

Исследование способов оптимизации алгоритма согласованного преследования на примере геоакустических сигналов

О. О. Луковенкова¹, Ю. В. Марпулец², А. А. Ким³

ИКИР ДВО РАН,

КамГУ имени Витуса Беринга

¹o.o.lukovenkova@yandex.ru, ²marpl@ikir.ru,

³a.a.afanaseva@yandex.ru

А. Б. Тристанов

ИКИР ДВО РАН,

Калининградский технический государственный

университет

alextristanov@mail.ru

Аннотация. Сигналы геоакустической эмиссии состоят из последовательности импульсов, близких по форме к модулированным функциям Берлаге. Для анализа таких сигналов можно использовать метод разреженной аппроксимации, раскладывающий сигнал в сумму модулированных функций Берлаге, описывающих импульсы, и модулированных функций Гаусса, аппроксимирующих шум. Авторами на основе алгоритма классического согласованного преследования разработана его адаптивная модификация, суть которой заключается в применении оптимизационных методов для итерационного уточнения параметров функций Гаусса и Берлаге. В докладе описаны численные методы, позволяющие оптимизировать алгоритм согласованного преследования и строить качественные представления геоакустических сигналов.

Ключевые слова: согласованное преследование; адаптивное согласованное преследование; разреженная аппроксимация; геоакустическая эмиссия; оптимизация

I. ВВЕДЕНИЕ

Акустическая эмиссия представляет собой упругие колебания, возникающие в ответ на деформации окружающей среды, при этом характеристики возникающего импульсного излучения напрямую зависят от свойств порождающих сигналы пластичных процессов. Акустическую эмиссию звукового диапазона, возникающую при деформации горных пород, принято называть мезомасштабной или геоакустической эмиссией. Исследования, проведенные на Камчатке, показали, что наибольшая частота следования импульсов имеет место во время сильных возмущений геоакустической эмиссии, предшествующих сейсмическим событиям, поэтому данные сигналы представляют большой интерес при исследовании пластичных процессов, связанных с устойчивостью ландшафтов и формированием предвестников землетрясений. По частотному составу геоакустического сигнала можно определять масштаб порождающего сигнала источника и оценивать расстояние от него до пункта регистрации.

Для анализа и обработки геоакустической эмиссии был выбран подход разреженной аппроксимации, позволяющий описывать сигналы с помощью любого набора функций (заданных численно или аналитически), называемого словарем.

II. РАЗРЕЖЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

В рамках классической задачи аппроксимации исходный сигнал $s(t)$ может быть приближенно представлен в виде линейной комбинации базисных функций $g_i(t)$

$$s(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i g_i(t) + R_N(t),$$

где α_i – весовые коэффициенты, $R_N(t)$ – невязка. Для обеспечения сходимости разложения к исходному сигналу базисные функции должны быть взаимно ортогональны (либо образовывать систему Рисса). В отличие от классической задачи разреженная аппроксимация в общем случае не накладывает требования ортогональности на систему функций, на которые раскладывается сигнал. Задача разреженной аппроксимации подразумевает представление сигнала $s(t)$ в виде линейной комбинации минимально возможного числа функций $g_i(t)$.

$$s(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i g_i(t) + R_M(t),$$

$$\|\alpha\|_0 = M \rightarrow \min.$$

В терминах разреженной аппроксимации систему функций $D = \{g_i(t): i = 1 \dots N\}$ принято называть «словарем». Разреженность построенной аппроксимации характеризуется l_0 -нормой, псевдонормой, равной числу ненулевых коэффициентов разложения, т.е.

$$\|\alpha\|_0 = \#\{i: \alpha_i \neq 0, i = 1 \dots N\}.$$

Очевидным преимуществом разреженной аппроксимации по сравнению с классическими подходами частотно-временного анализа является возможность

сокращения размерности признакового пространства сигнала. Например, оконное преобразование Фурье либо непрерывное вейвлет-преобразование, активно использующиеся для анализа сигналов в других областях науки, являются чрезвычайно избыточными. Еще одним важным преимуществом разреженной аппроксимации можно считать возможность выбора физически обоснованных словарей, открывающую новые способы интерпретации результатов анализа, например, в задачах выделения источников сигнала и их характеристик.

III. СЛОВАРЬ

Точность и разреженность построенных аппроксимаций напрямую зависит от выбранного словаря функций. Для анализа геоакустических сигналов подошел словарь, составленный из модулированных и сдвинутых функций Гаусса и Берлаге.

Импульс Гаусса (рис. 1) генерируется по формуле

$$g(t) = A \cdot \exp(-B(t_{\text{end}}) \cdot \Delta \cdot t^2) \cdot \sin(2\pi ft),$$

где A – амплитуда, выбирается т.о., чтобы $\|g(t)\|_2 = 1$; t_{end} – длина атома; f – частота от 200 до 20000 Гц; $B(t_{\text{end}})$ – предельное значение параметра B , вычисляемое по формуле

$$B(t_{\text{end}}) = -\frac{4 \cdot \ln 0.05}{t_{\text{end}}^2};$$

Δ – коэффициент варьирования параметра B относительно предельного значения.

Импульс Берлаге (рис. 2) генерируется по формуле

$$g(t) = A \cdot t^{n(p_{\text{max}}) \cdot \Delta} \cdot \exp\left(-\frac{n(p_{\text{max}}) \cdot \Delta}{p_{\text{max}} \cdot t_{\text{end}}} \cdot t\right) \cdot \cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right),$$

где A – амплитуда, выбирается т.о., чтобы $\|g(t)\|_2 = 1$; t_{end} – длина атома; p_{max} – положение максимума относительно длины атома, $p_{\text{max}} \in [0.01, 0.4]$; f – частота от 200 до 20000 Гц; $n(p_{\text{max}})$ – предельное значение параметра n , вычисляемое по формуле

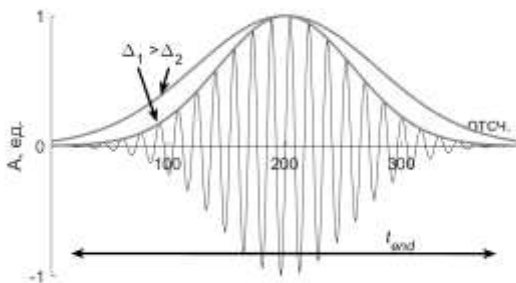


Рис. 1. Импульс Гаусса

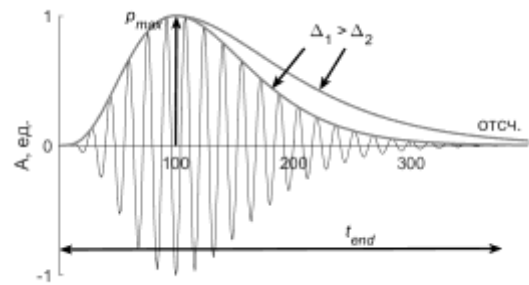


Рис. 2. Импульс Берлаге

$$n(p_{\text{max}}) = \frac{\ln 0.05}{\ln \frac{1}{p_{\text{max}}} - \frac{1}{p_{\text{max}}} + 1};$$

Δ – коэффициент варьирования параметра n относительно предельного значения.

IV. СОГЛАСОВАННОЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЕ

Задача разреженной аппроксимации не разрешима за полиномиальное время. Алгоритм точного решения требует полного перебора всех возможных комбинаций функций из словаря, т.е. имеет факториальную сложность $O(N!)$.

Одним из наиболее часто используемых алгоритмов приближенного решения задачи разреженной аппроксимации является алгоритм согласованного преследования (Matching Pursuit, MP). Данный алгоритм был предложен Mallat и Shang в 1993 году [1].

$$\left\|s(t) - \sum_{i=1}^N \alpha_i g_i(t)\right\|_2 \rightarrow \min,$$

$$\|\alpha\|_0 \leq N.$$

Алгоритм согласованного преследования реализует стратегию жадности: на каждой итерации алгоритма определяется локально оптимальное решение, т.е. выбирается функция, имеющая наибольшее скалярное произведение с исследуемым сигналом. Данный алгоритм имеет кубическую вычислительную сложность $O(n^3)$ в случае, если матрица скалярных произведений вычисляется по определению, и квадратично-логарифмическую $O(n^2 \log n)$, если вычисления производятся с помощью быстрого преобразования Фурье.

V. АДАПТИВНОЕ СОГЛАСОВАННОЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЕ

К сожалению, у алгоритма согласованного преследования имеется ряд существенных недостатков. Во-первых, для обеспечения достаточной точности разложений требуется использование словарей больших размеров, что в свою очередь вызывает степенной рост скорости выполнения алгоритма. Во-вторых, поскольку выбор функций осуществляется из неизменяющегося словаря, полученные разложения отличаются «грубой»

дискретизацией в пространстве параметров. На рис. 3 приведен пример разложения сигнала с основной частотой 8.9 кГц по словарю, содержащему импульсы Берлаге с частотами 1, 5, 10 и 15 кГц. В результате с ошибкой в 7% было построено разложение из 25 функций с частотой 10 кГц (на рис. 3 изображены первые 10 из них).

Для решения вышеперечисленных проблем авторами было предложено улучшить классический алгоритм т.о., чтобы на словарях ограниченного размера можно было строить разложения требуемой точности [2, 3, 4]. Поскольку на каждой итерации алгоритма согласованного преследования определяются параметры функции, имеющей наибольшее скалярное произведение с сигналом, то итерацию согласованного преследования условно можно описать в виде задачи поиска максимума функционала

$$F(g) = \langle s(t), g(t - \tau, \mathbf{p}) \rangle \rightarrow \max_{\mathbf{p}}.$$

Главная идея предлагаемых улучшений – применять методы оптимизации для поиска параметров \mathbf{p} функции, имеющей максимальное скалярное произведение с сигналом. Разработанный алгоритм был назван адаптивное согласованное преследование (Adaptive Matching Pursuit, AMP).

А. Метод градиентного спуска

Максимум определяется движением вдоль вектора градиента. Для функции Гаусса градиент задается следующим образом

$$\nabla F_G = \left(\frac{\partial F}{\partial \Delta}, \frac{\partial F}{\partial t_{\text{end}}}, \frac{\partial F}{\partial f} \right),$$

а для функции Берлаге –

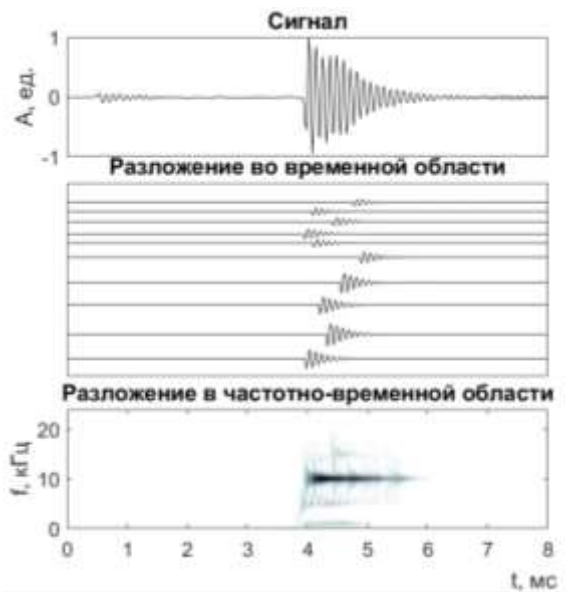


Рис. 3. Пример «грубой» дискретизации в пространстве параметров словаря

$$\nabla F_B = \left(\frac{\partial F}{\partial p_{\text{max}}}, \frac{\partial F}{\partial \Delta}, \frac{\partial F}{\partial t_{\text{end}}}, \frac{\partial F}{\partial f} \right).$$

Поскольку функции заданы аналитически, то вычисление их частных производных было произведено аналитическим методом, и согласно свойствам скалярного произведения вектор градиента может быть вычислен следующим образом

$$\nabla F_G = \left(\left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial \Delta} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial t_{\text{end}}} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial f} \right\rangle \right),$$

$$\nabla F_B = \left(\left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial p_{\text{max}}} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial \Delta} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial t_{\text{end}}} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial f} \right\rangle \right)$$

для функций Гаусса и Берлаге соответственно.

Уточненные параметры определяются согласно следующей схеме

$$\mathbf{p}^{[i+1]} = \mathbf{p}^{[i]} + \lambda \cdot \nabla F$$

где λ – размер шага по градиенту, может быть постоянным или изменяемым.

Начальное приближение $\mathbf{p}^{[0]}$ определяется методом согласованного преследования по исходному словарю функций.

На рис. 4 приведен пример уточнения частоты первой функции, входящей в разложение сигнала с рис. 3. График изображает зависимость значений скалярных произведений от сдвига τ и частоты f , а также траекторию уточнения f . Методом градиентного спуска исходное значение частоты 9.7 кГц уточняется до 9 кГц.

В. Метод сеточного поиска

Простейший метод поиска максимума, заключающийся в последовательном вычислении функционала для заданных функций (определяемых параметрами \mathbf{p}) и поиске максимального значения. Заданные параметры, могут быть

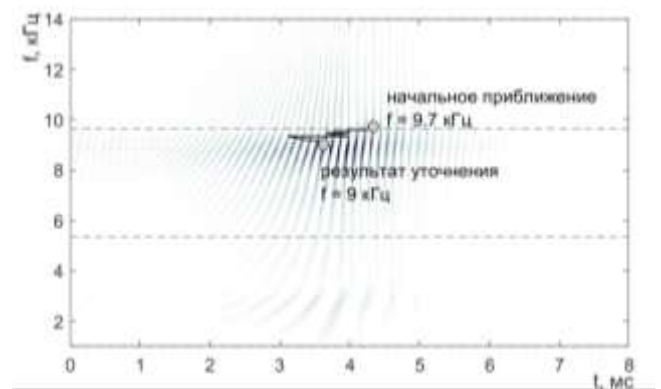


Рис. 4. Уточнение параметров методом градиентного спуска

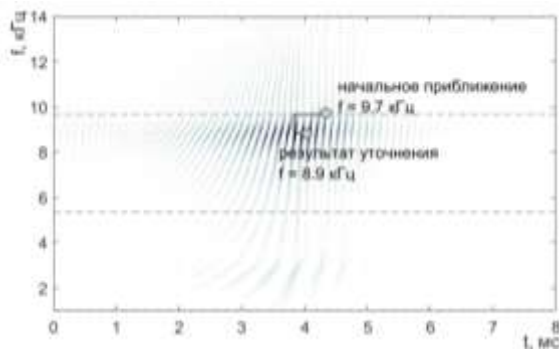


Рис. 5. Уточнение параметров методом сеточного поиска

выбраны случайным образом или с равномерным шагом. С небольшими изменениями данный метод может быть использован для оптимизации $F(g)$:

- начальное разбиение – равномерная сетка, узлы которой соответствуют $g_i(t)$, в качестве шага сетки выбирается половина шага дискретизации значений параметров $\lambda = (0.5\lambda_p; 0.5\lambda_\Delta; 0.5\lambda_t; 0.5\lambda_f)$;
- с помощью МР определить начальное приближение для параметров $\mathbf{p}^{[0]}$, $i = 0$;
- в окрестности $\mathbf{p}^{[i]}$ построить новую сетку, содержащую по три точки для каждого параметра: $\mathbf{p}^{[i]} - \lambda/2$, $\mathbf{p}^{[i]}$, $\mathbf{p}^{[i]} + \lambda/2$; определить новое приближение $\mathbf{p}^{[i+1]}$, и если оно совпадает с $\mathbf{p}^{[i]}$, то $\lambda = \lambda/2$;
- $i = i + 1$, повторить с 3-го шага.

VI. ВЫВОДЫ

Предложенные численные схемы тестировались на выборке из 100 реальных геоакустических сигналов. На каждой итерации алгоритма после уточнения параметров атома по формуле

$$ERR_N = \frac{\left\| s(t) - \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot g_i(t) \right\|}{\|s(t)\|} \cdot 100\%,$$

вычислялось отношение невязки к исходному сигналу. На рис. 6 приведены графики зависимости величины ERR от номера итерации алгоритма. Обе схемы демонстрируют хороший результат в части соответствия разложений реальному сигналу. В таблице I приведено время выполнения алгоритмов при различном числе итераций уточнения. Поскольку при соответствующей настройке параметров оба алгоритма строят качественные аппроксимации на словарях небольшого объема с приблизительно одинаковой точностью, то в дальнейших исследованиях может быть использован любой из них. На рис. 7 изображено разложение сигнала с рис. 3 алгоритмом AMP на основе сеточного поиска с использованием того же самого словаря. В результате с ошибкой в 6% было построено разложение из 3 функций с частотой 8.8-9 кГц. Проблема «грубой» дискретизации решена.

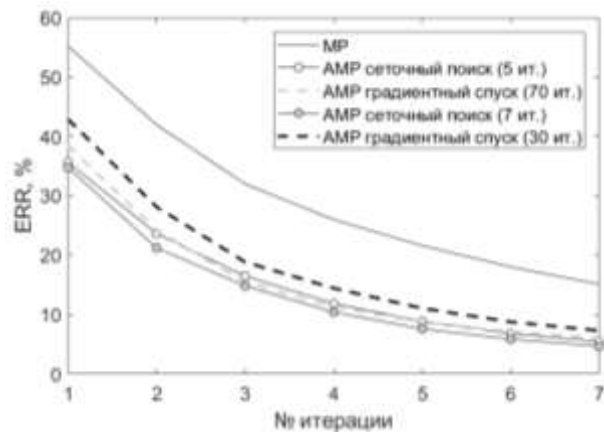


Рис. 6. Уточнение параметров методом сеточного поиска

ТАБЛИЦА I ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ

Алгоритм	Время выполнения (с)
МР	15.54
AMP + градиентный спуск (30 ит.)	49.78
AMP + градиентный спуск (70 ит.)	84.3
AMP + сеточный поиск (5 ит.)	91.73
AMP + сеточный поиск (7 ит.)	111.31

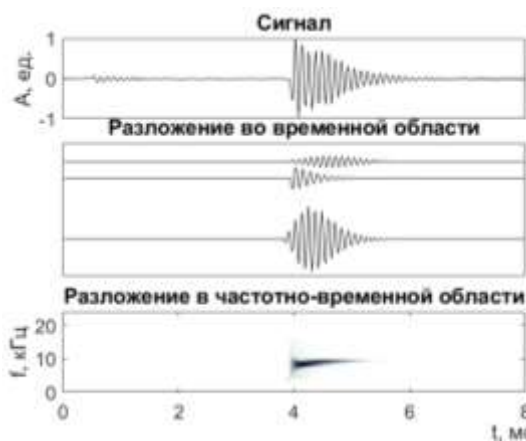


Рис. 7. Решение проблемы «грубой» дискретизации параметров

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mallat S., Zhang Z. Matching Pursuits with time-frequency dictionaries // IEEE Transactions on Signal Processing. 1993. Vol. 41. No.12. P. 3397–3415.
- [2] Марापупец Ю.В., Луковенкова О.О., Тристанов А.Б., Ким А.А. Методы регистрации и частотно-временного анализа сигналов геоакустической эмиссии. Владивосток: Дальнаука, 2017. 148 с.
- [3] Луковенкова О.О., Тристанов А.Б. Адаптивный алгоритм согласованного преследования с уточнением на смешанных словарях в анализе сигналов геоакустической эмиссии // Цифровая обработка сигналов. 2014. №2. С. 54–57.
- [4] Tristanov A.B., Marapulets Yu.V., Lukovenkova O.O., Kim A.A. A New Approach to Study of Geoacoustic Emission Signals // Pattern Recognition and Image Analysis, 2016, Vol. 26, No. 1, P. 34–44.