

Синтез нелинейной системы автоматического управления движением интеллектуального агента на основе оптимального управления

А. Б. Бушуев, В. В. Григорьев, В. А. Петров

Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vapetrov@corp.ifmo.ru

Аннотация. В работе рассматривается нелинейная система автоматического управления автономным интеллектуальным агентом. Цель работы – синтезировать управление, обеспечивающего в замкнутой системе заданную степень экспоненциальной устойчивости для позитивной системы развития популяций типа Лотки–Вольтерры. Синтез системы осуществляется с помощью методов оптимального управления. Экспоненциальная устойчивость достигается благодаря решению уравнения Риккати. Проводится моделирование синтезированной системы. Полученные результаты соответствуют требуемым показателям качества.

Ключевые слова: нелинейная САУ; случайное движение; интеллектуальный агент; оптимальное управление; уравнение Риккати

I. ВВЕДЕНИЕ

Существует множество алгоритмов и способов управления автономными интеллектуальными агентами, такими как, мобильные роботы и беспилотные летательные аппараты (БПЛА). Интеллектуальные агенты способны к самостоятельному принятию решений для достижения поставленной цели, например, поиск опасных для человека объектов, находящихся на большой территории и др. [1–4] При создании подобных систем используются различные биологические алгоритмы, такие как хемотаксис [5–7], скопление в группы и поиск пищи [8–12], развитие популяций или взаимодействие видов, например, модель «хищник-жертва» [13–19]. В работах [14–18] был рассмотрен биологический алгоритм формирования целевых углов поворота агента, основанный на модели взаимодействия популяций Лотки–Вольтерры, для достижения источника запаха или радиоактивного излучения. В биологическом алгоритме в качестве видов, которые взаимодействуют между собой, представлены тенденции развития углов поворота налево и направо. Алгоритм имитирует процесс принятия решения живого организма. По этому алгоритму агент, в зависимости от того какой из двух видов превалирует, осуществляет поворот налево или направо. Таким образом, агент управляет собственными движениями для достижения поставленной цели. При подобном управлении

устойчивость системы автоматического управления является важным критерием качества, которое необходимо обеспечить. В данной работе для обеспечения заданной степени экспоненциальной устойчивости предлагается в модели формирования поворотов интеллектуального агента использовать методы теории оптимального управления [20–23].

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим нелинейный непрерывный позитивный стационарный объект управления (ОУ) с уравнением движения

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BF(x(t)) \cdot u(t), \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор состояния ОУ, u – скалярное управляющее воздействие, A – квадратная матрица линейной части с постоянными коэффициентами размером $n \times n$, B – матрица входов размером $n \times 1$. Нелинейная функция $F(x)$ допускает представление в виде $F(x) = 1 + x^T F_0 x$, где F_0 – матрица размером $n \times n$, по крайней мере, положительно полуопределенная, причем, начальные условия, порождающие процессы объекта управления (ОУ), все положительно $x_i(0) > 0$, где x_i – переменные вектора состояния при $i = \overline{1, n}$.

Поставим задачу – синтезировать управление в виде линейных и квадратичных стационарных обратных связей (ЛКСОС) $u(t) = -Kx(t) - x^T(t)K^TKx(t)$ обеспечивающих в замкнутой системе заданную степень экспоненциальной устойчивости α при ограничении $Kx(t) \geq 0$, где K – матрица ЛКСОС размерности $1 \times n$, элементы которой определяют коэффициенты обратных связей по соответствующим переменным вектора состояний $x(t)$. Параметр α позволяет производить оценку времени переходных процессов $t_n \approx \frac{3}{\alpha}$.

III. МЕТОД СИНТЕЗА СИСТЕМЫ

Рассмотрим линейный объект управления с уравнением движения

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2)$$

В [20] показано, что если для ОУ (2) выбрать закон управления в виде

$$u(t) = -Kx(t) - \text{sign} Kx(t) \cdot x^T(t) K^T Kx(t), \quad (3)$$

то в замкнутой системе

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKx(t) - B \text{sign} Kx(t) \cdot x^T(t) K^T Kx(t), \quad (4)$$

обеспечивается экспоненциальная устойчивость со степенью сходимости α , если матрица K получена в результате решения нелинейного матричного уравнения Риккати

$$A^T P + PA - \nu K^T R K + 2\alpha P = -Q \quad (5)$$

$$K = R^{-1} B^T P \quad (6)$$

В уравнениях (5)–(6) P – симметрическая положительно определённая квадратная матрица размером $n \times n$, Q – симметрическая матрица штрафов на вектор состояния ОУ размером $n \times n$, по крайней мере, положительно полуопределённая, R – ненулевой скаляр, определяющий штраф на управление, ν – параметр, принимающий значения в пределах от 0 до 2. При $\nu=2$ уравнение Риккати позволяет решать задачу нахождения оптимального управления, соответствующего принципу оптимальности по принуждению [24].

Будем рассматривать позитивные [25] системы с матрицей ЛКСОС, такой что $Kx(t) \geq 0$, у которых координаты вектора $x_i(t) \geq 0$, а матрица K имеет положительные коэффициенты. Тогда знаковую функцию в (4) можно опустить.

Из результатов анализа поведения позитивной замкнутой системы [25], объект управления (1) с законом управления (4) будет экспоненциально устойчивым при условии, если матрица

$$F_0 - K^T K \geq 0, \quad (7)$$

положительно полуопределённая, а в случае невыполнения условия (7), система будет экспоненциально устойчивой в области $x \in D$, ограниченной гиперплоскостью

$$Kx = 1 \quad (8)$$

при значениях $x_i \geq 0$ при $i = \overline{1, n}$.

IV. ПРИМЕР СИНТЕЗА СИСТЕМЫ

Для примера рассмотрим систему уравнений развития популяций, относящихся к типу уравнений Лотки–Вольтерры [26]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= c_1 x_1(t) x_2(t) - c_2 x_1(t), \\ \dot{x}_2(t) &= c_1 x_1(t) x_2(t) - c_3 x_2(t) \end{aligned} \quad (9)$$

где $x_1(t) \geq 0$ и $x_2(t) \geq 0$ – соответственно число особей мужского и женского пола в популяции, c_1 – коэффициент рождаемости, c_2 и c_3 – коэффициенты смертности. Если одна из координат становится равной нулю, например, $x_1(t)=0$, то развитие $x_1(t)$ прекращается, поскольку правая часть первого уравнения (9) будет равна нулю. Другая координата $x_2(t)$ в этом случае будет экспоненциально затухать при $c_3 > 0$.

Пусть $x_1(t)$ и $x_2(t)$ из (11) образуют координаты вектора состояния $x(t)$. Запишем систему уравнений (11) в форме уравнения (1)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c_2 & 0 \\ 0 & -c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \cdot c_1 \\ 0.5 \cdot c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} -c_2 & 0 \\ 0 & -c_3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \cdot c_1 \\ 0.5 \cdot c_1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

Решаем уравнение Риккати (5), (6) с матрицами (10) при следующих значениях заданных параметров: $R=1$, $\nu=2$,

$$\alpha=0.2, \quad c_2=0.3, \quad c_3=0.25, \quad Q = -\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{и начальных}$$

приближениях $k_1=k_2=1$ и для матрицы $P = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2.3 \end{bmatrix}$. Кроме

уравнения (5), (6) заданы, по критерию Сильвестра [27], условия положительной определённости

$\det \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} > 0$, $p_{11} > 0$ и $p_{12}=p_{21}$ симметричности матрицы P . Решением является следующая матрица

$$P = \begin{bmatrix} 3.289 & -2.13 \\ -2.13 & 2.883 \end{bmatrix}, \quad \text{матрица } K \text{ ЛКСОС находится по}$$

$$\text{уравнению (6)} \quad K = R^{-1} B^T P = \begin{bmatrix} 1.159 & 0.753 \end{bmatrix}.$$

V. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ

Результаты моделирования представлены на рис. 1 и 2. На рис. 1 представлены графики собственного движения (u(t)=0) объекта (10) с ненулевыми начальными условиями $x_1(0)=5$, $x_2(0)=3$. Видно, что объект неустойчив. На рис. 2 приведены графики движения объекта, замкнутого ЛКСОС с рассчитанной матрицей K . Замкнутая система устойчива, координаты сходятся к установившимся значениям $x_1(t)=0$, $x_2(t)=0$. Вторая координата $x_2(t)$ в ходе переходного процесса принимает отрицательное значение, т.е. система относится к классу систем, более широких, чем позитивные, а именно, тех, для которых выполняется условие неотрицательности линейной части управления

$Kx(t) \geq 0$. График на рис. 3 показывает, что это условие выполняется.

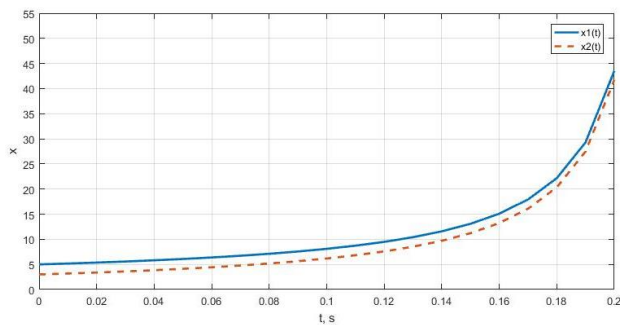


Рис. 1. Графики собственного движения разомкнутого объекта

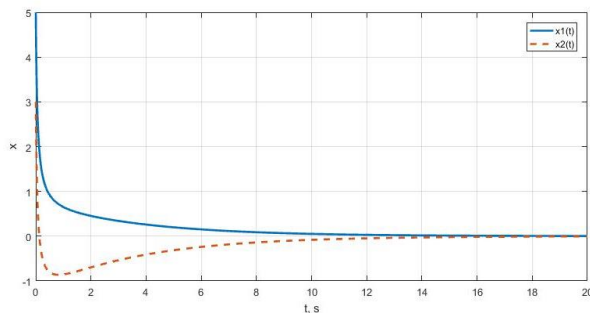


Рис. 2. Графики движения объекта, замкнутого ЛКСОС

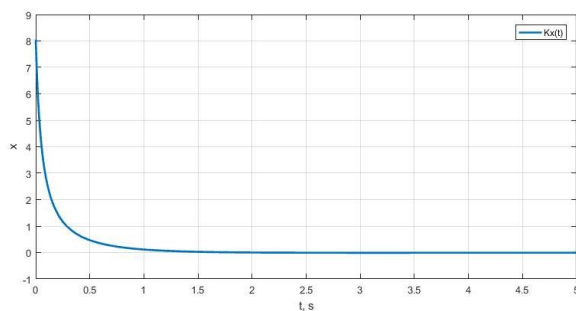


Рис. 3. График изменения функции $Kx(t)$

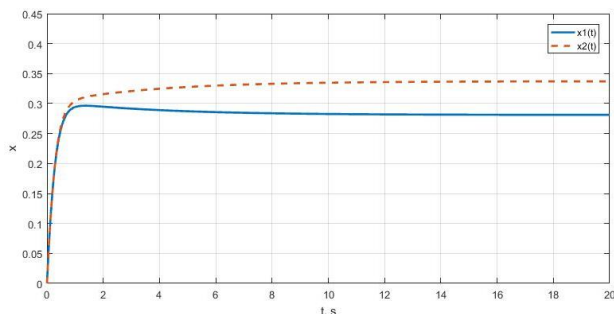


Рис. 4. Графики переходного процесса при $u(t)=1(t)$ на оба входа

На рис. 4 приведены графики переходного процесса с нулевых начальных условий при подаче на оба входа единичного ступенчатого воздействия $u(t)=1(t)$. Время переходного процесса не превышает 15 с, что коррелирует

с заданной при синтезе обратных связей степени устойчивости $\alpha=0.2$.

На рис. 5 представлены графики изменения координат замкнутого объекта с ограничениями $x(t) \geq 0$. Видно, что при достижении одной из координат $x_2(t)=0$, другая координата $x_1(t)$ затухает по экспоненте. Развитие популяции прекращается.

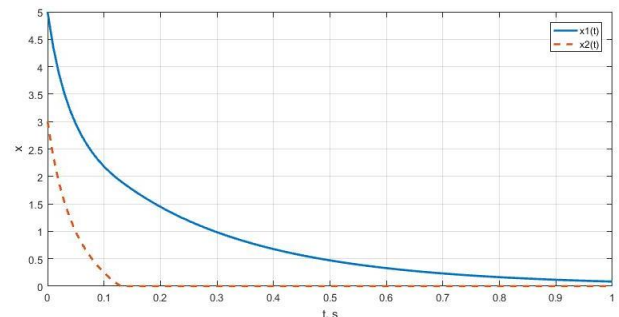


Рис. 5. Графики развития популяции

Популяционные уравнения используются в системах управления мобильными роботами и квадрокоптерами [17], [18], в которых координатами являются углы поворота робота вправо-влево, а для квадрокоптера добавляются повороты вверх-вниз.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассматривалось использование методов теории оптимального управления при синтезе системы автоматического управления роботизированным интеллектуальным агентом. Рассчитаны коэффициенты системы с использованием уравнения Риккати. Проведено моделирование системы, результаты которого показали, что синтезированная система экспоненциально устойчива и может быть применена в наземных мобильных роботах и квадрокоптере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Oyekan J., Hu H. Biologically-inspired behaviour based robotics for making invisible pollution visible: a survey / *Advanced Robotics*, vol. 28, no. 5, 2014, pp. 271-288.
- [2] Mair E., Augustine M., Jäger B., Stelzer A., Brand C., Burschka D. and Suppa M. A biologically inspired navigation concept based on the Landmark-Tree map for efficient long-distance robot navigation / *Advanced Robotics*, vol. 28, no. 5, 2014, pp. 289-302.
- [3] Augustine M., Mair E., Stelzer A., Ortmeier F., Burschka D., Suppa M. Landmark-tree map: a biologically inspired topological map for long-distance robot navigation / *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, 2012, pp. 128-135.
- [4] Jäger B., Mair E., Brand C., Stürzl W., Suppa M. Efficient navigation based on the landmark-tree map and the zinf algorithm using an omnidirectional camera. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*; 2013; Tokyo, Japan.
- [5] Muller SD, Marchetto J, Airaghi S, Koumoutsakos P. Optimization based on bacterial chemotaxis. *IEEE Trans. Evol. Comput.* 2002;6:16–29.
- [6] Dhariwal A, Sukhatme GS, Requicha AAG. Bacterium inspired robots for environmental monitoring. Vol. 2. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, USA; 2004. p. 1436–1443.

- [7] Passino KM. Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control. *IEEE Control Syst. Mag.* 2002;22:52–67.
- [8] Bernardine Dias M, Zinck M, Zlot R, Stentz A. Robust multirobot coordination in dynamic environments. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 4; IEEE; 2004; New Orleans, LA, USA. p. 3435–3442.
- [9] Gu D, Hu H. Using fuzzy logic to design separation function in flocking algorithms. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 2008;16:826–838.
- [10] Tanner HG, Jadbabaie A, Pappas GJ. Flocking in fixed and switching networks. *IEEE Trans. Autom. Control.* 2007;52:863–868.
- [11] Gazi V, Passino KM. Stability analysis of social foraging swarms. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part B.* 2004;34:539–557.
- [12] Cortes J, Martinez S, Karatas T, Bullo F. Coverage control for mobile sensing networks. *IEEE Trans. Robot. Autom.* 2004;20:243–255.
- [13] Murray J.D. *Mathematical Biology I: An Introduction*. (3rd edition), Springer/ ISBN 0387952233. 2002. 584 p.
- [14] Бушуев А.Б., Воробьев В.С., Непомнящих В.А. Сергеев А.И.. Алгоритмы управления совместным поведением интеллектуальных агентов в пространстве // *Материалы 9-й Российской конференции «Информационные технологии в управлении (ИТУ-2016)*. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2016. С. 311–316.
- [15] Непомнящих В.А. Модели автономного поискового поведения // *От моделей поведения к искусственному интеллекту / Коллективная монография под общ. ред. Редько В.Г. М.: УРСС, 2006. С. 200–242.*
- [16] Бушуев А.Б., Воробьев В.С., Томашевич С.П., Мансурова О.К., Кульчицкий А.А. Поведение агента, заданное логистическим отображением // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58, № 8. С. 600–605.
- [17] Bushuev A.B., Grigoriev V.V., Petrov V.A. Biological algorithms of control of a flying robot // *IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS)*, 2017, pp. 364–369.
- [18] Бушуев А.Б., Петров В.А., Литвинов Ю.В., Мансурова О.К. Биологический алгоритм управления поисковыми движениями инерционного агента // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2017. Т. 60, № 9. С. 912–917.
- [19] Бушуев А.Б., Мансурова О.К. Синтез управлений в двумерной системе с гладкими нелинейностями // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2013. Т.56, № 4. С. 38–41.
- [20] Быстров С.В., Григорьев В.В., Першин И.М., Мансурова О.К. Синтез линейно-квадратичных законов управления для непрерывных динамических объектов // *Международный научно-исследовательский журнал*. 2017. № 2-3(56). С. 97–100.
- [21] Быстров С.В., Григорьев В.В., Мансурова О.К., Першин И.М. Синтез полиномиальных законов управления для непрерывных динамических объектов // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2017. Т. 60, № 5. С. 398–403.
- [22] Бобцов А.А., Быстров С.В., Григорьев В.В., Дудров П.В., Козис Д.В., Костина О.В., Мансурова О.К. Построение областей допустимых изменений параметров гарантированного качества процессов динамических систем // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2006. № 10. С. 2–5.
- [23] Bystrov S.V., Grigoriev V.V. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems and range estimation of parameter acceptable changes // *Universal Journal of Control and Automation*. 2013. Vol. 1, N 1. P. 15–18.
- [24] Фурасов В.Д. Устойчивость движения, оценки и стабилизация. М.: Наука, 1977. 247 с.
- [25] Григорьев В.В., Бойков В.И., Быстров С.В., Рябов А.И., Мансурова О.К. Исследование процессов позитивных систем на основе качественной экспоненциальной устойчивости // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2013. Т.56, № 4. С. 15–19.
- [26] Марри Д. *Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии: Лекции о моделях*. Пер. с англ. / Под ред. А.Д. Мышкиса. М.: Мир, 1983. 397 с.
- [27] Беклемишев Д.В. *Курс аналитической геометрии и линейной алгебры*. Москва: Физматлит, 2007. 308 с..