

# Оптимизация параметров конвейерного частотного преобразования для получения однородных характеристик по перекрытию частотных диапазонов и получения заданного предельного уровня перекрестных помех

А. В. Будилов  
АО РТИ  
andrey.budilov@gmail.com

Н. Г. Мустафин<sup>1</sup>, К. А. Майстренко<sup>2</sup>  
СПИИРАН  
<sup>1</sup>nikolay.mustafin@gmail.com, <sup>2</sup>const8my@gmail.com

Д. С. Афанасьев  
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»  
dmitr-afanas@yandex.ru

**Аннотация.** Представлены модификация банка цифровых фильтров на основе конвейерного частотного преобразования и метод подбора параметров его реализации. Применение метода позволяет: при фиксированных аппаратных затратах на реализацию банка данного типа получить однородное (минимизировать максимальное) подавление в диапазоне частот между соседними каналами; найти минимальную частоту дискретизации, при которой удовлетворяется требование по уровню перекрестных помех. Приведены полученные соотношения для расчета частот гетеродинов и соотношение, позволяющие численно найти предельный уровень перекрестных помех в каналах при заданной частоте дискретизации.

**Ключевые слова:** банк цифровых фильтров; конвейерное частотное преобразование; перекрытие частотных диапазонов каналов; перекрёстная помеха

## I. МОДИФИКАЦИЯ КОНВЕЙЕРНОГО ЧАСТОТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (КЧП)

Банки цифровых фильтров на основе конвейерного частотного преобразования описаны в [1, 2, 3]. Их практическое применение ограничено неоднородностью параметров получаемых каналов. Данный недостаток может быть компенсирован избыточной шириной и прямоуглольностью амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) применяемого фильтра и избыточной частотой дискретизации. Такая модификация приводит к увеличению перекрытия между соседними каналами, неоднородности перекрытия между различными парами каналов, росту аппаратных затрат. Поэтому предлагается модифицировать структуру КЧП: использовать различные частоты гетеродинирования на различных уровнях разбиения. Такая модификация позволяет обеспечить при

фиксированной АЧХ фильтра минимальное максимально достигаемое подавление на пересечении частотных характеристик соседних каналов. Для решения проблемы с ростом перекрестных помех необходимо увеличивать частоту дискретизации. Для поиска минимально необходимой частоты дискретизации приведена формула, позволяющая по частоте дискретизации оценить сверху уровень перекрёстной помехи в канале.

## II. ОЦЕНИВАЕМЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Применение КЧП обосновано при решении задачи частотного разделения эфира с получением каждого временного отсчета в разделяемых частотных каналах. При таком применении возможно использование особенностей применяемых КИХ-фильтров для оптимизации реализации вычислений. Например, однократное вычисление результатов умножения на повторяющиеся коэффициенты. Значительный выигрыш наблюдается при симметричной импульсной характеристике фильтра.

При решении задач частотного разделения эфира принципиальной характеристикой банка фильтров является степень проникновения в каждый отфильтрованный канал сигналов из других каналов (перекрестная помеха). Для архитектур на основе БПФ данная проблема сводится, в первую очередь, к проблеме перекрытия амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) соседних каналов, а во вторую, к уровню боковых лепестков АЧХ каналов, регулярно расположенных относительно центра канала. При применении КЧП наблюдается более сложное распределение источников перекрестных помех. При малых количествах (десятки) каналов эта проблема не так заметна. Частотная

характеристика такого фильтра приведена, например, на рис. 1. Однако, при разбиении на 1024 и более каналов проблема становится критичной.

С другой стороны, разделение непрерывной полосы частот эфира на каналы во многих случаях производится с целью поиска в нем определенного сигнала. Причиной является неопределенность центральной частоты и/или формы спектра сигнала. Существующая схема КЧП с критическим коэффициентом децимации (относительно полосы подавления КИХ-фильтра) на каждой стадии приводит к появлению поддиапазонов частот, в которых сигнал значительно подавляется во всех выходных каналах. Данный эффект обусловлен многократным подавлением поддиапазона кратными применениями КИХ-фильтра на различных этапах обработки. В результате на весь входной диапазон частот накладывается регулярный «шаблон» сложной формы, который в выходном наборе фильтров режет — с разной степенью подавления — определенные поддиапазоны частот. Данный эффект продемонстрирован на рис. 2.

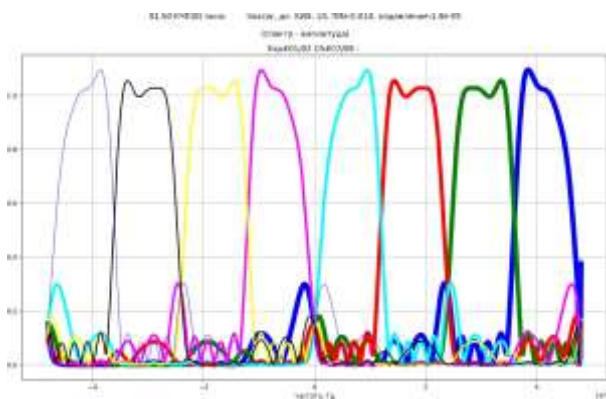


Рис. 1. Режекция поддиапазонов банком фильтров

На рис. 2 изображен банк фильтров на 8 каналов. В нём наиболее «поврежден» диапазон в районе частоты 0 МГц. Менее повреждены частоты около +2,25 и -2,25 МГц, поскольку к ним фильтры применены меньшее количество раз.

Таким образом, применимость банка фильтров для поиска сигнала в исследуемом диапазоне частот определяют два принципиальных параметра: уровень внеполосных помех в отдельных каналах, подавление на пересечении частотных характеристик соседних каналов.

### III. АНАЛИЗ ПОДАВЛЕНИЯ НА ПЕРЕСЕЧЕНИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОСЕДНИХ КАНАЛОВ

Рассмотрим подавление на пересечении частотных характеристик соседних каналов.

Введем функцию  $A(f)$ , описывающую АЧХ фильтра. Для упрощения примем ее кусочно-линейной (рис. 3).

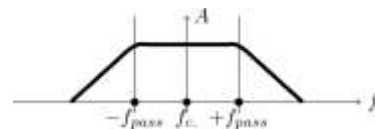


Рис. 2. Кусочно линейное описание  $A(f)$  АЧХ фильтра

Как показано на рис. 4, при разделении поддиапазона на два канала путем гетеродинирования относительно  $f_c$  вниз и вверх на частоту  $f_h$  и фильтрации одинаковыми фильтрами с характеристикой  $A(f)$ , получим разрыв в выходном диапазоне банка фильтров с максимальной режекцией в точке их пересечения, равной

$$A_l(f_h) = A_r(-f_h) = A(f_{f,r} = f_c).$$

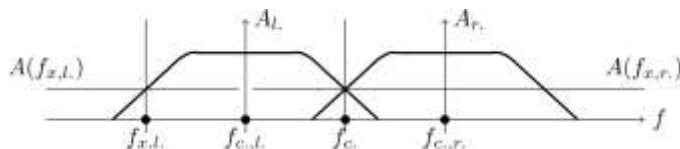


Рис. 3. АЧХ двух смежных фильтров

Повторяя разбиение каждого из полученных каналов на два подканала получаем усиление провалов АЧХ. Обозначим:  $A_i(f)$  — АЧХ фильтра на  $i$ -ом этапе расфилтровки,  $f_{x,l}$  и  $f_{x,r}$  — частоты пересечения АЧХ на левой и правой переходной зоне фильтра  $A_{i+1,l}$  на  $(i-1)$ -ом этапе расфилтровки (рис. 5).

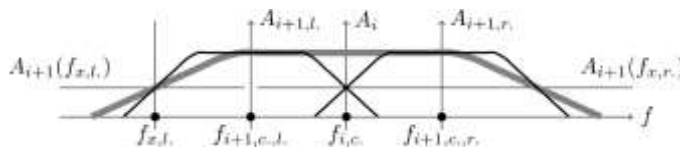


Рис. 4. АЧХ двух смежных фильтров и фильтра предыдущего уровня

В диапазоне частот между фильтрами  $i$ -ого уровня  $A_i$  и  $A_i$  мы получим на выходе  $i$ -го уровня максимальную режекцию в  $A_i(f_{x,l})$  раз, а на выходе  $(i+1)$ -го уровня максимальную режекцию, равную

$$A_{\min,l} = A_i(f_{x,l}) \cdot A_{i+1}(f_{x,l}).$$

В диапазоне частот внутри фильтра  $i$ -ого уровня  $A_i$  мы получим на выходе  $(i+1)$ -го уровня максимальную режекцию в

$$A_{\min,r} = 1 \cdot A_{i+1}(f_{x,r})$$

раз (рис. 6).

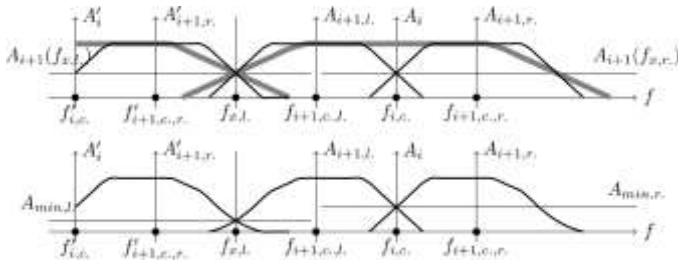


Рис. 5. Расположение фильтров (вверху) и результат суперпозиции (внизу) при изменении частоты гетеродина в два раза (равномерное расположение частот выходных каналов)

Примем, что на разных этапах применяется одинаковый КИХ фильтр, также учтём, что на каждом этапе после фильтрации мы производим децимацию в 2 раза и сдвиг на  $f_{i+1,h}$ . Тогда получаем перенос координат на новые центральные частоты

$$f_{i+1,c,l} = f_{i,c} + f_{i+1,h}, \quad f_{i+1,c,r} = f_{i,c} - f_{i+1,h},$$

и можем записать:

$$A_{i+1,l}(f) = A_i(2(f + f_{i+1,h})) \quad (1)$$

$$A_{i+1,r}(f) = A_i(2(f - f_{i+1,h})).$$

Заметим, что при «раздвигании» двух фильтров увеличивается максимально достигаемая режекция между ними, а при увеличении хотя бы одной суммарной режекции увеличивается максимальная суммарная режекция всего банка фильтров. В случае фиксированной функции указанного вида  $A_i(f)$  мы получим минимальную максимальную режекцию при покрытии максимального диапазона частот всеми фильтрами, если будем соблюдать правило  $A_{min,r} = A_{min,l}$ :

$$1 \cdot A_{i+1,l}(f_{x,r}) = A_i(f_{x,l}) \cdot A_{i+1,l}(f_{x,l}). \quad (2)$$

Соблюдение этого условия изображено графически на рис. 7. Максимальная режекция в зонах, где применяется один фильтр и суперпозиция двух фильтров одинакова.

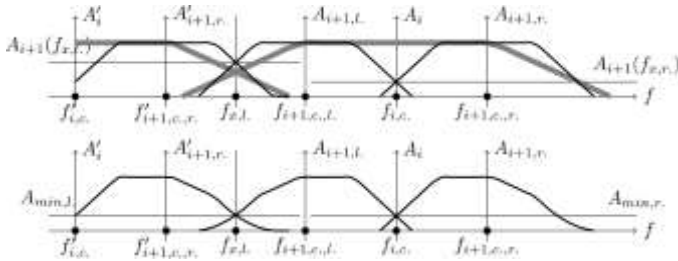


Рис. 6. Расположение фильтров (вверху) и результат суперпозиции (внизу) при оптимизированных частотах гетеродинов (неравномерное расположение частот выходных каналов)

Из (2) получаем:

$$A_i(2f_{x,r} + 2f_{i+1,h}) = A_i(f_{x,l}) A_i(2f_{x,l} + 2f_{i+1,h}). \quad (3)$$

Примем

$$f_{i,c} = 0, \quad (4)$$

тогда понятно, что  $f_{x,r} = 0$ , а  $f_{x,l} = -f_{i,h}$ . Таким образом выражение (3) можем переписать в виде:

$$A_i(2f_{i+1,h}) = A_i(-f_{i,h}) \cdot A_i(2(-f_{i,h} + f_{i+1,h})), \quad (5)$$

$$f_{i,h} > f_{i+1,h} > 0, \quad f_{1,h} = f_h.$$

#### IV. ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Найдем выражение для  $f_{i+1,h}$ , удовлетворяющее (2) и обеспечивающее, таким образом, минимальную максимальную режекцию. Для этого уточним вид кусочно линейной функции  $A_i(f)$ :

$$A_i(f) = \begin{cases} a_i \cdot (f + b_i) + c_i, & f \in [-f_{cut}, -f_{pass}] \\ A_{max}, & f \in [-f_{pass}, f_{pass}] \\ -a_i \cdot (f - b_i) + c_i, & f \in [f_{pass}, f_{cut}] \end{cases}, \quad (6)$$

$$f_{cut} > f_{pass} > 0, \quad A_i = A, a_i = a, b_i = b, c_i = c. \quad (7)$$

Из (5) и учитывая (6), (7) получим  $f_{i+1,h}$  и отношение:

$$k_{i+1,h} = \frac{f_{i+1,h}}{f_{i,h}} = \frac{-a_i^2 b_i^2 + 3a_i^2 b_i f_{i,h} - 2a_i^2 f_{i,h}^2}{2a_i f_{i,h} (a_i b_i - a_i f_{i,h} + c_i + 1)} + \frac{-2a_i b_i c_i + a_i b_i + 3a_i c_i f_{i,h} - c_i^2 + c_i}{2a_i f_{i,h} (a_i b_i - a_i f_{i,h} + c_i + 1)}. \quad (8)$$

Выведем рекуррентное соотношение для используемых в (8) коэффициентов. Из (1), (4) и (6) получаем:

$$a_{i+1} = 2a_i, \quad b_{i+1} = \frac{b_i}{2}, \quad c_{i+1} = c_i \quad (9), (10), (11)$$

#### V. КВАДРАТИЧНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Рассмотрим квадратичную аппроксимацию. Примем в качестве модели АЧХ фильтра функцию  $B_i(f)$ :

$$B_i(f) = \begin{cases} a_{l,i} f^2 + b_{l,i} f + b_{l,i}, & f \in [-f_{cut}, -f_{pass}] \\ A_{max}, & f \in [-f_{pass}, f_{pass}] \\ a_{r,i} f^2 + b_{r,i} f + c_{r,i}, & f \in [f_{pass}, f_{cut}] \end{cases}, \quad (12)$$

$$f_{cut} > f_{pass} > 0, \quad B_i = B. \quad (13)$$

Из (5) и учитывая (12) и (13), приняв

$$a_i = a_{r,i} = a_{l,i}, \quad b_i = b_{r,i} = -b_{l,i}, \quad c_i = c_{r,i} = c_{l,i}$$

получим уравнение с решениями  $f_{i+1,h}$  и отношением:

$$k_{i+1,h} = \frac{4a^2 f_{i,h}^3 + 5abf_{i,h}^2 + 4acf_{i,h}}{4af_{i,h}(af_{i,h}^2 + bf_{i,h} + c - 1)} + \frac{b^2 f_{i,h} + bc + b \pm \sqrt{D}}{4af_{i,h}(af_{i,h}^2 + bf_{i,h} + c - 1)}, \quad (14)$$

где:

$$D = -4a^3 cf_{i,h}^4 + 16a^3 f_{i,h}^4 + a^2 b^2 f_{i,h}^4 - 8a^2 bcf_{i,h}^3 + 32a^2 bf_{i,h}^3 - 8a^2 c^2 f_{i,h}^2 + 24a^2 cf_{i,h}^2 + 2ab^3 f_{i,h}^3 - 2ab^2 f_{i,h}^2 + 18ab^2 f_{i,h}^2 - 8abc^2 f_{i,h} + 24abcf_{i,h} - 4ac^3 + 8ac^2 - 4ac + b^4 f_{i,h}^2 + 2b^3 cf_{i,h} + 2b^3 f_{i,h} + b^2 c^2 + 2b^2 c + b^2.$$

Выведем рекуррентное соотношение для используемых в (14) коэффициентов. Из (1), (4) и левого поддиапазона (12) получаем:

$$B_{i+1,j}(f) = B_i(2(f + f_{i+1,h})) = B_i(2(f)) = a_i(2f)^2 + b_i(2f) + c_i,$$

откуда:  $a_{i+1} = 4a_i$ ,  $b_{i+1} = 2b_i$ ,  $c_{i+1} = c_i$ .

#### VI. РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНОЙ РЕЖЕКЦИИ В ДИАПАЗОНЕ МЕЖДУ КАНАЛАМИ

После  $N$  этапов расфилтровки мы получим одинаковую максимальную режекцию в диапазоне между каналами, равную уровню пересечения вновь расфилтрованных каналов:

$$A_{\min,N} = A_N(f_{N,h}) = A_1(2^{N-1} f_{N,h}). \quad (15)$$

Используя данную схему выбора частот гетеродинов  $f_{i,h}$  на последовательных стадиях обработки, мы можем подобрать характеристику фильтра  $A(f)$  и частоту  $f_h$ , которые при заданной глубине разбиения  $N$  позволят получить заданную одинаковую максимальную режекцию в диапазоне между каналами  $A_{\min,N}$ .

#### VII. УРОВЕНЬ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ПОМЕХ

Масштабирование  $f_{i,h}$  в большую сторону при использовании критического коэффициента децимации увеличивает уровень возможных внеполосных помех в результирующем канале. Пусть  $A_i(f)$  определена на  $\Omega$ . Поскольку на каждом этапе происходит децимация сдвинутого на  $f_{i,h}$  по частоте сигнала, можно оценить, что

на каждом этапе мощность  $P_{i,out}$  попадающей в канал внеполосной помехи будет не больше  $P_{i,out,max}$ :

$$P_{i+1,out,max} = \int_{\Omega \left[ -\frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{2} \right]} A_{i+1}^2(f) df = \int_{\Omega \left[ -f_s, -2f_{i+1,h}; f_s, -2f_{i+1,h} \right]} A_i^2(f) df.$$

С учетом равенства нормированных частотных диапазонов, а соответственно и  $A_i(f) = A(f)$  при децимации на каждом этапе, а также симметрии  $A(f)$ , получаем:

$$P_{i+1,out,max} = \int_{\Omega \left[ -\frac{f_s}{2} - f_{i,h}, \frac{f_s}{2} - f_{i,h} \right]} A^2(f) df.$$

Учтём, что суммарная внеполосная помеха в канале

$$P_{\Sigma,out} = \sum_{i=1}^N P_{i,out,max} = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega \left[ -\frac{f_s}{2} - f_{i,h}, \frac{f_s}{2} - f_{i,h} \right]} A^2(f) df$$

будет не больше суммы максимальных возможных помех:

$$P_{\Sigma,out} \leq N \int_{\Omega \left[ -\frac{f_s}{2} - \min_i f_{i,h}, \frac{f_s}{2} - \max_i f_{i,h} \right]} A^2(f) df. \quad (16)$$

Тогда (16) и есть искомая оценка.

#### VIII. ВЫВОДЫ

Выражения (15) и (16) накладывают ограничения, решение которых – например, численное – с использованием (9), (10), (11), (8) позволяет получить заданные предельно допустимые в реализации банка фильтров подавление на пересечении частотных характеристик каналов и мощность внеполосных помех в отдельных каналах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jonh Lillington, CTO, RF Engines Limited. www.rfel.com, 2002 г.
- [2] Л.Г. Азаренков, И.И. Канатов, Д.И. Каплун. Банк цифровых фильтров // Компоненты и технологии. 2007. №10. С. 156–161.
- [3] Л.Г. Азаренков, А.В. Будилов, И.И. Канатов, Д.И. Каплун. Частотно-временной анализ банком цифровых фильтров // Компоненты и технологии. 2009. №3. С. 122–126.