# Повышение энергоэффективности механического движения робототехнических систем при использовании классических аналитических методов решения обратной задачи кинематики

# Р. Н. Яковлев

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН) Санкт-Петербург, Россия iakovlev.r@mail.ru

В работе представлены Аннотация. результаты посвященного исследования, проблеме повышения энергоэффективности механического движения антропоморфных систем (PC). робототехнических Достижение более высоких показателей энергоэффективности во многом связано с модификацией алгоритмов, обеспечивающих движение РС. Был проведен анализ нескольких существующих аналитических методов решения обратной задачи кинематики для мобильных шагающих платформ, по результатам которого были выявлены ключевые участки, модификация которых позволяет повысить энергоэффективность механического движения различных РС. Рассматриваются устройство и работы разработанного алгоритма, оптимизации энергозатрат при решении обратной задачи кинематики.

Ключевые слова: энергоэффективность; робототехнические системы; обратная задача кинематики; антропоморфные роботы; механическое движение

# І. Введение

Основной проблемой, возникающей при разработке, моделировании и реализации решений задач кинематики ДЛЯ мобильных шагающих платформ, необходимость проектирования механизма движения с пониженным энергопотреблением для увеличения времени полноценного функционирования, поскольку основная часть энергоресурсов расходуется именно на обеспечение механического движения. В тоже время решение, в частности, обратной задачи кинематики (ОЗК) и само по представляется весьма вычислительно алгоритмически сложной задачей. Существует ряд специализированных методов, упрощающих получение аналитических выражений [1, 2], заключающихся в определении углов поворотов узлов из нелинейных уравнений для отдельных элементов матричного уравнения. Из-за наличия нелинейности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №17-58-04110 Бел мол а.

# Д. А. Малов

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН) Санкт-Петербург, Россия malovdmitrij@gmail.com

данные методы для нетривиальных РС приводят к получению множественных решений, однако внимание исследователей, как правило, не акцентируется на методике выбора конкретного варианта из множества, и единственное решение выбирается эмпирически.

# II. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОЗК

Для того чтобы описать ориентацию некоторого тела в пространстве, необходимо связать с телом некоторую систему координат и описать эту систему относительно опорной. Один из способов описать связанную с телом систему координат – выразить единичные векторы трех ее осей в координатах глобальной системы и записать их в виде столбцов матрицы вращения [Х, Ү, Z]. Допустим, что с некоторым телом связана система координат В, в пространстве задана глобальная система координат А, а векторы  $X_{R}, Y_{R}, Z_{R}$  представляют собой единичные векторы, определяющие главные направления системы координат В. Последние, будучи выраженными в координатах системы A, записываются как  ${}^{A}X_{B}$ ,  ${}^{A}Y_{B}$ ,  ${}^{A}Z_{B}$ , таким образом матрица вращения  ${}^{A}R_{_{B}}$ , описывающая систему В относительно системы А, имеет следующий вил:

$${}^{A}R_{B} = \begin{bmatrix} {}^{A}X_{B}, {}^{A}Y_{B}, {}^{A}Z_{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$
(1)

Положение точки некоторого тела в пространстве описывается вектором, а ее ориентация — посредством матрицы вращения, эти параметры могут быть объединены в единое понятие — система отсчета. В целях прикладной оптимизации в рамках решения ОЗК используются специализированные способы описания взаимосвязей систем отсчета, связанных с отдельными узлами РС.

# III. ОПИСАНИЕ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В КЛАССИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Определим соотношения между осями вращения соседних узлов РС. Ось вращения узла і определяется направлением вектора, вокруг которого і-е звено поворачивается относительно (i-1)-го звена. Для того чтобы однозначно определить взаимное расположение осей вращения в пространстве, воспользуемся длиной звена а и углом скручивания звена а. В трехмерном пространстве для любых двух осей вращения узлов расстояние  $a_i$  измеряется вдоль прямой, перпендикулярной обеим осям вращения. Такая прямая существует и является единственной всегда, за исключением параллельных осей вращения. В последнем случае существует множество общих перпендикуляров равной длины [3]. Угол скручивания звена  $\alpha_i$  можно вычислить, взяв плоскость, нормалью к которой является общий для двух осей вращения узлов перпендикуляр, спроецировав на нее оси i-1 и i и измерив угол между ними. Смещение по оси i-го узла  $d_i$  характеризует расстояние вдоль оси вращения общего узла от одного звена до другого. Величину поворота одного звена относительно соседнего вокруг общей оси вращения характеризует узловой угол  $Q_i$ между продолжениями перпендикуляров  $lpha_{i-1}$  и  $lpha_i$  . Смещение звена  $d_i$  соответствует расстоянию по оси i-го узла от точки, в которой эту ось пересекает перпендикуляр  $lpha_{i-1}$  , до точки пересечения с перпендикуляром  $lpha_i$  . Выразим положение i-го звена в системе отсчета звена i-1, составив матрицу преобразований  $i^{-1}T$ :

$$\frac{sQ_{i}c\alpha_{i-1}}{s} = \begin{bmatrix}
cQ & -sQ & 0 & \alpha_{i-1} \\
sQ_{i}c\alpha_{i-1} & sQ_{i}c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_{i} \\
sQ_{i}s\alpha_{i-1} & cQ_{i}s\alpha_{i-1} & -c\alpha_{i-1} & -c\alpha_{i-1}d_{i} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, (2)$$

где символы c и s обозначают тригонометрические функции синуса и косинуса соответственно.

Кинематические уравнения определяются после того, как к каждому звену будет привязана своя система отсчета. Учитывая все параметры, составляется матрица преобразований для каждого из звеньев. Путем умножения всех матриц найдем преобразование, с помощью которого можно выразить конечную систему отсчета  $\{N\}$  в начальной  $\{0\}$ :

$${}_{N}^{0}T = {}_{1}^{0}T {}_{2}^{1}T ... {}_{N}^{N-1}T . (3)$$

С помощью данного преобразования можно определить координаты и ориентацию конечного звена в исходной декартовой системе координат. Решение ОЗК, таким образом, заключается в нахождении неизвестных углов отклонения звеньев (узловых углов)  $Q_1,Q_2,...Q_{N-1}$ .

# IV. Аналтический метод решения ОЗК

В первую очередь строится таблица параметров для данной РС, где для каждого звена указываются все его параметры. На основании этой таблицы и с учетом (2), находим матрицу  ${}^0_N T$ , которая позволяет выразить положение конечного звена в начальной системе координат, по (3). Ниже матрица  ${}^0_N T$  представлена в общем виде:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

где компоненты  $\alpha_{11}...\alpha_{44}$  являются результатом перемножения матриц. Для того чтобы решить ОЗК, необходимо найти неизвестные углы  $Q_1,Q_2,...,Q_{n-1}$  из матричного уравнения, общий вид которого выглядит следующим образом:

$${}^{0}_{N}T = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} = {}^{0}_{1}T(Q_{1}) {}^{1}_{2}T(Q_{2})....{}^{N-1}_{N}T(Q_{N}). (5)$$

Приведем уравнение 5 посредством деления на  ${}^0_1T(Q_1)$  к виду:

$${}_{1}^{0}T(Q_{1})^{-1}{}_{1}^{0}T = {}_{2}^{1}T(Q_{2})...{}_{N}^{N-1}T(Q_{N}).$$
 (6)

Для  ${}_{1}^{0}T$  определяется обратная матрица  ${}_{0}^{1}T$ . Таким образом уравнение (6) приводится к виду:

$$\begin{bmatrix} c_{1} & s_{1} & 0 & 0 \\ -s_{1} & -c_{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} =$$
(7)
$$= \frac{1}{2} T(Q_{2}) ..._{N}^{N-1} T(Q_{N}).$$

При перемножении матриц из левой части (7) и дальнейшем приравнивании соответствующих компонентов, получится двенадцать нелинейных уравнений, из которых лишь шесть являются

независимыми. Рассмотрим матрицу  ${}^0_N T$  без учета четвертого столбца и четвертой строки. В таком случае она имеет вил:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{11} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}.$$
 (8)

Матрица (8) описывает взаимное расположение конечной системы координат относительно исходной, и содержит три независимых уравнения. Элементы  $\alpha_{14},\alpha_{24},\alpha_{34}$  матрицы  $^0_N T$  представляют собой компоненты радиус-вектора, который связывает начала систем координат, связанных с конечным узлом и исходной системой отсчета, что позволяет получить три других независимых уравнения.

Для РС любой сложности количество независимых кинематических уравнений, как было показано выше, остается постоянным и равно 6. В случае если у системы большее число узлов, это ведет к получению бесконечного решений. множества Более того. поскольку кинематические уравнения являются нелинейными, для получения конкретных решений даже для РС с 6 узлами требуется, чтобы ее конструкция соответствовала определенным критериям. В общем случае для РС с 6 узлами невозможно гарантировать аналитическую разрешимость. Для сложных РС следует использовать альтернативные методы решения [3].

Существует еще одна особенность аналитических методов решения ОЗК: так называемые множественные решения. Неолнозначность предлагаемого позиционирования объясняется наличием избыточных степеней свободы у РС, которые позволяют осуществлять позиционирование конечного узла системы посредством нескольких физических конфигураций системы. Данная ситуация при использовании аналитического метода приводит к тому, что при решении некоторых кинематических уравнений значения искомых углов могут быть выражены лишь как значения аргументов некоторой тригонометрической функции с известным значением, что и приводит к неоднозначности. В частности, для РС с 6 степенями свободы может существовать вплоть до 16 альтернативных решений ОЗК для каждого целевого положения.

# V. Повышние энергоэффективности решений ОЗК

При наличии у РС множественных решений представляется очевидным, что в зависимости от различных факторов (смещение положений узлов системы, наличие препятствий, время перехода в обновленное положение, энергетические затраты) различные решения могут выступать в качестве наиболее предпочтительных. Таким образом, априорное использование некоторого решения является нецелесообразным, а создание

алгоритмов поиска оптимальных решений, учитывающих различные дополнительные факторы, представляет собой перспективную и актуальную задачу.

По причине весьма высокой доли энергопотребления, приходящейся на механическое движение, а точнее на непосредственное смещение положений звеньев РС, в качестве фактора была выделена величина энергозатрат. При этом величина расходуемой энергии может быть непостоянной, так как энергозатраты приходятся не только на непосредственное функционирование двигательных устройств, но и могут во многом зависеть от величины, приходящейся на них нагрузки. Таким образом, функция энергозатрат может в общем виде быть представлена как:

$$E = F(M, R), (9)$$

где F — некоторая функция, M — величина текущей нагрузки, R — перемещение (смещение положения). Наличие прямой зависимости между величинами смещения звеньев и величиной энергозатрат также нашло свое отражение в формуле выше.

Значимость фактора временных затрат проистекает из специфики работы двигательных элементов, которым для проведения некоторого смещения требуется определенный промежуток времени. Важнейшей характеристикой данного типа устройств с этой точки зрения является скорость смещения (вращения), которая главным образом и характеризует временные затраты на проведение некоторого движения. Таким образом, функция определения временных затрат в общем виде может быть представлена следующим образом:

$$T = F(R) + T_{\nu} \,, \tag{10}$$

где F — некоторая функция, R — перемещение (смещение положения),  $T_r$  — время отклика двигательного устройства. Следует отметить, что зависимость временных затрат от величины смещения является прямой, хотя и может иметь нелинейных характер. Влияние данного фактора на качество решений ОЗК может сильно варьироваться в зависимости от поставленной задачи, но в любом случае существенно.

Последним было исследовано влияние фактора смещения положений узлов системы, возникновение которого обуславливается непосредственно наличием механического движения. В тоже время, учитывая зависимости (9), (10), можно сделать вывод о том, что данный фактор имеет определенную степень влияния как на величину энергозатрат, так и на временные затраты, а возрастание величины смещения сопровождается ростом остальных показателей. Таким образом, в рамках данного исследования ключевыми факторами при оценке качества решения ОЗК были выбраны величины энергетических и временных затрат, зависящие от величин смещения звеньев.

Следующим этапом является формирование общего показателя затрат для каждого звена в отдельности, который отражает как непосредственно величину смещения, так и влияние факторов энергетических и временных затрат:

$$e = R(k_F + k_T), (11)$$

где e — общий показатель затрат, R — перемещение (смещение положения),  $k_E$  — коэффициент энергозатрат,  $k_T$  — коэффициент временных затрат. Коэффициенты затрат должны рассчитываться для каждой конкретной РС, для чего может быть использован конкретизированный вид функций энергетических и временных затрат или же эмпирическая оценка их величин посредством серии экспериментов.

Более того, в зависимости от текущих целевых приоритетов, влияние тех или иных затрат будет более или менее значимым, следовательно, следует ввести для них дополнительные весовые коэффициент:

$$e = R(\beta_E k_E + \beta_T k_T), \qquad (12)$$

где  $\beta_E$  — коэффициент влияния энергозатрат,  $\beta_T$  — коэффициент влияния временных затрат.

На основе проведенных исследований был сформирован алгоритм поиска оптимальных решений ОЗК при использовании аналитического подхода (рис. 1).

Данный алгоритм получает информацию о всех предложенных вариантах решения ОЗК, часть которых может не удовлетворять конструкционным особенностям РС, таким образом на первом этапе реализуется процесс отсеивания недопустимых решений. Каждое предложенное решение ОЗК рассматривается отдельно: сначала происходит вычисление смещения всех звеньев системы относительно их текущих положений. Затем для каждого звена проводится проверка, удовлетворяет ли полученная величина смещения допустимому интервалу для данного звена. В случае, если данное условие не выполняется хотя бы для одного из звеньев, текущее решение ОЗК отбрасывается как недопустимое.

Далее выполняется второй ключевой участок алгоритма, в нем рассматриваются все решения, которые прошли проверку на соответствие ограничениям РС. По аналогии с предыдущим этапом каждое решение рассматривается отдельно: в первую очередь для каждого из звеньев в соответствии с (12) вычисляется значение общего показателя затрат. Затем рассчитывается общий показатель затрат для всего решения посредством суммирования показателей для отдельных звеньев. После проведения данных вычислений для всех допустимых решений, оптимальное решение ОЗК определяется по минимальному значению общего показателя затрат.

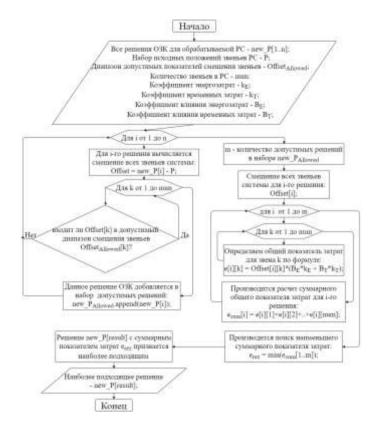


Рис. 1. Алгоритм оптимизационных решений ОЗК

#### VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

разработан новый алгоритм повышения Был энергоффективности работы робототехнической системы посредством модификации процесса выбора среди множественных решений при использовании аналитического подхода к решению ОЗК. Дальнейшие исследования будут направлены результативности разработанных алгоритмов в различных PC [5, 6].

#### Список литературы

- Peiper D.L. The kinematics of manipulators under computer control. Stanford Univ Ca Dept Of Computer Science. 1968. №. CS-116.
- [2] Paul R. P., Shimano B. Kinematic control equations for simple manipulators //Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes, 1978 IEEE Conference on. IEEE. 1979. C. 1398-1406
- [3] Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem //Graphical Models. 2011. T. 73. №. 5. C. 243-260.
- [4] Colome A., Torras C. Redundant inverse kinematics: Experimental comparative review and two enhancements //Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on. IEEE. 2012. C. 5333-5340.
- [5] Pavluk N., Denisov A., Kodyakov A., Ronzhin A. Mechanical Engineering of Leg Joints of Anthropomorphic Robot //MATEC Web of Conferences. EDP Sciences. 2016. T. 77. C. 04006.
- [6] Pavluk N., Ivin A., Budkov V., Kodyakov A., Ronzhin A. Mechanical Leg Design of the Anthropomorphic Robot Antares //International Conference on Interactive Collaborative Robotics. Springer, Cham, 2016. C. 113-123.