Задача оценки эффективности функционирования системы в условиях внешних воздействий

А. П. Алексеев[1], Г. В. Абрамов[2], И. Н. Булгакова[3]
Воронежский государственный университет
[1]Evil-Emperor@mail.ru, [2]abramov_g@amm.vsu.ru, [3]bulgakova-i-n@amm.vsu.ru

Аннотация. **Рассмотрены особенности оценки эффективности функционирования систем в условиях неопределенности, связанной с влиянием внешней среды. Описана модель структуры и функциональных связей системы в виде многопродуктовой сети. В рамках этой модели предложен алгоритм решения задачи оценки эффективности функционирования системы на основе оценок типа трудности достижения цели.**

Ключевые слова: эффективность; качество; трудность достижения цели; риск недостижения цели

I. Об эффективности системы

В соответствии с теорией оценки эффективности систем [1], качество любого объекта, в том числе и системы, проявляется лишь в процессе его использования по назначению, поэтому наиболее объективным является оценивание по эффективности применения. Но проектирование, организация и применение системы фактически связаны с неизвестными событиями в будущем и поэтому всегда содержат элементы неопределенности. Объективной характеристикой качества системы (степенью ее приспособленности к достижению требуемого результата в условиях реального воздействия случайных факторов) может служить только вероятность выполнения задачи системой, характеризующая степень возможностей конкретной системы при заданных требованиях [2].

Таким образом, оценка эффективности функционирования систем с учетом возможных внешних воздействий должна отвечать определенным требованиям и иметь тернарную логику построения:

Во-первых, к оценке эффективности системы необходимо подходить как к оценке ее способности достигать своей цели, и эта характеристика напрямую зависит от эффективности элементов, составляющих систему, т.к. при системном подходе первостепенное значение имеют свойства элементов, которые определяют взаимодействие друг с другом и оказывают влияние на достижение поставленной цели [2].

Во-вторых, это интегральная оценка качества результата функционирования системы, полученная на основе оценок выполнения требований к элементам системы, т.к. при прочих равных условиях получить результат определенного качества тем труднее, чем ниже качество ресурса и чем выше требования к качеству результата [3].

В-третьих, это оценка вероятности выполнения задачи системы, которую можно трактовать как риск недостижения системой своей цели в условиях, когда цели всех ее элементов достигаются.

В своем исследовании мы предлагаем использовать оценки типа трудности достижения цели, введенные И.Б. Руссманом, так как эти безразмерные и универсальные показатели отвечают всем поставленным требованиям. С одной стороны, трудность выступает как обобщенная характеристика качества (некачественности) ресурсов, учитывающая не только их свойства, но и требования, предъявляемые к ним системой, порожденные требованиями к результату функционирования системы в целом [3]. С другой стороны, вероятностную трактовку трудности можно рассматривать как риск недостижения цели при условии выполнения предъявляемых требований.

Таким образом, под оценкой эффективности функционирования системы мы будем понимать меру достижения системой своей цели (а также риск недостижения этой цели), полученную на основе оценок выполнения требований к элементам системы (достижение ими своих целей).

II. Модель системы в виде многопродуктовой сети

Чтобы наглядно отразить структуру и характер связи между элементами системы, ее можно представить в виде графа с элементами в качестве вершин. Ребра такого графа обозначают взаимосвязь элементов системы между собой, а потоки, проходящие по этим ребрам, количественную оценку этой связи. Для отражения двойственного характера взаимосвязей элементов, схему функционирования системы можно описать известной математической моделью, которая называется многопродуктовая потоковая сеть (МП-сеть) и задается с помощью двух графов на одном и том же множестве вершин – узлов сети [4]. Первый граф, физический, определяет условную физическую структуру сети, его ребра, проложенные от одного узла к другому. Узлы сети являются также вершинами второго, логического, графа сети, определяющего структуру связей между элементами, т.е. структуру требований на передачу потоков в сети. Ребра логического графа соединяют пары элементов сети, между которыми нужна связь, т.н. тяготеющие пары. Объединение указанных двух графов в одну МП-сеть обусловлено тем, что связь между узлами, соединенными ребрами логического графа, может осуществляться только по ребрам физического графа. Название «многопродуктовая» объясняется невзаимозаменяемостью потоков различных тяготеющих пар, считается, что эти потоки соответствуют как бы разным видам продуктов [4].

Если известна мера требований тяготеющих пар, то ребрам логического графа сети приписываются соответствующие числа условных единиц потока для данной тяготеющей пары. В тех же условных единицах потока измеряется и пропускная способность ребер физического графа сети. Соответствующие числа ограничивают поток между любыми тяготеющими парами по данному ребру. Задача распределения потоков в сети состоит в том, чтобы проложить по ребрам физического графа оптимальные пути для каждой пары узлов, соединенных ребрами логического графа [4]. При этом необходимо удовлетворить ограничениям (физическим) по пропускной способности и желательно удовлетворить ограничениям (логическим) по обеспечению требований элементов. Ясно, что необходимо найти максимальный, при данных пропускных способностях, поток для каждой тяготеющей пары. Если все такие потоки удовлетворяют логическим требованиям элементов, то сеть называется допустимой, т.к. она способна эффективно выполнять требуемые от нее функции, в противном случае сеть нуждается либо в развитии, либо в пересмотре условий для тех пар элементов, чьи требования не могут быть выполнены.

В системе возможна неопределенность, связанная с вектором пропускной способности ребер физического графа МП-сети [4]. Считаем, что причиной ее возникновения является уменьшение пропускной способности или выход из строя отдельных ребер физического графа МП-сети в результате либо случайных повреждений сети, либо целенаправленных ее разрушений. В дальнейшем будем обозначать любое непредвиденное или нежелательное событие (либо их совокупность), способное нарушать функционирование системы, как инцидент. Силу воздействия инцидента на систему определим как тяжесть инцидента. Конкретная локализация воздействия, возникшего в результате инцидента (ребра, подвергшиеся поражающему воздействию), и распределение данного воздействия по ребрам сети считаются неизвестными. Таким образом, гарантированное оценивание функциональных возможностей МП-сети предлагает поиск наихудшего для сети влияния инцидента, т. е. поиск варианта уменьшения пропускной способности ребер, приводящего к максимальному ущербу функционированию МП-сети. При этом эффективность функционирования сети всё также понимается с позиции обеспечения предельных потоковых требований тяготеющих пар.

Воспользуемся стандартной математической структурной моделью многопродуктовой потоковой (МП-) сети, $S=(V,P)$ которая задается множествами: $V=\{v_1,...,v_n\}$ – узлов сети и $P=\{p_1,...,p_m\}\in V\times V$ – тяготеющих пар или ребер логического графа сети. Соответствующие индексные множества будем обозначать: $N=\{1,...,n\}$ и $M=\{1,...,m\}$, так что $V=\{v_i\}_{i\in N}$ и $P=\{p_k\}_{k\in M}$.

Для любой вершины $v\in V$ обозначим через $S(v)$ множество индексов выходящих из неё дуг, а через $T(v)$ множество индексов входящих [4]. Для каждой k-й тяготеющей пары введем обозначение $p_k=(v_{sk},v_{tk})$, где $s_k<t_k$ и вершина v_{sk} называется источником, а v_{tk} – стоком k-го вида продукта. Значение g_k – это поток между источником и стоком для каждой тяготеющей пары $p_k\in P$.

Для оценки максимально возможного потока для каждой тяготеющей пары, мы будем рассматривать предельный случай, когда поток каждого продукта занимает всю физическую сеть, показывая предельно допустимый уровень выполнения требований этой тяготеющей пары.

В сети имеются количественные ограничения, определяемые пропускной способностью физического графа [5]. Формально припишем каждому ребру (v_i,v_j) сети некоторое число $c_{ij}\geq 0$, называемое пропускной способностью ребра (v_i,v_j) и измеряемое в условных единицах потока, для которого предназначена данная сеть. Матрица $c=\{c_{ij}\}$ задает ограничения-неравенства на распределение потоков в сети, т.е. сумма всех потоков тяготеющих по ребру не должна превышать его пропускной способности. Кроме того, всем ребрам $p_k\in P$ логического графа приписаны числа $y_k\geq 0$, измеряемые в условных единицах потока, и которые требуется пропустить по данному логическому ребру МП-сети [4].

Если вектор требований известен, то ставится задача о допустимости сети для указанного вектора требований, т.е. проверки условия, что существует такое распределение потоков в сети, что $g_k\geq y_k$, $k=1,...,m$.

Очевидно, что для решения задачи о допустимости необязательно строить все возможные распределения потоков в физической сети, достаточно лишь найти распределения, обеспечивающие максимальные потоки между всеми тяготеющими парами. Обозначим как z_k наибольший из всех возможных g_k. Множество максимальных потоков между тяготеющими парами будем обозначать как:

$$Z(c)=\{z_k\}$$

Эта матрица потоков обеспечивает сети максимальную эффективность функционирования.

Поскольку в результате внешних возмущений (инцидента) матрица пропускных способностей может меняться, имеет смысл ввести несколько дополнительных параметров. Пусть SC – множество матриц c в рамках заданной неопределенности, его можно рассматривать как $SC = \{C \mid C' \le C \le C^0\}$, где C^0 – матрица изначальных пропускных способностей сети (в лучшем случае инцидента не произойдет), а $C' = 0$ (в худшем случае все ребра будут разрушены полностью). Чтобы не сводить все исследования уязвимости системы к тривиальному значению 0, будем изучать эту задачу с множеством $C^\gamma = \{c^\gamma \mid \gamma \in [0,1]\}$, где параметр γ имеет смысл тяжести инцидента и показывает ожидаемое снижение пропускной способности любого ребра сети (то есть, какая часть изначальной пропускной способности оказалась разрушенной). Поскольку под воздействие могли попасть любые ребра физического графа, то для наиболее надежной оценки будем предполагать снижение всех пропускных способностей в соответствии с параметром γ.

Переменная c_{ij}^γ здесь и далее будет служить для обозначения оставшейся после инцидента тяжести γ пропускной способностей ребер физического графа МП-сети:

$$c_{ij}^\gamma = \{c_{ij}^\gamma \le c_{ij}^0 \mid c_{ij}^\gamma = (1-\gamma)c_{ij}^0\}$$

Эта матрица будет использоваться в дальнейших расчетах для оценки эффективности сети.

III. Алгоритм анализа эффективности МП-сети

Шаг 1. Построение МП-сети. На основании информации об элементах системы и их взаимосвязей строятся физический и логический графы сети, определяются матрица изначальных пропускных способностей C^0 и вектор требований y.

Шаг 2. Построение множества максимальных потоков между всеми тяготеющими парами. При относительно небольшом числе вершин логического графа следует применить алгоритм поиска максимального потока для каждой тяготеющей пары. В настоящий момент известно множество таких методов, и любой из них может быть использован для решения задачи, мы пользуемся алгоритмом Форда – Фалкерсона, подробно описанным в [5]. Если количество тяготеющих пар логического графа близко к числу всех пар вершин физического графа, то имеет смысл использовать алгоритм Гомори-Ху, подробно описанный в [6].

В любом случае, мы получаем множество максимальных потоков между всеми парами вершин $Z(c)$, которое можно использовать для оценки способности сети выполнять требования компонентов системы, т.е. функционировать эффективно.

Шаг 3. Построение матрицы трудностей выполнения потоковых требований тяготеющих пар. Оценим качество полученных потоков z_k по формуле:

$$\mu_k = (z_k - \underline{Z}) / (\overline{Z} - \underline{Z}),$$

где $\overline{Z} = \max_{1 \le k \le m} z_k$, $\underline{Z} = \min_{1 \le k \le m} z_k$.

Далее необходимо оценить требования к качеству этих потоков:

$$\varepsilon_k = (y_k - \underline{Z}) / (\overline{Z} - \underline{Z})$$

Необходимо отметить, что оба вида параметров μ и ε измеряются в интервале [0,1], причем $\varepsilon_k \le \mu_k \forall k$ для любой тяготеющей пары [3]. Комбинации, для которых это условие не выполняется, не удовлетворяют минимальным требованиям качества. В остальных случаях показатель трудности будет равен [3]:

$$d_k = \varepsilon_k (1-\mu_k) / \mu_k (1-\varepsilon_k)$$

при этом $d_k = 0$ при $\varepsilon_k = \mu_k = 0$ и $d_k = 1$ при $\varepsilon_k = \mu_k = 1$.

Дополнительно введем весовые коэффициенты α_k, которые находятся в диапазоне $0 < \alpha_k \le 0{,}1$.

Тогда окончательное множество трудностей выполнения требований тяготеющих пар на данном множестве максимальных потоков можно обозначить как:

$$D(Z) = \{d_k^{\alpha_k} \mid d_k^{\alpha_k} = 1-(1-d_k)^{\alpha_k}\}$$

Интегральная трудность D находится по формуле:

$$D = \sum_{k=1}^{m} d_k^{\alpha_k}$$

Этот параметр отражает интегральную трудность выполнения требований всех тяготеющих пар сети и служит критерием эффективности системы. Чем выше трудность, тем сложнее выполнить взаимные требования компонентов системы при данных пропускных способностях сети. При $D = 1$ трудность максимальна, система находится в очень уязвимом положении. Если хоть один из показателей d_k превышает 1 (в случае $\varepsilon_k > \mu_k$), то интегральный показатель также $D > 1$, и это значит, что поток между данной парой вершин не удовлетворяет требованиям, система функционирует неэффективно. Необходимо наращивание пропускных способностей или изменение требований элементов.

Шаг 4. Оценка тяжести воздействия инцидента на систему. Если на предыдущем шаге сеть была признана допустимой, то можно провести анализ эффективности системы после воздействия. Прежде всего, нужно определить тяжесть инцидента, параметр $\gamma \in [0,1]$. Если она неизвестна, то мы предлагаем оценивать ее посредством решения задачи оценки эффективности устранения рисков [7]. Полученный в результате параметр имеет смысл интегральной оценки эффективности противодействия рискам нарушения функционирования системы и показывает вероятность ожидаемого разрушения пропускных способностей сети.

Шаг 5. Анализ эффективности сети во время воздействия инцидента. Рассчитаем матрицу C^γ

ожидаемых пропускных способностей, оставшихся после инцидента, тяжесть которого мы оценили на шаге 4, по формуле:

$$c_{ij}^{\gamma} = (1-\gamma)c_{ij}^{0}$$

Теперь необходимо заново решить задачу поиска множества максимальных потоков (повторить шаг 2 с матрицей C^{γ}) и найти множество трудностей выполнения требований тяготеющих пар (повторить шаг 3 с матрицей $Z(C^{\gamma})$). Полученный в результате параметр интегральной трудности $D(\gamma)$ характеризует эффективность функционирования системы в условиях инцидента тяжести γ. Если сеть все еще остается допустимой ($D(\gamma) < 1$), то признается, что система функционирует достаточно эффективно, чтобы выдержать воздействия инцидента ожидаемой тяжести и выполнить взаимные требования всех компонентов системы.

Шаг 6. Поиск предела эффективности функционирования системы. Вне зависимости от того, является ли сеть допустимой после воздействия инцидента, учитываемого на шаге 4, имеет смысл поиск максимальной тяжести инцидента, воздействие которого система способна выдержать. Шаг 5 повторяется с множеством $SC^{\gamma} = \{C^{\gamma}\}$, в котором тяжесть инцидента γ меняется с шагом желаемой точности. Если система оказалась допустимой на шаге 5, то тяжесть инцидента возрастает, в противном случае убывает.

Предел надежности системы будет найден, когда параметр интегральной трудности $D(\gamma)$ превысит 1. Такая тяжесть инцидента γ является максимальной, которую данная система способна выдержать без нарушения требований компонентов друг к другу. Обозначим предел эффективного функционирования системы в условиях внешних воздействий как $\gamma_{\lim}$.

Шаг 7. Сравнительный анализ эффективности. Параметр трудности выполнения требований тяготеющих пар может быть использован для сравнения эффективности двух (либо нескольких) похожих систем между собой. Шаги 1-6 выполняются для всех систем.

Сравнение параметров D, полученных на шаге 3, позволяет установить, какая система лучше всего выполняет требования тяготеющих пар в отсутствие внешних возмущений. Параметры $D(\gamma)$, полученные на шаге 5, позволяют сравнить системы по степени уязвимости к воздействию инцидента одинаковой тяжести. Наконец, сравнение параметров $\gamma_{\lim}$, полученных на шаге 6, позволяет установить, какая система обладает наибольшим пределом эффективного функционирования.

Систему с наибольшим $\gamma_{\lim}$ следует признать наиболее эффективной в плане функционирования в условиях внешних воздействий.

ВЫРАЖЕНИЕ ПРИЗНАТЕЛЬНОСТИ

Выражаем благодарность д.т.н., профессору кафедры «Системы автоматизированного проектирования и управления» Санкт-Петербургского государственного технологического института Александру Афанасьевичу Большакову за советы и ценные замечания, а также Святославу Аверину за помощь в переводе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Петухов Г.Б. Основы теории эффективности целенаправленных процессов. Часть 1. Методология, методы, модели. МО СССР, 1989.

[2] Баутов А. Эффективность защиты информации // Открытые Системы. СУБД. 2003. №07-08.

[3] Каплинский А.И., Руссман И.Б., Умывакин В.М. Моделирование и алгоритмизация слабо-формализованных задач выбора наилучших вариантов системы. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991. 168 с.

[4] Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М. Модели неопределенности в многопользовательских сетях. Москва: Издательство «Едиториал УРСС», 1999.

[5] Шапорев С.Д. Дискретная математика, курс лекций и практических занятий. СПб: ВХБ-Петербург, 2006.

[6] Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978. 432 с.

[7] Проблема анализа надежности многокомпонентных сетевых систем при внешних возмущениях / А.П. Алексеев, Г.В. Абрамов, И.Н. Булгакова // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сборник трудов международной научно-технической конференции, Воронеж, 18-20 декабря 2017 г. / Воронеж: Издательство «Научно-исследовательские публикации», 2017. 1782 с.