# Алгоритм самоорганизации с критерием степени идентифицируемости для коррекции автономных инерциальных навигационых систем летательных аппратов

М. С. Селезнева<sup>1</sup>, А. В. Пролетарский<sup>2</sup>, К. А. Неусыпин<sup>3</sup>, В. Д. Шашурин<sup>4</sup>, Т. Ю. Цибизова<sup>5</sup>

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

<sup>1</sup>m.s.selezneva@mail.ru, <sup>2</sup>pav\_mipk@mail.ru,

<sup>3</sup>neysipin@mail.ru, <sup>4</sup>schashurin@bmstu.ru,

<sup>5</sup>vesta952006@yandex.ru

Аннотация. Построение высокоточных нелинейных моделей погрешностей измерительных систем летательного аппарата осуществляется за счет использования в алгоритме при селекции моделей оригинального численного критерия степени идентифицируемости, позволяющего отбирать модели-претенденты с повышенными характеристиками идентифицируемости параметров матрицы модели. Исследованы способы оценки качества идентификации линейных параметров стационарных нестационарных динамических систем. Исследованы критерии степени идентифицируемости параметров моделей. Представлен критерий степени идентифицируемости параметров нелинейных моделей олного динамических систем. К этому классу относятся системы, представимые с помощью SDC-метода. Критерий степени идентифицируемости использован в процессе селекции моделей, в частности моделей погрешностей навигационных систем. Результаты моделирования продемонстрировали эффективность алгоритма с улучшенными свойствами.

Ключевые слова: летательный аппарат; инерциальная навигационная система; схема коррекции; алгоритм самоорганизации; критерий степени идентифицируемости

## I. Введение

Алгоритмическое обеспечение систем управления различными динамическими объектами включают математические модели исследуемых объектов. полученные Математические модели, на основе законов, физических каких-либо других ипи практических приложениях, как правило, не всегда точно В отражают исследуемые процессы. процессе функционирования динамического объекта в меняющихся моделей некоторые параметры условиях существенно изменяться, поэтому их необходимо определять с помощью алгоритмов идентификации [1, 2].

# В. М. Никифоров

ФГУП «Научно-производственный центр автоматики и приборостроения им. академика Н.А. Пилюгина» v.m.nikiforov@gmail.com

Алгоритмы идентификации широко используются в различных технических приложениях: для проектирования приборов и систем управления [3], алгоритмическом обеспечении летательных аппаратов (ЛА) [3], различных навигационных систем [4, 5] и др.

Для коррекции инерциальных навигационных систем (ИНС) в автономном режиме используются алгоритмы, основанные на методе группового учета аргументов (МГУА), который является эволюционным методом и реализует подход самоорганизации [6, 7].

Структурная схема коррекции ИНС с использованием алгоритма построения модели и прогноза при отключении внешнего датчика представлена на рис. 1, где обозначено:  $\widehat{\mathbf{A}}\Pi \mathbf{M} -$  алгоритм построения модели;  $\widehat{\hat{\mathbf{x}}}$  – прогноз вектора погрешностей ИНС;  $\widehat{\hat{\mathbf{x}}}$  – ошибки прогноза.

Отдельные алгоритмы МГУА существенно отличаются друг от друга по типу использования опорных функций, и, следовательно, по способу конструирования полного описания объекта. Основными являются алгоритмы с полиномом второй степени, алгоритмы с линейным полиномом и вероятностные алгоритмы. В алгоритмах самоорганизации используются критерии селекции, которые позволяют осуществлять отбор моделей с желаемыми свойствами [6, 7].

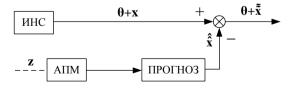


Рис. 1. Структурная схема коррекции автономной ИНС

Точность определения параметров модели зависит от свойств матрицы модели и точности алгоритма идентификации. Выбор алгоритма используемого идентификации определяется соображений возможностей реализации в имеющемся вычислителе, экономических возможностей особенностей И проектируемого объекта. Точностные характеристики популярных алгоритмов идентификации наиболее известны. Исследование конкретных моделей на предмет качества идентификации параметров проводились опытным путем и, в общем случае, применение такого подхода требует проведения серии сложных экспериментов, длительного времени и существенных финансовых затрат.

Другим способом решения задачи определения качества идентификации является аналитический подход критерия разработка меры ипи степени идентифицируемости. Синтез критерия идентифицируемости целесообразно проводить по аналогии с извесными критериями степени наблюдаемости [8, 9, 10]. Разработка критерия степени идентифицируемости, позволяющего вычислять качество определения параметров матрицы модели различных динамических объектов является важной задачей.

Известные критерии степени идентифицируемости [11, 12] предполагают анализ объектов, описываемых линейными уравнениями. Ввиду того, что для решения задач повышения точности ИНС используются нелинейные алгоритмы идентификации, разработан численный критерий степени идентифицируемости параметров нелинейных моделей.

Предложена модификация алгоритма, построенного на основе МГУА с использованием численного критерия степени идентифицируемости параметров нелинейной модели, включенного в ансамбль критериев селекции.

В представленном алгоритме МГУА в процессе селекции отбираются модели, имеющие максимальные степени идентифицируемости.

Разработанный алгоритм позволяет строить модели исследуемых процессов с улучшенными качественными характеристиками. Повышение качества моделей достигается за счет того, что отбираются модели для дальнейшей селекции, позволяющие проводить более точную параметрическую идентификацию и, соответственно, более эффективную коррекцию ИНС ЛА в полете.

# II. ПОДХОД САМООРГАНИЗАЦИИ

Подходы самоорганизации используются для того, чтобы решить сложные нелинейные задачи, и были представлены в  $[6,\ 7]$ . Одним из самых применяемых алгоритмов самоорганизации является МГУА (Group Method of Data Handling – GMDH).

МГУА, используется для анализа погрешностей сложных навигационных систем, и, представляет собой метод сортировки. Принимая во внимание, что процесс

построения самоорганизующейся модели может занимать достаточно длительное время, неизбежно возникает эффект старения измерений, который оказывает негативное влияние на точность алгоритмов самоорганизации.

В какой-то степени, алгоритм самоорганизации с резервированием трендов может предотвратить это негативное влияние, и, таким образом, может применяться для обработки навигационной информации с меньшим объёмом вычисления и лучшим оптимальным решением. Функциональная схема алгоритма самоорганизации с резервированием трендов представлена на рис. 2, где обозначено: f — базисные функции; АКС — ансамбль критериев селекции; C — способ скрещивания моделей-претендентов.

Алгоритм с резервированием трендов функционирует в режиме реального времени и используется в схеме коррекции ИНС (рис. 1) в автономном режиме для компенсации погрешностей навигационных систем на борту [13].

Применяя различные математические теории, в ансамбле критериев селекции алгоритма самоорганизации включены следующие критерии [13]: критерий минимума смещения — непротиворечивости; критерий регулярности; критерий баланса и критерий простоты модели.

Полное описание объекта:

$$\varphi = \phi 1(\xi 1, \, \xi 2, \, \xi 3, \, \dots, \, \xi \iota) \tag{1}$$

Следует заменить несколькими частными описаниями  $Y_1 \!\!=\!\! f_1\left(x_1,\, x_2\right), \;\; y_1 \!\!=\!\! f_2\left(x_1,\, x_3\right) \;\;, \ldots, \quad y_m \!\!=\!\! f_1\left(x_{n\text{-}1},\, x_n\right) \;, \text{ где } m \!\!=\!\! c^2_{\;n} \;;$   $Z_1 \!\!=\!\! f_1(y_1,\, y_2), \quad z_2 \!\!=\!\! f_1(y_1,\, y_2) \;\;, \ldots, \quad z_p \!\!=\!\! f_1(y_{m\text{-}1},\, y_m) \;, \text{ где } p \!\!=\!\! c^2_{\;m} \;;$  и т.д. аналогичным образом.

В процессе функционирования алгоритма с помощью ансамбля критериев селекции отбираются модели, которые на каждом ряду селекции уточняются. Для построения модели с желаемыми свойствами в ансамбль критериев селекции предложено включить критерий степени идентифицируемости нелинейных моделей одного класса динамических систем. К этому классу относятся системы, представимые с помощью SDC-метода [14].

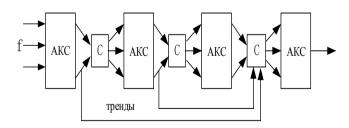


Рис. 2. Функциональная схема алгоритма самоорганизации резервированием трендов

# III. Критерий идентифицируемости нелинейных систем

Пусть модель исследуемого процесса описывается векторным дифференциальным уравнением:

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(t,x) + g(t,x)w(t), \quad x(t_0) = x_0;$$

$$y(t) = h(t,x) + v(t);$$

$$f, g: T \times \Omega_X \to R^n, \quad h: T \times \Omega_X \to R^m,$$

$$(t,x) \to f(t,x), \quad g(t,x), \quad h(t,x),$$

$$(2)$$

где T — интервал  $[t_0,t_1]$ ;  $x(t)\in\Omega_x$ ;  $\Omega_x$  — область (открытое связанное множество)  $R^n$ , содержащая начало;  $x\in R^n$  — состояние системы;  $x_0\in\Omega_x$ ;  $w\in R^n$  — входное возмущение;  $y\in R^m$ ,  $m\le n$  — измерение системы;  $v\in R^m$  — измерительный шум; матрицы f(t,x),g(t,x),h(t,x) действительны и непрерывны.

На практике для удобства обработки информации часто используется дискретная форма системы, в которой SDC-представление нелинейной системы (2) имеет вид

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{x}_k + \mathbf{G}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{w}_k;$$
  

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{H}(t_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_{k+1}.$$
(3)

Предполагается, что  $\mathbf{W}_k$  и  $\mathbf{V}_{k+1}$  являются гауссовскими «белыми» некоррелированными шумами, причём для любых j и k,  $v_j$  и  $w_k$  некоррелированы между собой ( т.е  $M \lceil \mathbf{v}_j \mathbf{w}_k^T \rceil = 0$ ).

Пусть уравнение объекта в SDC-представление и уравнение измерений имеют вид (6). В этом случае вектор состояния  $\mathbf{X}_{k+n}$  можно выразить его значением в начальный момент  $\mathbf{X}_k$  времени в виде

$$\mathbf{x}_{k+n} = \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \cdots \mathbf{\Phi}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{x}_k$$

$$+ \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \cdots \mathbf{\Phi}(t_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \mathbf{G}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{w}_k$$

$$+ \cdots + \mathbf{G}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \mathbf{w}_{k+n-1}.$$
(4)

Подставив выражение для  $\mathbf{X}_{k+n}$  в уравнение измерений  $\mathbf{Y}_{k+n}$  , а также подставив в полученное уравнение выражение  $\mathbf{X}_k$  , получим

$$\mathbf{y}_{k+n} = \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \cdots \mathbf{\Phi}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{O}_k^+ \mathbf{y}_k^*$$

$$- \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \cdots \mathbf{\Phi}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{O}_k^+ \mathbf{v}_k^*$$

$$+ \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \cdots \mathbf{\Phi}(t_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) \mathbf{G}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{w}_k$$

$$+ \cdots + \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{G}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \mathbf{w}_{k+n-1} + \mathbf{v}_{k+n},$$
(5)

где  $\mathbf{O}_k^+ = \left[\mathbf{O}_k^{*T} \mathbf{O}_k^*\right]^{-1} \mathbf{O}_k^{*T}$  — псевдообратная матрица  $\mathbf{O}_k^*$ .

Введём обозначения

$$\begin{bmatrix} \lambda_{1,k} & \lambda_{2,k} & \cdots & \lambda_{n,k} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \cdots \mathbf{\Phi}(t_k, \mathbf{x}_k) \mathbf{O}_k^+.$$
 (6)

$$\mathbf{v}_{k}^{0} = \gamma_{1,k} \mathbf{w}_{k} + \gamma_{2,k} \mathbf{w}_{k+1} + \dots + \gamma_{n,k} \mathbf{w}_{k+n-1}$$

$$-\lambda_{1,k} \mathbf{v}_{k} - \lambda_{2,k} \mathbf{v}_{k+1} - \dots - \lambda_{n,k} \mathbf{v}_{k+n-1} + \mathbf{v}_{k+n}$$

$$= \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \dots \mathbf{\Phi}(t_{k}, \mathbf{x}_{k}) \mathbf{O}_{k}^{+} \mathbf{v}_{k}^{*}$$

$$+ \dots + \mathbf{H}_{k+n} \mathbf{G}(t_{k+n-1}, \mathbf{x}_{k+n-1}) \mathbf{w}_{k+n-1} + \mathbf{v}_{k+n}.$$

$$(7)$$

Тогда постановка задачи сводится к определению неизвестных нестационарных элементов вектора-столбца  $\begin{bmatrix} \lambda_{1,k} & \lambda_{2,k} & \cdots \lambda_{n,k} \end{bmatrix}$  по вновь сформированным измерениям, т.е.

$$\lambda_{1,k} = f_{1,k} (y_k, \dots, y_{k+2n-1}) + v_k^{00};$$

$$\lambda_{2,k} = f_{2,k} (y_k, \dots, y_{k+2n-1}) + v_{k+1}^{00};$$

$$\dots \dots$$

$$\lambda_{n,k} = f_{n,k} (y_k, \dots, y_{k+2n-1}) + v_{k+n-1}^{00};$$
(8)

где

$$\begin{bmatrix} f_{1,k} (y_k, \dots, y_{k+2n-1}) \\ f_{2,k} (y_k, \dots, y_{k+2n-1}) \\ \dots \\ f_{n,k} (y_k, \dots, y_{k+2n-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \dots & y_{k+n-1} \\ y_{k+1} & y_{k+2} & \dots & y_{k+n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{k+n-1} & y_{k+n} & \dots & y_{k+2n-2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y_{k+n} \\ y_{k+n+1} \\ \dots \\ y_{k+2n-1} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} v_k^{00} \\ v_{k+1}^{00} \\ \dots \\ v_{k+n-1}^{00} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \cdots & y_{k+n-1} \\ y_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & y_{k+n} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{k+n-1} & y_{k+n} & \cdots & y_{k+2n-2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_k^0 \\ v_{k+1}^0 \\ \dots \\ v_{k+n-1}^0 \end{bmatrix}.$$

Поэтому критерий степень идентифицируемости параметров модели динамических нестационарных систем имеет вид:

$$DI_{Nk}^{i} = \frac{E\left[\left(\lambda_{i,k}\right)^{2}\right]R_{0}}{E\left[\left(y_{i,k}\right)^{2}\right]\hat{R}_{k}^{i}},$$
(9)

где  $E\Big[ \left( \lambda_{i,k} \right)^2 \Big]$  — дисперсия произвольной i-ой компоненты вектора параметров  $\lambda$  ;  $E\Big[ \left( z_{i,k} \right)^2 \Big]$  — дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния;  $R_0$  —

дисперсия исходного измерительного шума;  $\hat{R}_k^i$  – дисперсия приведённого измерительного шума.

Таким образом, формализованная зависимость (9) используется для определения степени идентифицируемости параметров матрицы  $\Phi(t_{\iota}, \mathbf{x}_{\iota})$ .

Дисперсия исходного измерительного определяется из практических соображений в соответствии режимом работы измерительной системы принимается значение из паспорта измерительного прибора. Определённые сложности возникают вычислении приведённого измерительного шума. Однако при использовании адаптивного алгоритма оценивания приведённого измерительного на функционирования вычисляется каждом шаге алгоритма. Качество идентификации или эффективности идентификации определяется максимально достижимой точностью идентификации и необходимым временем достижения заданной точности идентификации.

### IV. Результаты эксперимента

При моделировании в тестовой модели предполагается, что измеряется только погрешность в определении скорости. В качестве примера приведены результаты моделирования погрешностей ИНС при горизонтальном полете с постоянной скоростью. На рис. 3 представлены результаты моделирования угла отклонения гиростабилизированной платформы (ГСП) ИНС относительно сопровождающего трехгранника выбранной системы координат и модели этой погрешности, построенные с помощью алгоритмов МГУА (рис. 3).

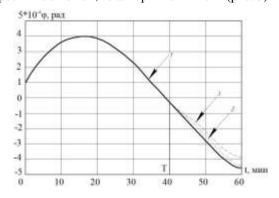


Рис. 3. Погрешность определения угла отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника и его модели, построенные МГУА

Здесь обозначено: 1 — угол отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника, полученный с помощью тестовой модели; 2 — угол отклонения ГСП, полученный с помощью модели МГУА с критерием степени идентифицируемости; 3 — угол отклонения ГСП, полученный с помощью модели

классического МГУА. Полученные результаты продемонстрировали преимущество МГУА с критерием степени идентифицируемости.

### V. Выволы

Разработан численный критерий степени параметров идентифицируемости одного класса нелинейных процессов, моделей динамических SDC-представлении. базирующийся на Разработан алгоритм идентификации на основе метода МГУА, в ансамбль критериев селекции которого включен критерий идентифицируемости параметров модели исследуемого процесса.

## Список литературы

- [1] Балонин Н.А. Теоремы идентифицируемости. СПб.: Изд-во Политехника, 2010. 48 с.
- [2] Цибизова Т.Ю., Пьо С., Селезнева М.С. Математическое моделирование динамических систем с использованием параметрической идентифицируемости // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 1. С. 54-60.
- [3] Ley W., Wittmann K., Hallmann W. Handbook of space technology. John Wiley & Sons, 2009. 908 p. 97. Noureldin A., Karamat T.B., Georgy J. Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. 314 p.
- [4] Groves P.D. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems. Artech House, 2013. 800 p.
- [5] Ben-Israel A., Greville Thomas N.E. Generalized inverses: Theory and applications. Springer, 2003. 420 p.
- [6] Кай Шэнь, Селезнева М.С., Пьо Си Тху, Пролетарский А.В., Неусыпин К.А. Разработка алгоритмов самоорганизации комплекса модульного моделирования кабины-тренажера летательного аппарата.
- [7] Neusypin K.A. [et al.] Aircraft self-organization algorithm with redundant trend // Journal of Nanjing University of Science and Technology. 2014. № 5. P. 602-607.
- [8] Ablin H.L. Criteria for degree of observability in a control system // Retrospective Theses and Dissertations. Paper 3188. Iowa State University, 1967. 74 p.
- [9] Brown R.G. Not just observable, but how observable? // National Electronics Conference Proceedings, № 22. 1966. P. 409-714.
- [10] Gauthier J.P., Kupka I. Deterministic observation theory and applications. Cambridge University Press, 2001. 240 p.
- [11] Кай Шэнь, К.А. Неусыпин, М.С. Селезнева, Пьо Си Тху. Разработка численного критерия степени идентифицируемости параметров нелинейной модели атмосферных летательных аппаратов.
- [12] Шэнь Кай, Неусыпин К.А., Пролетарский А.В. Разработка критерия степени идентифицируемости параметров модели динамических нестационарных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2017. Том 71, № 10. С. 415-420.
- [13] Неусыпин К.А. Современные системы и методы наведения, навигации и управления летательными аппаратами. М.: Изд-во МГОУ, 2009.
- [14] Афанасьев В.Н. Управление нелинейными неопределенными динамическими объектами. М.: Либроком/URSS, 2015. 224 с.