

# Расчетный анализ влияния вращения на распространение поверхностных акустических волн в кристаллах

Я. Дурукан<sup>1</sup>, Е. С. Попкова<sup>2</sup>, А. Н. Перегудов, М. М. Шевелько  
Факультет Информационно-измерительных и Биотехнических систем,  
Кафедра Электроакустики и Ультразвуковой Техники  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)  
<sup>1</sup>durukanleti@gmail.com, <sup>2</sup>espopkova@etu.ru

**Аннотация.** Приведены результаты расчетного анализа влияния вращения на характеристики поверхностных акустических волн в кристаллах; выявлены параметры, которые могут быть использованы в качестве информативного сигнала; предложена новая концепция построения чувствительного элемента гироскопа на поверхностных акустических волнах.

**Ключевые слова:** *поверхностные акустические волны; угловая скорость; расчетный анализ; чувствительный элемент гироскопа*

## I. ВВЕДЕНИЕ

Моделирование физических процессов в анизотропных средах зачастую сводится к достаточно сложным математическим моделям. Одной из практических реализаций механики сплошных сред, рассматриваемой в ряде случаев как область математического анализа, является распространение поверхностных акустических волн (ПАВ) в кристаллах.

Актуальность проведения исследований в данной области связана со стремительным развитием акустоэлектронных устройств на ПАВ и их широчайшим применением во множестве технических областей.

Одним из направлений подобных исследований являются исследования влияния на параметры распространения ПАВ вращения. Твердотельные датчики угловой скорости на базе акустических волн представляют собой потенциальную альтернативу существующих датчиков MEMS, которые имеют эксплуатационные ограничения применения в высокочастотных системах, связанные с наличием в их конструкции торсионных подвесов.

Очевидно, первой работой, посвященной изучению распространения ПАВ в условиях вращения, является [1], где приведены основные уравнения. Некоторые общие теоретические соотношения были получены авторами [2].

Работа выполнена в рамках научно-исследовательской работы по Гранту Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации НШ-4165.2018.8.

Также делались попытки создания конструкции чувствительного элемента гироскопа на поверхностных волнах [3], однако работоспособность данной конструкции не подтвердилась ни теоретически, ни экспериментально.

В связи с этим, изучение данной научной проблемы остается по-прежнему актуальным и открывает потенциальную возможность поиска инновационных подходов к решению задачи создания навигационных датчиков на ПАВ.

## II. ТЕОРИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАВ ПРИ НАЛИЧИИ ВРАЩЕНИЯ

Распространение ПАВ в твердой пьезоэлектрической среде при наличии вращения может быть описано системой дифференциальных уравнений (1), полученной из совместного решения уравнения движения и уравнения пьезоэффекта:

$$\left\{ \begin{aligned} &\rho \cdot \left( \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} + 2(\epsilon_{ink} \Omega_n) \frac{\partial \xi_k}{\partial t} + (\Omega_i \Omega_k \xi_k - \Omega_k \Omega_i \xi_i) \right) = \\ &= C_{iklm} \frac{\partial^2 \xi_m}{\partial x_k \partial x_l} + e_{jik} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_j \partial x_k} \\ &e_{prs} \frac{\partial^2 \xi_s}{\partial x_p \partial x_r} - \epsilon_{pq} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_p \partial x_q} = 0 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $\xi_{i0}$  – компоненты вектора смещения,  $C_{iklm}$  – тензор модулей упругости материала звукопровода,  $\epsilon_{ink}$  – символ Леви-Чивита,  $\Omega_i$  – компоненты вектора угловой скорости,  $x_k, t$  – пространственные и временная координаты,  $e_{jik}, \epsilon_{pq}$  – тензор пьезоэлектрических и диэлектрических постоянных соответственно,  $\phi$  – электрический потенциал.

Решение системы (1) ищется в виде линейной комбинации плоских гармонических волн, описываемых выражениями вида

$$\begin{aligned} \xi_i &= \xi_{i0} \cdot \cos(\omega t - k_m x_m) \\ \phi &= \phi_0 \cdot \cos(\omega t - k_m x_m) \end{aligned}$$

где  $\xi_{i0}$  – амплитуда волны,  $k_m$  – компоненты волнового вектора,  $\omega$  – частота.

Введем параметр  $W_i = \Omega_i/\omega$  – относительная частота вращения и, учитывая его малость для всех практически реализуемых случаев, для совместного решения системы (1) будем иметь:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho \cdot v^2 & \Gamma_{12} + 2j\rho \cdot v^2 W_3 & \Gamma_{13} - 2j\rho \cdot v^2 W_2 & \gamma_1 \\ \Gamma_{12} - 2j\rho \cdot v^2 W_3 & \Gamma_{22} - \rho \cdot v^2 & \Gamma_{23} + 2j\rho \cdot v^2 W_1 & \gamma_2 \\ \Gamma_{13} + 2j\rho \cdot v^2 W_2 & \Gamma_{23} - 2j\rho \cdot v^2 W_1 & \Gamma_{33} - \rho \cdot v^2 & \gamma_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \xi_{01} \\ \xi_{02} \\ \xi_{03} \\ \phi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $\Gamma_{im} = C_{iklm} l_k l_l$ ,  $\gamma_i = e_{jik} l_j l_k$ ,  $\gamma_4 = -\varepsilon_{pq} l_p l_q$ ,  $l_i$  – направляющий косинус,  $v$  – фазовая скорость.

Полученное выражение представляет собой систему уравнений типа Грина-Кристоффеля для вращающейся твердой анизотропной среды. Таким образом, задача нахождения скоростей и поляризаций парциальных волн сводится к обобщенной задаче на нахождение собственных векторов и чисел.

### III. РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАВ ПРИ НАЛИЧИИ ВРАЩЕНИЯ

Для рассматриваемой задачи не существует линейного аналитического решения, в связи с чем приходится использовать алгоритмы решения численными методами. При этом итерационный поиск скоростей удовлетворяет комбинации граничных условий и уравнения типа Грина-Кристоффеля.

С помощью разработанного авторами программного обеспечения были проведены математическое моделирование и расчетный анализ изменения и зависимости параметров ПАВ от угловой скорости.

Проведенные теоретические исследования и численные расчеты показали, что в ряде пьезокристаллов существуют так называемые «непьезоэлектрические» («непьезоактивные») направления, где распространение ПАВ не связано с электрическим полем.

На рис. 1 представлена зависимость нормированной величины электрического потенциала для Y-среза лангасита ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ) от угла между осью  $X_1$  и направлением распространения ПАВ – нулевое значение соответствует «непьезоактивному» направлению.

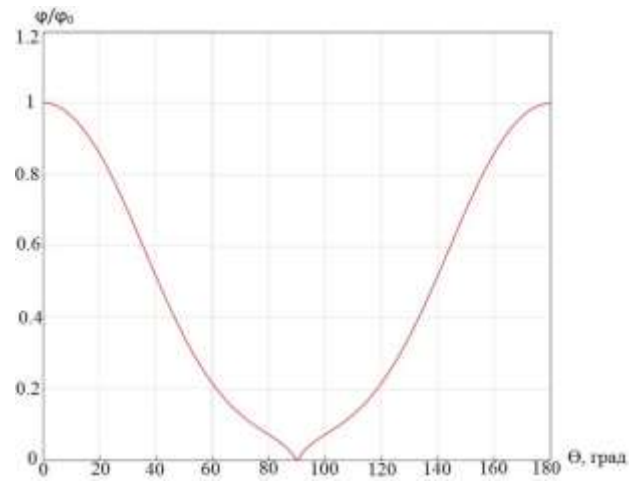


Рис. 1. «Непьезоэлектрическое» направление в кристалле  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$

Принципиально важной, выявленной в результате анализа, особенностью «непьезоэлектрических» направлений является то, что в условиях вращения в данных направлениях появляются условия, при которых акустическая волна сопровождается волной электрического потенциала  $\phi$ , амплитуда которого при этом пропорциональна угловой скорости  $\Omega$ , что может являться основой для создания новых датчиков угловой скорости на базе ПАВ. С точки зрения практического применения определяющим является постоянство скорости ПАВ, а также линейность зависимости изменения электрического потенциала от относительной скорости вращения для всех реализуемых на практике значений относительной угловой скорости.

На рис. 2 показана зависимость нормированной величины электрического потенциала для Y-среза лангасита ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ) от относительной скорости вращения  $W$  для различных направлений.

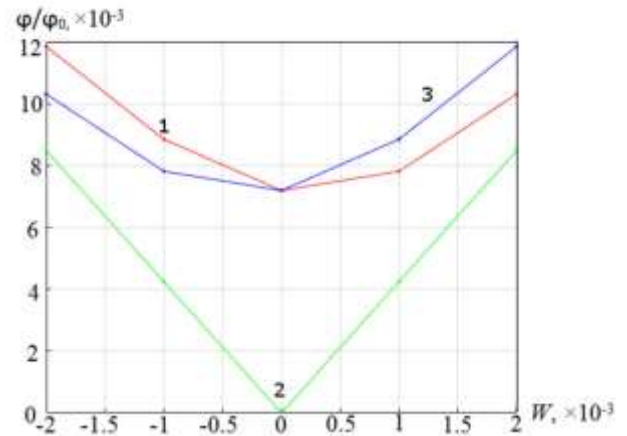


Рис. 2. Зависимость величины нормированного электрического потенциала от относительной скорости вращения в кристалле  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$  (1 – 89.8°; 2 – 90°; 3 – 90.2°)

#### IV. ПРАКТИЧЕСКАЯ ПРИМЕНИМОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТНОГО АНАЛИЗА

Выявленная зависимость величины электрического потенциала, сопровождающего распространение ПАВ, от величины угловой скорости позволила авторам сформулировать принципиально новую концепцию конструктивной реализации чувствительного элемента твердотельного датчика угловой скорости на ПАВ [6], [7]. При этом в основу предложенных конструктивных реализаций положено появление электрического потенциала и его пропорциональность скорости вращения в найденных с помощью численного анализа «непьезоактивных» направлениях.

Конструкция чувствительного элемента приведена на рисунке 3, где 1 - звукопровод, 2 – «непьезоэлектрическое» направление, 3 - излучающий преобразователь, 4 - приемный преобразователь, 5 - поглотитель.

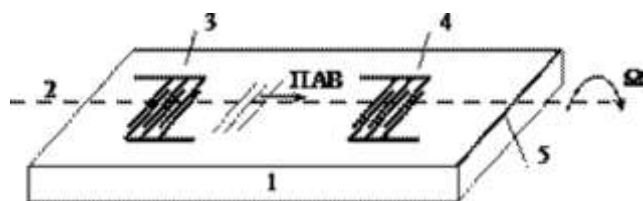


Рис. 3. Чувствительный элемент твердотельного гироскопа на ПАВ

#### V. ВЫВОДЫ

В работе представлены результаты математического моделирования и расчетного анализа зависимости

параметров ПАВ от величины угловой скорости. На основе полученных результатов выявлены параметры ПАВ, изменение которых от скорости вращения может использоваться в качестве информативного сигнала. Это позволило авторам сформулировать принципиально новую концепцию конструктивной реализации чувствительного элемента твердотельного датчика угловой скорости на ПАВ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Gyroscopic effect in surface acoustic waves / Y. Lao Binneg // Ultrasonic Symposium, 1980. P. 687-691.
- [2] Гирскопический эффект в поверхностных акустических волнах / С.А. Сарапулов, С.П. Кисиленко // Докл. нац. ак. наук Украины, 1989. С. 62-65.
- [3] Lee S.W., Rhim J. W., Park S.W., Yang S.S. A micro rate gyroscope based on the SAW gyroscopic effect // Journal of micromechanics and Microengineering. 2007. Pp. 2272-2279.
- [4] Лукьянов Д.П., Шевелько М.М., Перегудов А.Н., Грибкова Е.С. Исследование возможностей построения чувствительных элементов твердотельных микро-гироскопов на поверхностных акустических волнах с использованием анизотропии пьезосвойств кристаллов // Гироскопия и навигация. 2010. №3 (70). С. 37-49.
- [5] Грибкова Е.С., Перегудов А.Н., Шевелько М.М. О возможности создания датчиков угловой скорости на базе акустических волн // Труды ЦНИИ им.акад. А.Н. Крылова. 2010. Вып.2, 52 (336). С. 193-202.
- [6] Пат. РФ № 2426131 / Е.С. Грибкова, Д.П. Лукьянов, А.Н. Перегудов, М.М. Шевелько. Способ и устройство для измерения угловой скорости; Оpubл. 10.08.11.
- [7] Пат. РФ № 2426132 / Е.С. Грибкова, Д.П. Лукьянов, А.Н. Перегудов, М.М. Шевелько. Способ и устройство для измерения угловой скорости; Оpubл. 10.08.11.