Синтез оптимального линейного регулятора скорости БДПМ в электроприводах промышленных роботов

М. П. Белов[1], Д. Х. Чан[2], Ч. Х. Фыонг[3]
Кафедра робототехники и автоматизации производственных систем (РАПС)
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)
[1]milesa58@mail.ru, [2]tuyetnhung110807@gmail.com, [3]tranhuuphuong83@gmail.com

***Аннотация*. Предложен новый метод разработки для регулятора тока и скорости электропривода системы на основе бесколлекторного двигателя с постоянными магнитами (БДПМ). Предложено решение синтеза оптимального регулятора скорости БДПМ на основе использования преобразования Фурье фазных токов и угла поворота ротора двигателя для сглаживания момента. Проанализировано насыщение фазных напряжений инвертера и процесс потери энергии в стали машины, вызываемой диффузией обратных фазных токов со случайными частотами. Доказана эффективность применения оптимального управления для синтеза оптимальной компенсации момента БДПМ с учетом зависимости электромагнитных характеристик двигателя от угла поворота его ротора на основе моделирования системы в среде Matlab/Simulink.**

Ключевые слова: инвертер; бесколлекторный двигатель с постоянными магнитами; оптимальный регулятор; преобразование Фурье

I. Математическая модель БДПМ

Электропривод на основе БДПМ используется во многих областях техники и промышленности. Современные электроприводы БДПМ широко применяются для управления манипуляторами и мобильными роботами. В электроприводах промышленных роботов требуются энергоэффективность и точные характеристики следящего крутящего момента во всем диапазоне скорости. Оптимальное управление крутящим моментом БДПМ с учетом гармоники электродвижущей силы на основе оптимизации Лагранжа [1] может снизить рассеяние мощности и насыщение напряжения управления. Для обеспечения незапаздывания фазных токов в индуктивных обмотках и момента двигателя при использовании метода непрямого оптимального управления моментом без учета соответствующей динамики обратной связи по току требуется либо регулирование тока с широкой полосой пропускания, либо достаточно низкий диапазон рабочих скоростей.

В работе предложена модель энергоэффективного управления моментом многофазных несинусоидальных БДПМ. Проведена оценка эффективности этой модели по сравнению с традиционной моделью двигателя, учитывающей зависимости индуктивности от угла поворота ротора. Предложен метод оптимального управления на основе максимального принципа с учетом применения преобразования Фурье фазных токов и угла поворота ротора в контуре управления моментом БДПМ. Синтезирован ПИ-регулятор скорости на основе оптимального линейного регулятора крутящего момента БДПМ.

Рассмотрим общий БДПМ с p фазы и n пар полюса. Фазные напряжения обмотки статора двигателя имеют следующий вид:

$$\mathbf{u} = \mathbf{L}\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{Ri} + \mathbf{F}(q)\dot{q}\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{i} = [i_1, i_2, \ldots i_p]^T$ – вектор токи обмоток статора, $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \ldots u_p]^T$ – вектор фазных напряжений обмоток статора, q – угловое положения ротора, $\mathbf{F}(q)$ – часть полного потока статора зависимости от углового положения ротора, $\mathbf{L}$ – матрица индуктивности обмоток статора, $\mathbf{R}$ – матрица фазных сопротивлений обмоток статора, $\dot{q}$ – угловая скорость ротора. Предположим, что индуктивность обмоток может быть представлена основной гармоникой разложения действительной индукции в ряд Фурье. Такое допущение, упрощающее анализ, является оправданным, так как во многих практических случаях шаг обмотки и коэффициенты распределения выбираются так, чтобы свести на нет влияние гармонических возмущений. Обозначение $\mathbf{i_0} = \mathbf{e}^T\mathbf{i}$. Тогда можно переписать уравнение (1) в виде:

$$\lambda\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{i} - \alpha\mathbf{i_0}\mathbf{e} = \frac{1}{R}\left(\mathbf{I} - \alpha\mathbf{J}\right)\left(\mathbf{u} - \mathbf{F}(q)\dot{q}\right); \tag{2}$$

$$\lambda_0\frac{d\mathbf{i_0}}{dt} + \mathbf{i_0} = \frac{1}{R}\mathbf{e}^T\left(\mathbf{u} - \mathbf{F}(q)\dot{q}\right), \tag{3}$$

где $\lambda = \dfrac{L_s - M_s}{R}$, $\lambda_0 = \dfrac{L_s + (p-1)M_s}{R}$ – постоянные времени двигателя, $\mathbf{I}$ – единичная матрица, $\mathbf{J} = \mathbf{e}^T\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = [1, 1, \ldots 1]^T$. $\alpha = \dfrac{M_s}{(p-1)M_s + L_s}$.

Для подключенных машин без нейтральной линии, на фазовые токи должно быть $i_0 = 0$. Из уравнения (3) следует, что: $\mathbf{e}^T\left(\mathbf{u} - \mathbf{F}(q)\dot{q}\right) = 0$, и устойчивость состояния i_0, равна $i_0(t) = i_0(0)e^{-\lambda_0 t}$. В этом случае член i_0 в уравнении (2) обращается в ноль, поэтому динамическое уравнение БДПМ без нейтральной линии упрощается и может быть представлено в следующем виде:

$$\lambda \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{i} = \frac{1}{R}\left(\mathbf{Bu} - \mathbf{F}'(q)\dot{q}\right), \qquad (4)$$

где $\mathbf{B} = \frac{1}{p}\begin{bmatrix} p-1 & -1 & ... & -1 \\ -1 & p-1 & ... & -1 \\ ... & ... & ... & ... \\ -1 & -1 & ... & p-1 \end{bmatrix}$, и $\mathbf{F}'(q) = \mathbf{BF}(q)$.

С другой стороны, электромагнитный момент τ, создаваемый электродвигателем, является результатом преобразования электрической энергии в механическую, и его можно найти по принципу виртуальной работы [2]:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{F}^{\mathbf{T}}(q)\mathbf{i} = \mathbf{F}'^{\mathbf{T}}(q)\mathbf{i}\,. \qquad (5)$$

Уравнения (4) и (5) польностью описывают общую модель параметров многофазных несинусоидальных синхроных машин с постояными магнитами.

Производная по времени из выражения (5) имеет вид:

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{F}'^{T}(q)\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{i}^T\frac{\partial \mathbf{F}'(q)}{\partial q}\dot{q}\,. \qquad (6)$$

Из уравнений (4), (5) и (6) имеем:

$$\boldsymbol{\tau} + \lambda\dot{\boldsymbol{\tau}} = \frac{1}{R}\mathbf{F}'^{T}(q)\mathbf{u}' - \frac{1}{R}\left\|\mathbf{F}'(q)\right\|^2\dot{q} + \mathbf{F}'_q(q)\lambda\mathbf{i}^T\dot{q}\,, \qquad (7)$$

где $\mathbf{u}' = \mathbf{B}u, \mathbf{F}'_q(q) = \dfrac{\partial \mathbf{F}'(q)}{\partial q}$.

Из уравнения (7) видно, что крутящий момент двигателя состоит из двух частей:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau} + \lambda\dot{\boldsymbol{\tau}} &= \frac{1}{R}\mathbf{F}'^{T}(q)\mathbf{u}' - \frac{1}{R}\left\|\mathbf{F}'(q)\right\|^2\dot{q} + \mathbf{F}'_{\mathbf{q}}(q)\lambda\mathbf{i}^T\dot{q} = \\ &= \mathbf{u}_p + \mathbf{u}_n\end{aligned}, \qquad (8)$$

где $\mathbf{u}_p$ – главный управляющий сигнал, управляющий электромагнитным моментом, а $\mathbf{u}_n$ используется для минимизации рассеивания мощности, достижения максимальной эффективности машины и для предотвращения насыщения фазных напряжений инвертера.

Далее используя уравнения (4) и (8) необходимо решить две задачи:

- оптимизировать контур тока в (5), чтобы предотвратить насыщение управляющего напряжения двигателя и снизить потери в стали, что приведет к повышению производительности машины и непрерывному крутящему моменту;
- оределить оптимальный регулятор крутящего момента. Решение этой задачи основано на решении задачи линейной оптимизации уравнения (8).

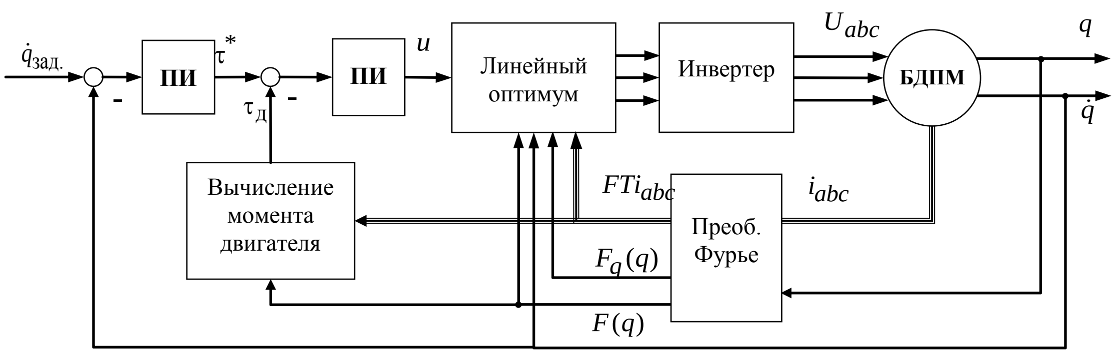

Рис. 1. Функциональная схема оптимального линейного регулятора скорости БДПМ

На рис. 1 показана функциональная схема оптимального линейного регулятора скорости БДПМ, в которой контур крутяшего момента основанный на применении линейной обратной связи тока и угла поворота ротора двигателя через преобразование Фурье. Анализ преобразования Фурье приведен в [1].

II. Оптимальное управление моментом.

Предположим, что главное управление с учетом уравнения (8) определяется как:

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{F}(q)\dot{q} + \mathbf{R}\left(\mathbf{u} - \lambda\mathbf{i}^T\mathbf{F}_q(q)\right)\boldsymbol{\eta}(q)\,, \qquad (9)$$

где $\boldsymbol{\eta}(q) = [\eta_1(q), \eta_2(q), ..., \eta_p(q)]^T$, $\mathbf{u}$ – вспомогательное входное управление.

Из уравнений (8) и (9) получаем дифференциальное уравнение крутящего момента с замкнутым контуром:

$$\boldsymbol{\tau} + \lambda\dot{\boldsymbol{\tau}} = \dot{q}\lambda\mathbf{i}^T\mathbf{F}_q(q) + \left(\mathbf{u} - \dot{q}\lambda\mathbf{i}^T\mathbf{F}_q(q)\right)\mathbf{F}'^{T}(q)\boldsymbol{\eta}(q). \qquad (10)$$

Уравнение (10) упрощается до линейного дифференциального уравнения первого порядка, когда выполняются следующие условия: $\mathbf{F}'^{T}(q)\boldsymbol{\eta}(q)=1, \forall q \in R,$ и минимальная норма дается формулой: $\boldsymbol{\eta}(q)=\dfrac{\mathbf{F}'(q)}{\left\|\mathbf{F}'(q)\right\|^{2}} \to \min,$ тогда главное управление с учетом уравнения (10) будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{u}_{p}=\mathbf{F}(q)\dot{q}+\mathbf{R}\frac{\left(\mathbf{u}-\lambda \mathbf{i}^{T}\mathbf{F}_{q}(q)\right)}{\left\|\mathbf{F}'(q)\right\|^{2}}\mathbf{F}'(q). \qquad (11)$$

Управление линеаризацией обратной связи (11) не только обеспечивает минимизацию потерю, но и уменьшает насыщение фазового напряжения обмоток. С другой стороны, минимизация рассеиваемой мощности может повысить эффективность машины и возможность непрерывного крутящего момента. Для достижения этого напряжение $\mathbf{u}$ должно удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{cases} -U_{\max}\mathbf{e} \le \mathbf{u} \le U_{\max}\mathbf{e} \\ \mathbf{e}^{T}\mathbf{u}_{q}=0 \text{ или } \mathbf{B}\mathbf{u}_{q}=\mathbf{u}_{q} \end{cases}, \qquad (12)$$

где $U_{\max}$ – максимальное напряжение инвертера.

Из уравнений (4) и (11) линейное уравнение контура токи имеет вид:

$$\lambda\frac{d\mathbf{i}}{dt}+\left(\mathbf{e}+\lambda\dot{q}\boldsymbol{\Lambda}\right)\mathbf{i}=\frac{\mathbf{u}(t)}{\left\|\mathbf{F}'(q)\right\|^{2}}\mathbf{F}'(q)+\frac{1}{R}\mathbf{u}_{q}, \qquad (13)$$

где $\Lambda=\dfrac{\mathbf{F}'(q)\mathbf{F}_{q}^{T}(q)}{\left\|\mathbf{F}'(q)\right\|^{2}}$.

Предположим, что потери меди являются основным источником рассеивания мощности, минимизация потерь в меди равносильно максимальной эффективности машины. Для оптимального управления контуром тока можно применить u_{p} (11), тогда нижняя и верхняя границы оптимального управляющего входа u_{q} в уравнении (14) определятся как:

$$-\mathbf{u}_{p}-\mathbf{e}U_{max} \le \mathbf{u}_{q} \le -\mathbf{u}_{p}+\mathbf{e}U_{max}$$

Преобразование Лапласа линейной системы в (11) с линеаризацией обратной связи u_{p} в (11) позволяет получить передаточную функцию контура момента:

$$\frac{\tau(s)}{u(s)}=\frac{1}{\lambda s+1}, \qquad (14)$$

где s – переменный Лапласа, λ – постоянная момента машины. Оптимальный регулятор ПИ будет иметь следующую передаточную функцию:

$$u=\left(K_{\text{ПТ}}+\frac{K_{\text{ИТ}}}{s}\right)\left(\tau^{*}-\tau\right)=\left(K_{\text{ПТ}}+\frac{K_{\text{ИТ}}}{s}\right)\left(\tau^{*}-F'^{T}(q)i\right), \qquad (15)$$

где τ^{*} – момент задания, $K_{\text{ПТ}}, K_{\text{ИТ}}$ – пропорциональный коэффициент и интегральный коэффициент регулятора тока.

III. Оптимальное управление скоростью

В статье проведено исследование модели электропривода на основе трехфазного бесколлекторного двигателя с постоянными магнитами и шестью парами полюсов. По закону Кирхгофа получим уравнения двигателя:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} L_a(q_{\text{э}})-M & 0 & 0 \\ 0 & L_b(q_{\text{э}})-M & 0 \\ 0 & 0 & L_c(q_{\text{э}})-M \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix},$$

где u_a, u_b, u_c – фазные напряжения на обмотках статора; R – сопротивления обмоток статора; M – взаимоиндуктивность обмоток статора; $L_a(q_{\text{э}}), L_b(q_{\text{э}}), L_c(q_{\text{э}})$ – функции индуктивности обмоток статора; e_a, e_b, e_c – фазные противоэлектродвижущие силы на обмотках статора; i_a, i_b, i_c – фазные токи через обмотки статора. Уравнения электромагнитного момента и механического момента двигателя имеют вид:

$$\tau_e=\frac{1}{\dot{q}}\left(e_a i_a+e_b i_b+e_c i_c\right); \; J\frac{d\dot{q}}{dt}+B\dot{q}=\tau_e-\tau_{\text{нагр.}},$$

где J – момент инерции двигателя, B – вязкий коэффициент трения, $\dot{q}$ – угловая скорость вращения ротора, $\tau_{\text{нагр.}}$ – момент нагрузки. Индуктивность обмоток статора определяется следующим выражением [3]–[6]:

$$L(q_{\text{э}})=L_0(1+K_L)\cos q_{\text{э}},$$

где L_0 – номинальная индуктивность обмоток статора; K_L – коэффициент зависимости; соотношение между электрическим и механическим углами поворота ротора: $q_{\text{э}}=\dfrac{n}{2}q$, n – количество полюсов.

Крутящий момент двигателя регулируется оптимальным пропорционально-интегральным регулятором с управлением u (15). Тогда электрический драйвер двигателя вырабатывает электромагнитный момент τ_e, равный требуемому крутящему моменту τ^{*}. В этом случае оптимальный регулятор скорости имеет вид:

$$\tau^{*}(s)=\left(K_{\text{ПС}}+\frac{K_{\text{ИС}}}{s}\right)(\dot{q}_{\text{зад.}}-\dot{q}),$$

где $\dot{q}_{\text{зад.}}, \dot{q}$ – скорость задания и скорость двигателя; $K_{\text{ПС}}, K_{\text{ИС}}$ – пропорциональный коэффициент и интегральный коэффициент регулятора скорости.

IV. РЕЗУЛЬТАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование оптимального линейного регулятора скорости БДПМ производится с параметрами, представленными в таблице.

ТАБЛИЦА I ПАРАМЕТРЫ ДВИГАТЕЛЯ БДПМ (RBE 03011C СЕРИАЛ)

Параметры	**Значение**
Индуктивность фазы статора, мГн	14
Сопротивление фазы статора, Ом	5,33
К. ЭДС, В.с	0,159
Зависимый коэффициент потока (K_L)	0,1
Количество пар полюсов	06
Коэффициент трения, Н.м.с	$1{,}5.10^{-3}$
Момент инерции, кг.м^2	$6{,}41.10^{-4}$
Непрерывный крутящий момент, Нм	5,06
Макс. Крутящий момент, Нм	15,09

Результаты моделирования представлены на рис. 2, 3, 4, 5. с входной скоростью задания 20 рад./с и синусоидальным моментом нагрузки (5 Нм, 55 Гц). Коэффициенты регулятора выбираются следующим образом: $K_{ПТ}=300, K_{ИТ}=100; K_{ПС}=300, K_{ИС}=100$.

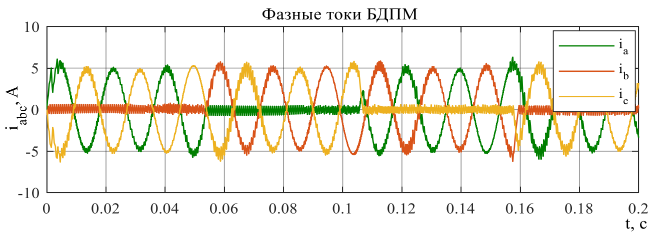

Рис. 2. Выходные фазные токи при линейных обратных выходах бес-преобразования Фурьера

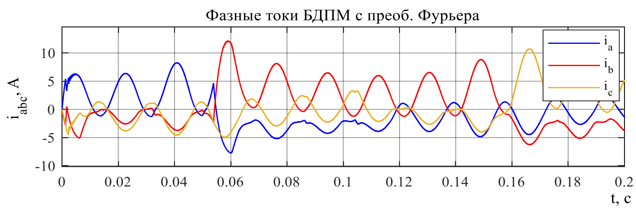

Рис. 3. Выходные фазные токи при линейных обратных выходах с преобразованием Фурьера

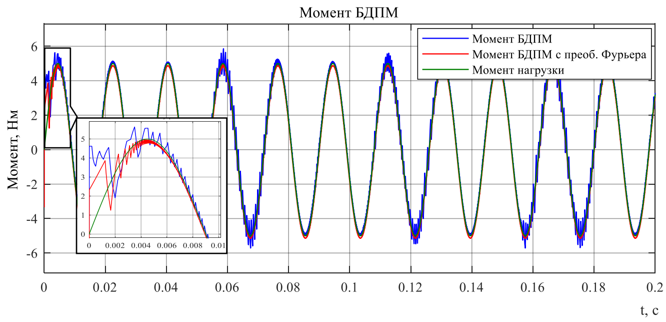

Рис. 4. Момент БДПМ

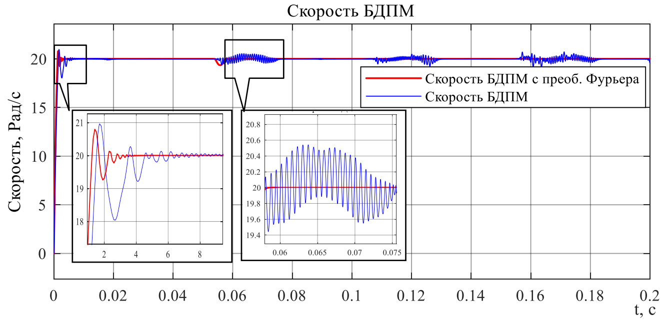

Рис. 5. Скорость БДПМ

На основе полученных результатов исследования можно сделать следующие выводы:

- Применение преобразования Фурье для фазных токов двигателя приводит к значительно увеличению фазных токов, минимизации потери и повышению эффективности работы машины (рис. 2 и 3). На практике можно выбирать оптимальную частоту преобразования Фурье, чтобы уменьшить влияния случайной частоты обратных фазных токов в контуре тока и в потере меди машины.
- При применении преобразования Фурье для обратных сигналов в контуре тока крутящий момент двигателя глаже, чем крутящий момент, созданный традиционной моделью двигателя (рис. 4). Доказана эффективность применения оптимального управления для синтеза оптимальной компенсации момента БДПМ с учетом зависимости электромагнитных характеристик двигателя от угла поворота его ротора.
- Колебания с высокой частотой скорости удалены, время переходного процесса регулятора скорости значительно уменьшено (рис. 5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Aghili F. Optimal and fault-tolerant torque control of servo motors subject to voltage and current limits // IEEE Transactions on Control Systems Technology 21. 2013. Vol. 4. P. 1440-1448.

[2] Krause P., Wasynczuk O., Sudhoff S. D., Pekarek S. Analysis of electric machinery and drive systems. John Wiley & Sons. 2013. Vol. 75. P. 557-600.

[3] Львович А.Ю. Электромеханические системы: учеб. пособие. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та. 1989. 296 с.

[4] Уайст Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии / перев. с англ. М.–Л.: Энергия. 1964. 528 с.

[5] Chen Yong, Jun Tang, Dong-sheng Cai, and Xia Liu. Torque Ripple Reduction of Brushless dc motor on current prediction and overlapping commutation // PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review). ISSN. 2012. P. 0033-2097.

[6] Гаврилов С.В., Занг Д.Т., Тхань Н.Д. Управление электроприводом на основе бесколлекторного двигателя с постоянными магнитами // Изв. СПбЭТУ «ЛЭТИ». 2016. № 8. С. 53-62.