UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

**Análisis de Algoritmos 2023-2**

**- Dania Paula Góngora Ramírez**
**- Diana Laura Salgado Tirado**

# Ejercicio semanal 4

1. **Si solo tuvieras a tu disposición 1 huevo, ¿cuál es el número máximo de experimentos que tendrías que hacer para determinar? Justifica tu respuesta.**

Si sólo hay un huevo y no nos preocupa el número de experimentos, haremos n experimentos, donde n es el número de pisos, en este caso 100, ya haríamos un experimento por cada piso, en el peor caso el huevo se rompe en el piso 100.

2.- **Si sólo tuviera 2 huevos:**

I. **Si aplicaras búsqueda binaria, ¿cuál es el número máximo de experimentos que tendrías que hacer para determinar r? Justifica tu respuesta.**

Si aplicamos búsqueda binaria, por lo que comenzaremos los experimentos a la mitad del edificio, en el piso 50, a partir de aqui tenemos dos casos:

i. El huevo se rompe en el piso 50, por lo que solo nos queda un huevo y significa que debemos buscar al piso r por debajo del piso 50, como solo nos queda un huevo no podríamos aplicar busqueda binaria de nuevo y tendríamos que verificar piso por piso, este sería el peor caso, por esto haríamos hasta 50 experimentos más.

ii. El huevo no se rompe en el piso 50, por lo que el piso r que buscamos está por arriba del piso 50, como aún tenemos dos huevos podemos aplicar búsqueda binaria de nuevo.

Por lo que el número máximo de experimentos para determinar r son 50 experimentos.

II. **Brinda una estrategia en la que en el peor escenario necesitarás exactamente 19 experimentos para determinar r.**

Para esta estrategia dividiremos el edificio en 10 subsecciones, cada subsección será de 10 pisos.
Comenzamos aventando el huevo en el décimo piso, si este se rompe utilizamos el otro huevo para comprobar linealmente del piso 9 hacia abajo, si el huevo no se rompe avanzamos al piso 20 y repetimos el proceso.

Entonces la estrategia seria la siguiente:

1.- Si el primer huevo se rompe en el piso 10, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 1 al 9
2.- Si el primer huevo se rompe en el piso 20, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 11 al 19
3.- Si el primer huevo se rompe en el piso 30, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 21 al 29
4.- Si el primer huevo se rompe en el piso 40, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 31 al 39
5.- Si el primer huevo se rompe en el piso 50, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 41 al 49
6.- Si el primer huevo se rompe en el piso 60, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 51 al 59
7.- Si el primer huevo se rompe en el piso 70, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 61 al 69
8.- Si el primer huevo se rompe en el piso 80, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 71 al 79
9.- Si el primer huevo se rompe en el piso 90, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 81 al 89
10.- Si el primer huevo se rompe en el piso 100, entonces usamos el segundo huevo para buscar linealmente del 91 al 99

De esta forma el peor caso es cuando el huevo se quiebra en el piso 99, ya que hariamos los 10 experimentos hasta el piso 100, en el piso 100 se rompería un huevo, por lo que tendríamos que hacer los 9 experimentos restantes del piso 91 al 99, lo cual sumaría 19 experimentos.

**III. Generaliza la estrategia anterior para un edificio de n pisos. Determina cuál es el número de experimentos que requiere el peor escenario.**

$\lceil \frac{n}{10} \rceil + ((n - \lceil (n-10) \rceil) - 1)$

Es la fórmula que calculadora el peor caso, el peor casi siempre será que el piso r donde se rompe el huevo sea n-1, ya que al dividir entre 10 obtenemos el número total de subsecciones de 10 pisos, de esta forma el total de experimentos en el peor caso será la cantidad de experimentos de todos las subsecciones más la cantidad de pisos del penúltimo piso al último.

3. **Definamos la función P(n, e) que determina el número de pisos en el que podemos hacer e experimentos si tenemos a nuestra disposición n huevos.**

I. **Determina P(n, 0).**

En el caso en donde podemos hacer 0 experimentos, el número de pisos sería de igual manera 0 pues lógicamente si no podemos hacer experimentos el número de pisos que sobrevive el huevo seguiría siendo una incógnita.

$P(n, 0) = 0$

II. **Determina P(1, e).**

Si solo tenemos un huevo podemos hacer la cantidad de experimentos que soporte el huevo sin romperse, en el peor de los casos en el que el huevo no se rompa, podríamos hacer $e$ experimentos, en un edificio de $e$ pisos de tal manera que al finalizar el $e$-ésimo experimento sabremos cuántos pisos soporta un huevo sin romperse ya sea en el peor de los casos donde no se rompa o en otro donde sí se rompa.

$P(1, e) = e$

Ejemplo:

$P(1, 3) = 3$

- Empezamos en el piso 1, si se rompe, entonces el huevo soporta 0 pisos de altura,si no se rompe nos quedan 2 experimentos.
- Hacemos el siguiente experimento en el piso 2, si se rompe, entonces el huevo soporta 1 piso de altura, si no se rompe nos queda 1 experimento
- Hacemos el siguiente experimento en el piso 3, si se rompe, entonces el huevo soporta 2 pisos de altura, si no se rompe ya no nos quedan experimentos por lo tanto con 3 experimentos sólo podríamos saber que el huevo soportará un máximo de 3 pisos de altura.

III. **Determina P(2, e). Muestra todo el desarrollo.**

Empecemos con el ejemplo $P(2, 4)$

- Empezamos el primer experimento en el piso 4. (lanzamos el 1er huevo)
  $ER = 3$ (experimentos restantes)
  Si se rompe nos restaría un huevo y 3 experimentos, suficientes para comprobar en los pisos 1 a 3, si no se rompe podemos seguir aumentando los pisos.
- Nos movemos al piso 7, escogimos este piso ya que en caso de que el huevo se rompa en el experimento #2 , tendríamos que buscar entre los pisos 5-6 , es decir 2 pisos en donde aún no lanzamos el huevo, teniendo en cuenta que en este punto los $ER = 2$, lograriamos verificar la altura máxima a la que se puede aventar el huevo sin romperse con la cantidad de experimentos que nos quedan. Si el huevo no se rompe podemos seguir aumentando los pisos.
- Nos movemos al piso 9, por la misma lógica que al escoger el piso anterior, pues si el huevo se rompe tenemos que ser capaces de checar el piso que se encuentra entre 7 y 9 con el experimento que nos resta.
- Si el huevo no se rompe en el piso 9 podemos avanzar al piso 10 y hacer nuestro último experimento (si el huevo se rompe, el huevo soporta 9 pisos y si no se rompe soporta 10 pisos)
- Notemos que no podemos avanzar al piso 11 o mayores, pues si brincamos al piso 11 (sin pasar por el 10) ,lanzamos el huevo,( gastando nuestro último experimento) y este se rompe, no podemos estar seguro si el huevo aguantaria 10 o 9 pisos y no tendríamos un 5to experimento que nos resuelva esta duda.

Por lo tanto $P(2, 4) = 10$

Hice algunos ejercicios mas y me di cuenta que todos compartían un comportamiento en común , por lo tanto generalizando tenemos que :

Sea $e = k$

$P(2,\ e) = k + k - 1 + k - 2 + \ ...+ 1$

Es decir la suma de los primeros $k$ números, sabemos que:

$\sum_{i=1}^{k} i = \frac{k(k+1)}{2}$

Por lo tanto

$P(2,\ e) = k + k - 1 + k - 2 + \ ...+ 1 = \sum_{i=1}^{k} i = \frac{k(k+1)}{2} = \frac{e(e+1)}{2}$

**IV. Brinda una estrategia en la que en el peor escenario necesitarás exactamente 14 experimentos para determinar r. ¿Cuál es su relación con P(2, 14)?**

La estrategia seria ir dividendo el edificio en secciones del estilo

- Piso 14 Experimento #1
- Piso 14+13 Experimento #2
- Piso 14+13+12 Experimento #3

.

.

.

- Piso 14+13+12+11+10+9+8+7+6+5=95 Experimento #10

  Total de números sumados=10
- Piso 14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4=99 Experimento #11

Notemos que en este punto dividimos en dos caso

- si el huevo NO se rompe, nos quedaría checar el piso 100 y encontraríamos a r
- si el huevo SÍ se rompe, tenemos que checar los pisos donde no hemos checado, como en el piso 95 el huevo no se rompió, el piso máximo donde no se rompa tiene que ser mayor a 95 y menor que 99, es decir aún tenemos que checar en los pisos 96, 97 y 98 , por lo tanto tendríamos que hacer tres experimentos más.

En el peor de los casos tendríamos que hacer 14 experimentos para encontrar a r en los 100 pisos de nuestro edificio.

Esto se relaciona con $P(2,\ 14)$ pues notemos que si no conociéramos que 14 es la cantidad de experimentos necesarias podríamos obtenerla de la siguiente manera :

$P(2, e)\ = \frac{e(e+1)}{2}$

Sabemos que este resultado tiene que ser mayor a 100 pues es el número de pisos que tenemos, por lo tanto para encontrar una posible e hacemos lo siguiente:

$\frac{e(e+1)}{2} = 100$

$e(e\ +\ 1)\ =\ 100\ *\ 2\ =\ 200$

$e^2\ +\ e\ =\ 200$ — En este punto lo ideal sería usar fórmula general pero como solo nos interesa un aproximado quitamos el "+e" para reducir el proceso

$\sqrt{e^2} = \sqrt{200}$ $--->$ $e\ \approx\ 14.24$

Ahora checamos los posible resultados :

$P(2, 13)\ = \frac{13(13+1)}{2} =\ 91$ - - - -> Resultado menor que 100

$P(2, 14)\ = \frac{14(14+1)}{2} =\ 105$ - - - -> Resultado mayor que 100

Por lo tanto de esta forma utilizando la función P podríamos obtener la cantidad de experimentos necesarios en el peor escenario para determinar r.