

Методика проверки абсолютной устойчивости импульсной распределенной системы управления

Ю. В. Ильюшин

Санкт-Петербургский горный университет
ilyushin_y@spmi.ru

И. М. Новожилов

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
novozhilovim@list.ru

Аннотация. В статье рассматривается вопрос устойчивого протекания тепловых процессов при стабилизации температурного поля. Рассматриваются тепловые процессы в печах различного назначения в особенности в камерах сушки и обжарки. Рассмотрена система управления и стабилизации температурного поля.

Ключевые слова: управление; устойчивость; температурное поле; функция Грина

I. ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе развития человеческой цивилизации, автоматические системы управления затронули все сферы человеческого общества. В последние годы они глубоко внедрились в системы агропромышленного комплекса. Если еще несколько десятилетий назад человек собирал и сушил пшеницу, молот муку и пек хлеб собственными руками. То сейчас все эти процедуры делают комбайны, сушильные печи, печи хлебопекарного и кондитерского назначения. Но процесс автоматизации ручного труда приводит к большому усложнению технологического процесса. Так, например, появилась проблема стабилизации температурного поля при протекании тепловых процессов в камерах сушки (сушильных печах типа СЗС), подогрева, выпечки хлебобулочных изделий [1–3]. Однако она была решена, но остался вопрос устойчивости протекания тепловых процессов. Устойчивость процесса в данном случае особенно важна, так как во время сушки появляется большое количество избыточной влаги, которая снижает эффективность процесса поднятия температуры сушильной камеры.

Поставим задачу анализа устойчивости распределенной системы управления температурным полем камеры сушки.

В качестве объекта управления рассмотрим изотропный цилиндрический стержень. Управляющим воздействием является тепловой поток создаваемый источниками, в виде секций секционного нагревателя, распределенными по границе боковой поверхности стержня. Включение источников реализуется с помощью импульсных элементов. На концах стержня поддерживается нулевая температура. Математическая модель процесса распространения тепла будет иметь вид [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \delta(x - \xi) \delta(t - \tau); \quad 0 < x < l; \quad t > 0;$$

$$T(0, t) = T(l, t) = 0;$$

$$T(x, 0) = \delta(x - \xi) \delta(t).$$

Структурная схема замкнутой системы управления представлена на рис. 1

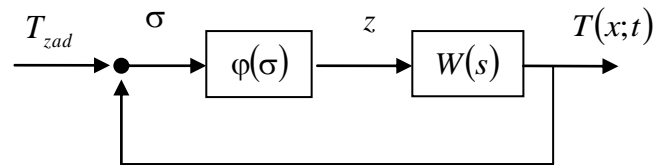


Рис. 1. Структурная схема системы управления

Входным сигналом нелинейного звена будет отклонение функции выхода системы от заданного значения

$$\sigma(x, t) = T(x, t) - T_{zad}.$$

При выполнении условия $T(\xi_{kp}, \tau_1) - T_{zad} = 0$ в крайних точках расположения источников ξ_1 и ξ_2 , в некоторый момент времени τ_1 , в точке наблюдения x_H :

$$\sigma(x_H, \tau_1) = T(x_H, \tau_1) - T_{zad}.$$

где

$$\tau_1 = \left(\frac{l}{\pi a} \right)^2 \ln \left(\frac{2 \sin \frac{\pi}{l} x_{kp} \sum_{i=1}^d \sin \frac{\pi}{l} \xi_i}{l T_{zad}} \right),$$

При условии:

$$2 \sin \frac{\pi}{l} x_{kp} \sum_{i=1}^d \sin \frac{\pi}{l} \xi_i \geq l T_{zad}.$$

Выразим значение сигнала.

$$\sigma(x_H, \tau_1) = \frac{2}{l} \exp \left[- \left(\frac{\pi a}{l} \right)^2 \tau_1 \right] \sin \frac{\pi}{l} x_H \sum_{i=1}^d \sin \frac{\pi}{l} \xi_i - T_{\text{зад}}$$

Реакцией нелинейного элемента $\phi(\sigma(x, t))$ будет суммарное значение импульсных воздействий вырабатываемых в крайних точках ξ_1 и ξ_2 , которые можно представить в виде функции Грина [5, 6]:

$$G(x, t, \xi, \tau) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 (t - \tau) \right] \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi n}{l} \xi.$$

Для точки наблюдения x_H , являющейся серединой отрезка, при симметричном расположении источников, можно записать:

$$\phi(\sigma(x, t)) = 2G(x, t, \xi_{\text{кр}}, \tau_1).$$

Выходная функция нелинейного элемента может быть представлена как сумма двух значений дельта функции в точке наблюдения x . Воспользуемся формулой [7, 8]:

$$\phi(\sigma(x, t)) = \frac{4}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 (t - \tau_1) \right] \sin \frac{\pi n}{l} x_H \sin \frac{\pi n}{l} \xi_1.$$

Максимальное значение этих воздействий в точке x_H будет наблюдаться в момент времени t_{max} , где t_{max} – время прихода максимума сигнала от источника к точке наблюдения, определяется по формуле.

$$t_m = \begin{cases} \frac{\left(\frac{l}{2} - \xi_1 \right)^2}{2a^2} + \tau_1; & \text{при } \frac{3l}{10} \leq \xi_1 \leq \frac{l}{2} \\ -\frac{\left(\frac{l}{10} - \xi_1 \right)^2}{2a^2} + \frac{l^2}{25a^2} + \tau_1; & \text{при } \frac{l}{10} \leq \xi_1 \leq \frac{3l}{10}; \\ \frac{\left(\frac{l}{10} - \xi_1 \right)^2}{4a^2} + \frac{l^2}{25a^2} + \tau_1; & \text{при } 0 \leq \xi_1 \leq \frac{l}{10} \end{cases}$$

Таким образом, выражением функции выхода нелинейного элемента в точке наблюдения, будет значение функции

$$\phi(\sigma(x_H, t_{\text{max}})) = \frac{4}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 (t_{\text{max}} - \tau_1) \right] \sin \frac{\pi n}{l} x_H \sin \frac{\pi n}{l} \xi_1$$

Данные выражения определяют неявную зависимость между входным и выходным сигналами нелинейного элемента.

Угловым коэффициентом прямой, ограничивающей сектор в котором располагается нелинейная характеристика, определим как отношение значения $\phi(\sigma(x_H, t_{\text{max}}))$ к значению $\sigma(x_H, \tau_1)$, т.е.

$$\phi(\sigma(t_{\text{max}}; x_H)) k = \frac{\phi(\sigma(x_H, t_{\text{max}}))}{\sigma(x_H, \tau_1)},$$

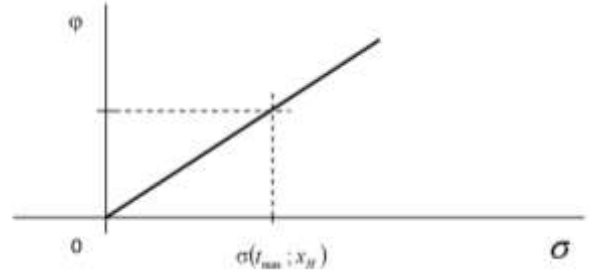


Рис. 2. Угол, ограничивающий сектор нелинейной характеристики

В системах с распределенными параметрами усилительное звено может быть представлено в виде:

$$K(G) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty.$$

Приняв $E_1 = k$ и $n_1 = 1$, определим значения угловых коэффициентов для каждой пространственной моды.

$$K_n = E_1 G_n.$$

Тогда, подобрав действительное число q , можно построить для каждой пространственной моды прямую Попова, проходящую через точку $\left(-\frac{1}{K_n}, 0 \right)$ действительной оси и точку $(0, q)$ мнимой оси комплексной плоскости.

Передаточная функция объекта по n -й моде входного воздействия может быть представлена в виде [9–11]:

$$W_n(s) = \frac{\exp[\beta_n x_H] + \exp[-\beta_n x_H]}{\exp[\beta_n l] + \exp[-\beta_n l]}, \quad (n = \overline{1, \infty}),$$

где $\beta_n = \left(\frac{s}{a} + \phi_n^2 \right)^{\frac{1}{2}}$, x_H – точка наблюдения. Для частотного анализа положим $s = j\omega$. При изменении частоты ω от 0 до ∞ функция $W_n(j\omega)$ опишет годограф для каждой пространственной моды. Для анализа абсолютной устойчивости используется модифицированная частотная характеристика $W^*(j\omega)$. Известно, что при изменении частоты ω от нуля до бесконечности, вектор $W^*(j\omega) = \text{Re}(W(j\omega)) + \omega \text{Im}(W(j\omega))$ также опишет годограф для каждой пространственной моды. Исследование нескольких пространственных мод,

позволит проводить анализ абсолютной устойчивости рассматриваемого класса нелинейных систем.

II. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим объект управления при следующих заданных параметрах: $l=0,45$ м – длина стержня; $x_H = l/2$ – точка наблюдения; $a=0,0044$ – коэффициент температуропроводности материала. Пусть количество секций нагревателя $r=20$, тогда $\xi_1=l/20=0,0225$ – середина левой крайней секции, $\xi_{20}=l-\xi_1=0,4275$ – середина правой крайней секции [12].

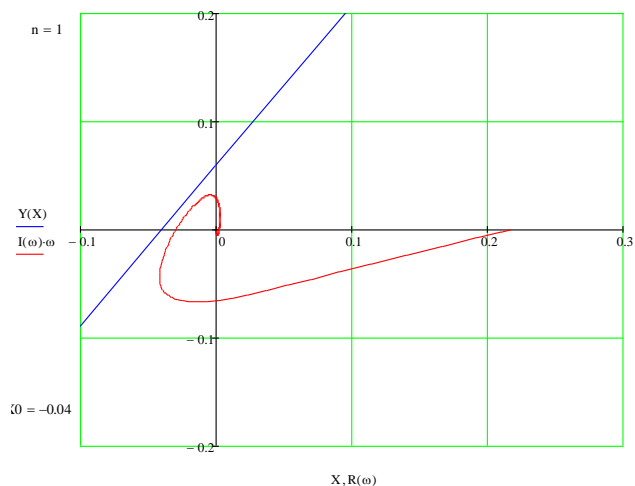


Рис. 3. Взаимное расположение годографа и прямой при $r=20$; $n=1$

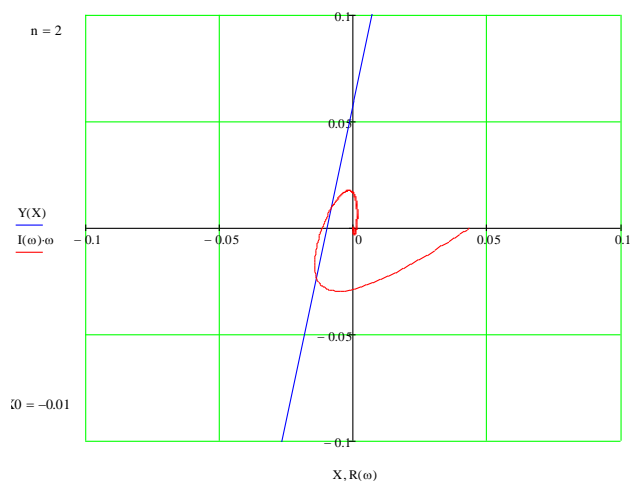


Рис. 4. Взаимное расположение годографа и прямой при $r=20$; $n=2$

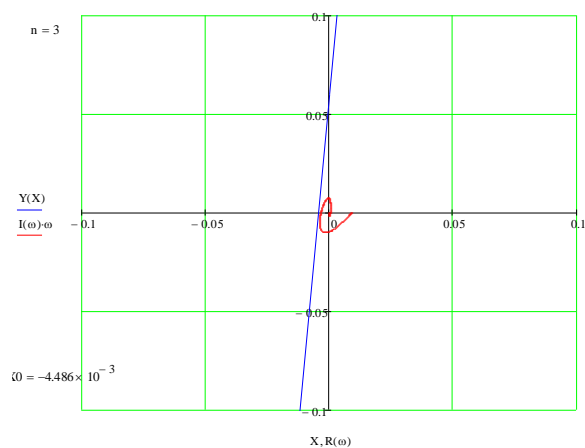


Рис. 5. Взаимное расположение годографа и прямой при $r=20$; $n=3$

Для второй моды годограф пересекает прямую Попова, следовательно, при количестве секций равно 20 система не устойчива. Пусть количество секций равно 23, тогда анализ четырех пространственных мод показывает, что система будет устойчивой.

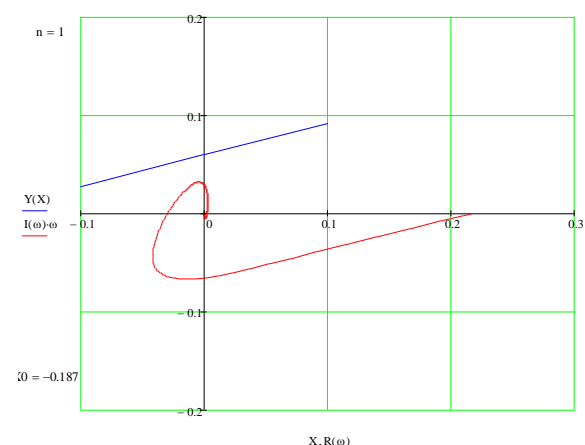


Рис. 6. Взаимное расположение годографа и прямой Попова при $r=23$; $n=1$

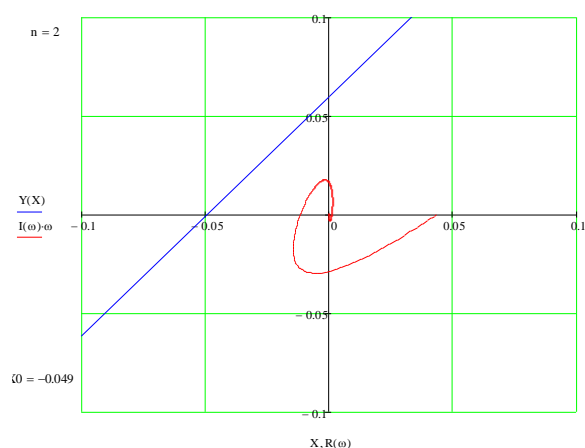


Рис. 7. Взаимное расположение годографа и прямой Попова при $r=23$; $n=2$

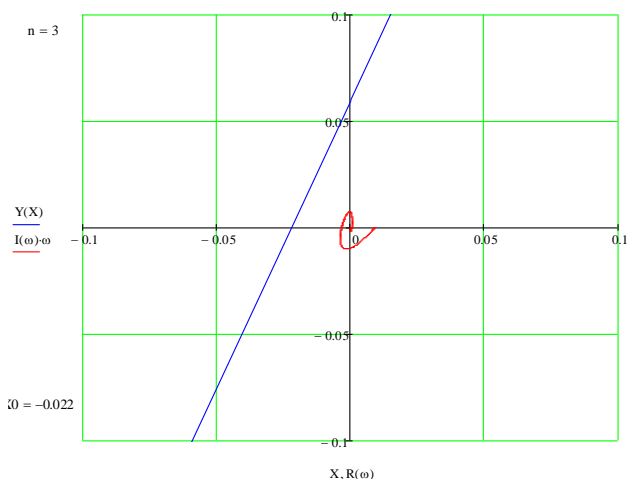


Рис. 8. Взаимное расположение годографа и прямой Попова при $r=23$; $n=3$

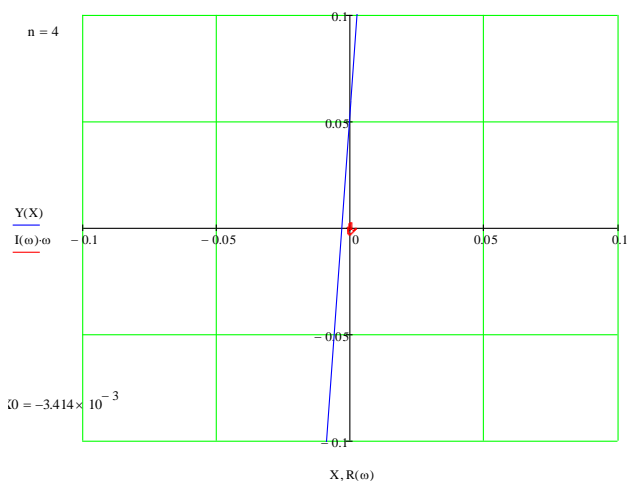


Рис. 9. Взаимное расположение годографа и прямой Попова при $r=23$; $n=4$

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлена зависимость устойчивости нелинейной распределенной системы от величины шага дискретизации управляющих воздействий. Количество точек дискретизации, с практической точки зрения, для рассматриваемого объекта можно интерпретировать как количество секций секционного нагревателя. Увеличение шага дискретизации, начиная с некоторого значения, приводит к тому, что устойчивая система становится неустойчивой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ilyushin Y., Pervukhin D., Afanasieva O., Klavdiev A., & Kolesnichenko S. (2014). Designing of Distributed Control System with Pulse Control. Middle-East Journal of Scientific Research, 21(3), 436-439. <http://dx.doi.org/10.5829/idosi.mejsr.2014.21.03.21433>
- [2] Ilyushin Y., Pervukhin D., Afanasieva O., Klavdiev A., & Kolesnichenko S. (2014). The Methods of the Synthesis of the Nonlinear Regulators for the Distributed One-Dimension Control Objects. Modern Applied Science 9 (2), 42-61. <http://dx.doi.org/10.5539/mas.v9n2p42>
- [3] Chernishev A. (2009). Adaptation of absolute stability frequency criterion to systems with distributed parameters. Mechatronics, automatization, control, 7, 13-18.
- [4] Chernishev A. (2009). Modified absolute stability criterion for nonlinear distributed systems. IHL News – North Caucasian region. Technical sciences, 3(151), 38-41.
- [5] Chernishev A. (2010). Interpretation of absolute stability criterion for nonlinear distributed systems. Automatization and modern technologies, 2, 28-32.
- [6] Chernishev A., Antonov V., & Shurakov D. (2010). System of temperature field stabilization criterion in the process of heat utilization in contact welding. Scientific-technical news of S.Pt.SPI, 6(113), 151-155.
- [7] Ilyushin Y. (2011). Designing of temperature field control system of tunnel kilns of conveyor type. Scientific-technical news of S.Pt.SPI, 3(126), 67-72.
- [8] Kolesnikov A. (2009). Nonlinear Oscillations Control. Energy Invariants. Journal of Computer and Systems Sciences International, 48(2), 185-198. <http://dx.doi.org/10.1134/S1064230709020038>
- [9] Kolesnikov A., Zarembo Ya., & Zarembo V. (2007). Discharge of a Copper-Magnesium Galvanic Cell in the Presence of a Weak Electromagnetic Field. Russian Journal of Physical Chemistry A, 81(7), 1178-1180. <http://dx.doi.org/10.1134/s003602440707031x>
- [10] Kolesnikov A., Zarembo Ya., Puchkov L., & Zarembo V. (2007). Zinc Electrochemical Reduction on a Steel Cathode in a Weak Electromagnetic Field. Russian Journal of Physical Chemistry A, 81(10), 1715-1717. <http://dx.doi.org/10.1134/s0036024407100330>