работы пластинчатого пьезопреобразователя, работающего Электрическое возбуждение иммерсионном режиме. излучателя осуществлялось основным сигналом начальный момент времени и компенсирующим, который подавался в заданный момент времени. Численнотеоретическим путем, базирующимся на применении метода Даламбера, показана возможность прекращения переходного процесса в преобразователе путем подачи в нужный момент компенсирующего импульса.

Ключевые слова: пьезопреобразователь; метод Даламбера; компенсация; акустический импульс; электрический импульс

### І. Введение

В настоящее время для неразрушающего контроля материалов и изделий широко используются различные варианты акустического метода контроля. Это объясняется его простотой, безопасностью, дешевизной, возможностью осуществления контроля с одной стороны изделия и др. Несмотря на разнообразие видов аппаратурной реализации данного метода, общим для них является наличие конструктивного пьезоэлектрического v3πa преобразователя  $(\Pi \ni \Pi)$ которого входит в задачу преобразование электрического сигнала в акустический (в режиме излучения) и акустического в электрический (в режиме приема). Обеспечение условий, при которых ПЭП способен к излучению короткого сигнала является актуальной задачей, стоящей перед разработчиками электронных средств ультразвуковой дефектоскопии. При коротким сигналом понимается этом зондирующий сигнал, длительность которого не превышает всего лишь нескольких полупериодов высокочастотных колебаний. Применение сигналов указанного типа дает улучшения возможность важнейших характеристик аппаратуры ультразвукового контроля (мертвая зона, разрешающая способность, точность определения координат

Работа выполнена в рамках Гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (НШ-4165.2018.8).

Традиционно получение коротких сигналов на выходе ПЭП достигается путем применения технических средств, позволяющих расширить их полосу пропускания (механическое демпфирование, применение согласующих слоев, подключение электрических цепей к электрической стороне ПЭП и др.). При этом определение формы сигнала осуществляется методами Лапласа или Фурье. Часто указанные методы применяются в сочетании с методом схем-аналогов пьезопреобразователей. При всех их достоинствах, данные методы являются формальными, не позволяющими наблюдать динамику развития переходного процесса в преобразователе при его возбуждении коротким электрическим сигналом [1–3].

Указанный недостаток отсутствует в другом методе излучаемого определения формы (принимаемого) сигнала - методе последовательных отражений (метод Даламбера) [1–5]. Суть метода состоит в суммировании многократных отражений волн от границ слоя при распространении волн внутри него, с учетом частичных выходов волн из слоя при падении волны на его границу. Наиболее выгодным случаем при этом является тот, при отдельный возбуждающий электрический импульс имеет длительность, равную времени пробега упругой волны по толщине (длине) слоя. В этом случае импульсы с различным числом циклов отражений будут складываться в фазе. Следует учесть, что скорость звука и коэффициенты отражения и прохождения не зависят от частоты, т. е. при суммировании отдельных импульсов, форма волны на выходе останется подобной исходному электрическому импульсу.

В настоящей работе проведено расчетно-теоретическое исследование импульсного режима работы пластинчатого излучателя, нагруженного на иммерсионную среду. На основе анализа этого режима показана потенциальная возможность получения на выходе ПЭП зондирующих импульсов малой длительности.

Получение малой длительности излучаемого преобразователем зондирующего сигнала может быть объяснено следующим образом. Активный элемент пьезопреобразователя (пьезопластина, материал ЦТСНВ-1) возбуждается электрическим сигналом сложной формы,

состоящим, например, из двух полупериодов синусоиды на колебаний толщинных пластины. (возбуждающий) вызывает полупериод переходный процесс в преобразователе. Результатом этого является чрезвычайно затянутый акустический сигнал на выходе ПЭП. Второй полупериод (компенсирующий), подаваемый через некоторое время после возбуждающего, также вызывает длительный переходный процесс. Если заранее правильно определить амплитуду (с учетом знака) компенсирующего полупериода, то можно добиться того, что два переходных процесса частично скомпенсируют друг друга. В результате ПЭП будет излучать короткий акустический импульс. Если регулировать время подачи компенсирующего полупериода, то можно изменять длительность зондирующего акустического сигнала. Это означает, что при помощи даже узкополосных преобразователей возможно решение поставленной задачи.

## II. Анализ импульсного режима работы пьезопреобразователя

Пусть пластина из пьезоэлектрической керамики (рис. 1) нагружена на среды с удельными акустическими импедансами  $z_1$  и  $z_2$ , с рабочей стороны и с тыльной стороны, соответственно. Удельный акустический импеданс пьезокерамики обозначим через  $z_{\rm K}$ . На пьезопластину подается электрическое напряжение U в виде полупериода синусоидального напряжения на собственной частоте колебаний пластины  $\omega_0$ .

На правой грани пьезопластины при подаче электрического напряжения возникнут волны упругого смещения  $\xi_1=\xi_{m1}e^{-jk_1x}$  и  $\xi_2=\xi_{m2}e^{-jk_Kx}$  где  $k_1$  и  $k_{\rm K}$  — волновые числа в среде 1 и пьезокерамике, соответственно,  $\xi_{m1}$  и  $\xi_{m2}$  — амплитудные значения смещений. Ось x направлена по толщине пластины. Напряженность электрического поля E=U/d, где d — толщина пьезопластины. При этом мы пренебрегаем прямым пьезоэффектом. На границе со средой 1 выполняются условия непрерывности смещений и упругих напряжений. Отсюда при x=0 получаем, что  $\xi_{m1}=\xi_{m2}$ . Для упругих напряжений имеем:

$$\begin{split} \sigma_{\mathbf{K}} &= c_{33}^D \frac{\partial \xi_2}{\partial x} - e_{33} \frac{U}{d} = j \omega_0 z_{\mathbf{K}} \xi_{m2} - e_{33} \frac{U}{d} ; \\ \sigma_1 &= \rho_1 c_1^2 \frac{\partial \xi_1}{\partial x} = -j \omega z_1 \xi_{m1} . \end{split}$$

Здесь  $c_{33}^D$  — упругий модуль пьезокерамики при постоянной электрической индукции;  $e_{33}$  — пьезоконстанта;  $\rho_1$  и  $c_1$  — плотность среды I и скорость звука в ней. Из условий  $\xi_{m1}=\xi_{m2}$  и  $\sigma_{\kappa}=\sigma_1$  ( $\sigma_{\kappa}$  и  $\sigma_1$  — нормальные напряжения, направленные вдоль оси x) находим  $\xi_{m1}=AD_1$ , где  $A=e_{33}U/(2\,j\omega dz_{\kappa})$ ,  $D_1=2z_{\kappa}/(z_1+z_{\kappa})$  — коэффициент прохождения по смещению из пьезокерамики в среду 1. Аналогичным

образом для левой грани получим  $\xi_{m3} = -AD_2$ , где  $D_2 = 2z_{\kappa}/(z_2 + z_{\kappa})$ .

Колебания граней пьезопластины можно рассматривать независимо друг от друга. Результирующий сигнал получается сложением компонентов, излученных каждой гранью в отдельности. Волны, распространяющиеся от правой грани к левой, будут отражаться от нее с коэффициентом отражения  $R_2 = (z_{\rm K} - z_2)/(z_{\rm K} + z_2)$ , а волны, распространяющиеся от левой грани к правой, будут отражаться от нее с коэффициентом отражения  $R_1 = (z_{\rm K} - z_1)/(z_{\rm K} + z_1)$ . Волны, приходящие изнутри преобразователя к правой грани, будут частично выходить в среду с удельным акустическим импедансом  $z_1$  с коэффициентом прохождения  $D_1$ . Аналогично в среду, имеющую удельный акустический импеданс  $z_2$ , волны будут выходить с коэффициентом прохождения  $D_2$ .

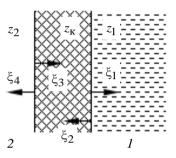


Рис. 1. Схема задачи

Номера полупериодов переходного процесса пронумеруем:  $i=0,\ 1,\ 2,\ \dots$  Нормируем амплитуды переходного процесса к амплитуде начального полупериода  $AD_1$ . Тогда амплитуды нормированного процесса в каждый из полупериодов будут:  $a_0=1$ ;

$$a_i = D_1 R_2 \left(R_1 R_2\right)^{(i/2)-1} = D_1 R_2 R^{(i/2)-1} -$$
для четных  $i \neq 0$  ; 
$$a_i = -D_2 R^{(i-1)/2} -$$
для нечетных номеров  $\underline{i}; \ R = R_1 R_2$  .

Рассмотрим конкретный пример. В качестве активного материала выберем пьезокерамику ЦТСНВ-1 (  $z_{\rm K}=30\cdot 10^6~{\rm Ha\cdot c\,/m}$  ). Будем считать, что пластина нагружена на воду (  $z_1=1,5\cdot 10^6~{\rm Ha\cdot c\,/m}$  ), а тыльная ее сторона граничит с воздухом (  $z_2=0$  ). Нормированные к амплитуде начального полупериода значения амплитуд смещения  $\xi/\xi_0$  (с учетом знака), рассчитанные по предыдущим формулам, приведены в табл. 1. Из табл. 1 видно, что переходный процесс, вызванный возбуждающим электрическим импульсом длительностью в один полупериод, сильно затянут. Фактически он превышает 20 полупериодов.

ТАБЛИЦА I НОРМИРОВАННЫЕ К АМПЛИТУДЕ НАЧАЛЬНОГО ПОЛУПЕРИОДА ЗНАЧЕНИЯ АМПЛИТУД СМЕЩЕНИЯ

Номер полу- периода	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ξ/ξ0	1	-2	1,91	-1,81	1,72	-1,64	1,56	-1,48	1,41	-1,34

Расчет переходного процесса, произведенный для случая возбуждения пластины одним полупериодом электрического напряжения, может послужить базой для расчета в случае ее возбуждения системой однополупериодных импульсов той же частоты. Результирующий процесс может быть получен как суперпозиция отдельных процессов с учетом заданных амплитуд и сдвига по времени.

При расчетах удобно рассматривать безразмерное время  $T=t/\left(T_0/2\right)$ , где t — физическое время, а  $T_0$  — длительность периода собственных колебаний.

Если процесс, порожденный одним возбуждающим импульсом, обозначить через  $s_0\left(T\right)$ , а число последующих возбуждающих импульсов равно j, то суммарный процесс

можно записать в виде 
$$s(T) = s_0(T) + \sum_{i=1}^{j} a_i s_0(T - T_i)$$
, где

 $a_i$  — амплитуды возбуждающих импульсов,  $T_1 < T_2 < \dots < \dots < T_i \le T-1$  и  $T_i$  — целые числа.

Покажем, что проблема получения короткого акустического импульса может быть решена путем подачи в некоторый момент времени компенсирующего электрического импульса также в виде полупериода синусоиды собственной частоты, с определенной амплитудой и полярностью, противоположной полярности исходного процесса в полупериод действия компенсирующего импульса.

Пусть в некоторый полупериод с четным номером  $i\neq 0$  подается компенсирующий импульс  $U_{\text{комп}}$ . Обозначим через a отношение амплитуд  $U_{\text{комп}}/U$ , где U – амплитуда начального возбуждающего импульса. В этот полупериод амплитуда  $\xi_i$  исходного процесса определится выражением  $\xi_i = D_1 R_2 R^{(i/2)-1}$ , а значение компенсирующего процесса  $\xi_{\text{комп}} = -a$ . Результирующий сигнал в данный полупериод равен  $\xi_{\text{рез}} = D_1 R_2 R^{(i/2)-1} - a$ . В следующий полупериод

(нечетный номер 
$$\,i+1\,)$$
 имеем  $\left\{ \xi_{i+1} = -D_2 R^{\dfrac{i+1-1}{2}} \ , \xi_{\mathrm{комп}} = a D_2 \right.$ 

Результирующий процесс должен быть равен нулю в полупериод с номером i+1 , т. е.  $\xi_{\rm pes}=D_2\left(a-R^{i/2}\right)=0$  , откуда следует, что  $a=R^{i/2}$  .

Рассмотрим, что произойдет в следующий (четный) полупериод с номером (i+2). Основной процесс  $\xi_{i+2}=D_1R_2R^{\frac{i+2}{2}-1}=D_1R_2R^{i/2}$ . Компенсирующий процесс  $\xi_{\text{комп}}=-D_1R_2R^0a=-D_1R_2R^{i/2}$ . Результирующий процесс  $\xi_{\text{рез}}=\xi_{i+2}+\xi_{\text{комп}}=0$ . Отсюда следует, что и во все последующие полупериоды переходный процесс компенсируется полностью.

Рассмотрим теперь случай, когда компенсирующий импульс подается в полупериод с нечетным номером. Тогда основной процесс  $\xi_i = -D_2 R^{(i-1)/2}$ . Компенсирующий процесс в данный полупериод  $\xi_{\text{комп}} = a$ . Результирующий

процесс 
$$(\xi_i)_{\text{pe3}} = -D_2 R^{\frac{t-1}{2}} + a$$
. В следующий полупериод

(четный) с номером (i+1)  $\xi_{i+1} = D_1 R_2 R^{\frac{i-1}{2}}$ ;  $\xi_{\text{комп}} = -aD_2$ . Результирующий процесс в данный полупериод  $\xi_{\text{рез}} = D_1 R_2 R^{\frac{i-1}{2}} - D_2 a = 0 \,, \qquad \text{откуда} \qquad a = \left(\frac{D_1 R_2}{D_2}\right) R^{\frac{i-1}{2}} \,.$ 

Расчеты показали, что в полупериоды с четными номерами компенсация остается полной, а в полупериоды с нечетными номерами не является полной, но амплитуды результирующего процесса являются малыми, не превышающими 0,4 % от начальной амплитуды процесса.

Из рассмотренного выше видно, что при подаче компенсирующего импульса в полупериод i с четным номером, не только для односторонне нагруженной пьезопластины ( $z_2=0$ ) достигается полная компенсация, а и при произвольных акустических нагрузках  $z_1$  и  $z_2$  в полупериод с номером (i+2) результирующий процесс будет равен нулю. Фактически это означает, что вообще для демпфированного преобразователя, когда  $z_2 \neq 0$ , возможна полная компенсация.

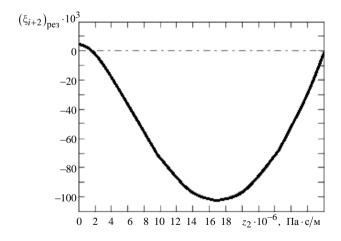


Рис. 2. Зависимость  $\left(\xi_{i+2}\right)_{\mathrm{pe}_3}$  от удельного импеданса демпфера  $z_2$ 

Интересным является случай, когда  $z_1=z_2$ , т. е. случай симметричной двусторонней нагрузки. При этом  $R_1=R_2$ ,  $R=R_1^2$ ,  $D_2=D_1$ , и амплитуда компенсирующего импульса  $a=R_1^i$ . Учет всех этих условий в формуле для результирующего процесса показывает, что  $\left(\xi_{i+2}\right)_{\mathrm{pe}_3}=0$ . Таким образом, имеем случай полной компенсации.

В общем случае демпфированного преобразователя (  $z_2 \neq 0$  и  $z_2 \neq 1,5 \cdot 10^6$  Па · с/м ) имеем формулу  $\left(\xi_{i+2}\right)_{\rm pes} =$ 

$$=R^{rac{i+1}{2}}D_2\Bigg[-1+rac{D_1^2R_2}{D_2^2R_1}\Bigg],$$
 по которой можно рассчитать .

отличные от нуля амплитуды процесса при различных i и различных  $z_2$ . Так как с ростом номера i процесс затухает, то целесообразно провести расчеты для i=1, чтобы оценить максимум амплитуды после компенсации.

На рис. 2 приведена зависимость  $\left(\xi_{i+2}\right)_{\mathrm{pe}_3}$  при i=1 от удельного импеданса  $z_2$  демпфера. С ростом  $z_2$ от 0 до  $15,6\cdot10^6$  Па $\cdot$ с/м наблюдается монотонное уменьшение  $\xi_{\text{pe3}}$  от  $4{,}53{\cdot}10^{-3}$  до  $-0{,}1{,}$  переходя через 0при  $z_2 = 1.5 \cdot 10^6 \text{ } \Pi \text{a} \cdot \text{c/m}$  , после чего снова возрастает. Интересно отметить, что при симметричном режиме  $(z_1 = z_2 = 1.5 \cdot 10^6 \text{ Ha} \cdot \text{c/m})$ излучения неполная компенсация становится полной. При дальнейшем возрастании  $z_2$  рассматриваемая функция меняет знак и увеличивается по абсолютному значению до тех пор, пока  $z_2$  не превысит значения  $17 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с/м}$ . Дальнейший рост  $z_2$  приводит к уменьшению абсолютного значения функции  $(\xi_{i+2})_{pe3}$ , которая при  $z_2 = z_{K}$  становится равной нулю (случай "идеального" демпфера).

#### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе путем применения метода Даламбера исследован импульсный режим работы пластинчатого пьезоизлучателя. Изучена возможность прекращения в нем переходного процесса. Предложен метод, позволяющий определять амплитуды электрического компенсирующего импульса. Получены математические выражения для амплитуды компенсирующего импульса для различных моментов времени и различных степеней демпфирования преобразователя. Отмечено, что компенсация может быть полной и неполной. В случае неполной компенсации осуществлены оценки максимальных амплитуд акустических импульсов после возлействия компенсирующего импульса. Показано, что неполная компенсация переходит в полную при  $z_2 = z_1$ , т. е. при симметричной нагрузке пьезопластины.

#### Благодарности

Авторы выражают признательность сотрудникам кафедры Электроакустики и ультразвуковой техники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» за полезные дискуссии.

#### Список литературы

- [1] Коновалов С.И., Кузьменко А.Г. Особенности импульсных режимов работы электроакустических пьезоэлектрических преобразователей. СПб.: Политехника, 2014. 294 с.
- [2] Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля / Под общ. ред. И. Н. Ермолова. М.: Машиностроение, 1986. 280 с.
- [3] Домаркас В.И., Кажис Р.-Й.Ю. Контрольно-измерительные пьезоэлектрические преобразователи. Вильнюс: Минтис, 1974. 256 с.
- [4] Коновалов С.И., Кузьменко А.Г. О возможности сокращения длительности переходного процесса в акустическом преобразователе при помощи компенсирующего электрического импульса // Дефектоскопия. 2014. Т. 50, № 7. С. 12-19.
- [5] Коновалов С.И., Кузьменко А.Г. Получение коротких импульсов на выходе системы излучения-приема при возбуждении излучателя электрическими импульсами специальной формы // Дефектоскопия. 2016. Т. 52, № 4. С. 16-25.