



پروژه ی پایان ترم درس احتمال مهندسی

استاد درس

دکتر سعیدی

پدید آورنده

نیما شمالی

توضیحات

تئوری احتمال کاربرد های فراوانی در علوم مهندسی و اقتصاد و ... دارد. از جمله ی این کاربرد ها که در رشته ی مهندسی برق که با آن سر و کار داریم مربوط به تبادل اطلاعات دیجیتال مابین سیستم ها و یا در حین ذخیره سازی و بازیابی اطلاعات است که در آن به طور کلی اطلاعات از سمت فرستنده تبدیل به سیگنال های الکتریکی شده و با ارسال در کانال به سمت گیرنده منتشر میشود . کانال میتواند دو رشته سیم ساده باشد و یا آنتنی باشد که امواج الکترومغناطیسی را در هوای آزاد انتشار دهد. در گیرنده سیگنال ارسال شده توسط مدارات الکتریکی دریافت شده و پردازنده ای وجود دارد که از این سیگنال نمونه برداری میکند و دیتاهای نمونه برداری شده را پردازش کند و سپس تشخیص دهد که اطلاعات ارسالی چه چیزی بوده است .

متأسفانه سیگنال های الکتریکی پس از انتشار در کانال تحت تاثیر نویز قرار میگیرد و سیگنال دریافت شده در گیرنده با آن چیزی که فرستنده ارسال کرده متفاوت خواهد بود . این میزان تفاوت را به این صورت مدل میکنیم که سیگنال اصلی در فرستنده $S(t)$ از فرستنده بیرون آمده و در کانال با نویز $n(t)$ جمع شده و در گیرنده خواهیم داشت :

$$r(t) = S(t) + n(t)$$

طراحی مدار فرستنده میتواند وابسته به مشخصات کانال بوده و یا بدون در نظر گرفتن آن باشد، اما در هر حال در گیرنده وقتی $r(t)$ را دریافت کنیم باید تصمیم بگیریم که $S(t)$ ارسال شده چه بوده است. برای تصمیم گیری باید به سراغ تئوری احتمال برویم و مدار تصمیم گیر را طراحی کنیم و با استفاده از اطلاعات نویز که در اختیار داریم باید مرز تصمیم گیری مشخص کنیم .

در ادامه دو سوال برای پروژه ی این درس مطرح شد است که به انتخاب خودتان یکی از این دو سوال را حل کنید .

نکات:

1. پروژه را به صورت تکی انجام دهید.
2. در صورت مشاهده ی کدهای مشابه، نمره ی شما و پروژه ی مشابه، هر دو مقدار منفی و پناستی خواهد داشت.
3. هر سوال دارای قسمت های مختلف است که باید شبیه سازی انجام دهید و نتایج را درون گزارش کار خود قرار داده و ارسال کنید.

4. همچنین تحویل کد های زده شده با مصاحبه و به صورت حضوری میباشد که باید در روز تحویل کد، سوال خود را اجرا کنید و پس از بررسی نمره شما ثبت خواهد شد.
5. در صورت تمایل میتوانید در گروه زیر که مربوط به پروژه است عضو شوید

<https://t.me/+ZUBkVFFdmq84MGNk>

پروژه ی اول

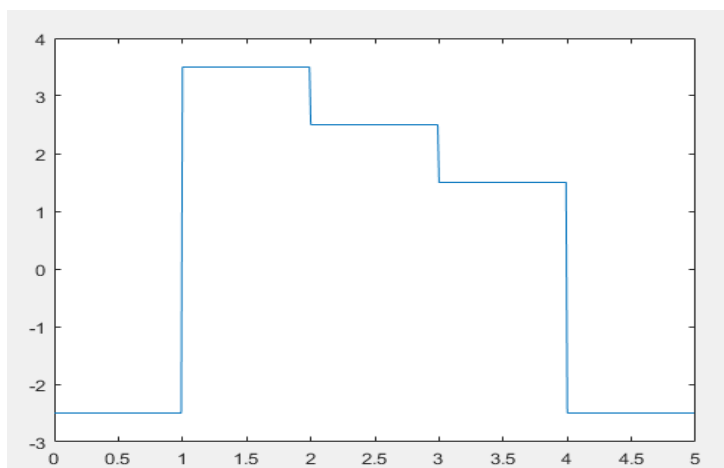
یک سیستم فرستنده و گیرنده داریم که اطلاعات را سه بیت سه بیت جدا میکند و برای هر کدام از این سه بیتی ها یک سطح ولتاژ را یک میلی ثانیه ارسال میکند .

سه بیتی ها	سطح ولتاژ ارسالی
000	+0.5
001	+1.5
010	+2.5
011	+3.5
100	-0.5
101	-1.5
110	-2.5
111	-3.5

عمل اختصاص دادن هر سه بیت به یک سطح ولتاژ را اصطلاحاً مدوله کردن دیتا و به دستگاہی که این کار را میکند مدولاتور گویند . در اینجا قصد نداریم درباره ی ساز و کار مدولاتور حرفی بزنیم و فقط میخواهیم شبیه سازی انجام دهیم .

الف) 15 بیت زیر را مدوله کرده و شکل موج آن را در متلب رسم کنید . (راهنمایی : برای این قسمت برداری در متلب تعریف کنید و 15 بیت را درون آن قرار دهید سپس در حلقه ای که 5 بار باید اجرا شود هر بار سه بیت از این بردار را استخراج کنید و طبق آن سه بیت سطح ولتاژ متناسب با آن را طبق جدول بالا انتساب دهید و اطلاعات ولتاژ درون برداری جدید بریزید که این بردار 5 درایه خواهد داشت . در نهایت هر کدام از این ولتاژ ها را به اندازه ی یک میلی ثانیه باید نمایش داده شود و نموداری باید رسم کنید که محور زمانش از صفر تا 5 میلی ثانیه باشد و هر یک میلی ثانیه از آن باید مقدار نمودار برابر مقدار سطح ولتاژ مربوطه باشد . برای درک بهتر نمودار مدوله شده از 15 بیت دیگری در زیر نمایش داده شده است .

0 1 0 1 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0

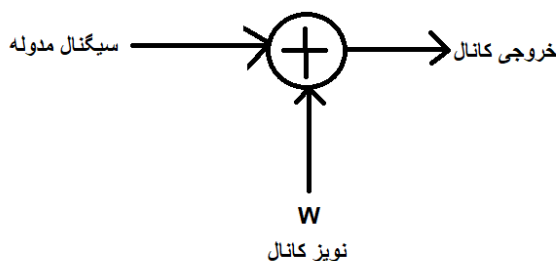
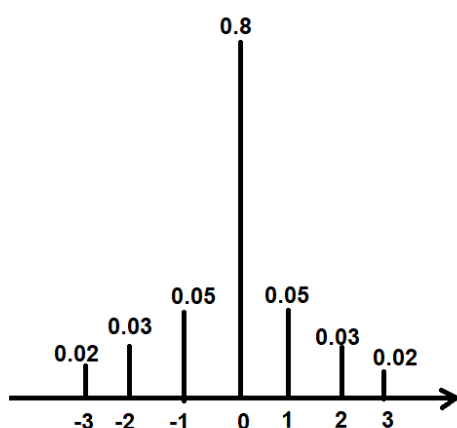


ب) دنباله 30 هزار بیتی را به عنوان منبع اطلاعات بسازید به گونه ای که احتمال یک و صفر ها مساوی نباشد یعنی اگر به تصادف یک بیت از آن انتخاب کنیم احتمال صفر بودن آن بیت برابر 0.2 باشد. سپس نمودار هیستوگرام آن را رسم کنید.

ج) دنباله ی 30000 بیتی که ساخته اید را مدوله کنید و هیستوگرام آن را بکشید.

د) سیگنال مدوله شده را از کانال با نویز با pmf زیر عبور دهید. و درگیرنده دمدوله کنید. سپس با مقایسه ورودی و خروجی، مشخص کنید که نسبت به ورودی کانال چند بیت با خطا دریافت شده است.

ه) آیا راه حلی برای کاهش خطا در این سیستم فرستنده و گیرنده میتوانید بیان کنید؟



راهنمایی: در قسمت "ج" یک بردار 30000 تایی از اعداد صفر و یک ساختید که 20 درصد آن نیز صفر و 80 درصد یک هستند. در قسمت "د" پس از مدوله کردن این دیتا برداری جدید خواهید داشت که 10 هزار عدد دارد که این اعداد یکی از اعداد جدول بالا میباشد. سپس این سطح ولتاژ هایی که قرار است از کانال عبور کنند هر کدام به صورت جدا دچار نویز میشوند و با نویز با pmf داده شده جمع میشوند. برای این کار باید برداری به اسم بردار نویز بسازید که 10 هزار درایه دارد که اعداد آن با توجه به pmf داده شده تعیین میشوند. پس از اینکه برنامه ای نوشتید که این 10 هزار نویز را تولید کند بردار نویز را با بردار سیگنال مدوله شده جمع بزنید و بردار 10 هزار تایی خواهید داشت که همان سیگنال دریافتی در گیرنده یا همان خروجی کانال است. سپس بردار خروجی کانال را دریافت کرده و به ازای هر عدد از این بردار سه بیت متناسب با آن را قرار دهید. توجه کنید که ممکن است در خروجی کانال مثلاً عدد 4.5 ولت دریافت کنید اما این عدد در بین اعداد جدول بالا نیست بنا براین اگر چنین عددی داشتیم به نزدیک ترین عددی که در جدول انتساب در بالا آمده است منتسب میکنیم.

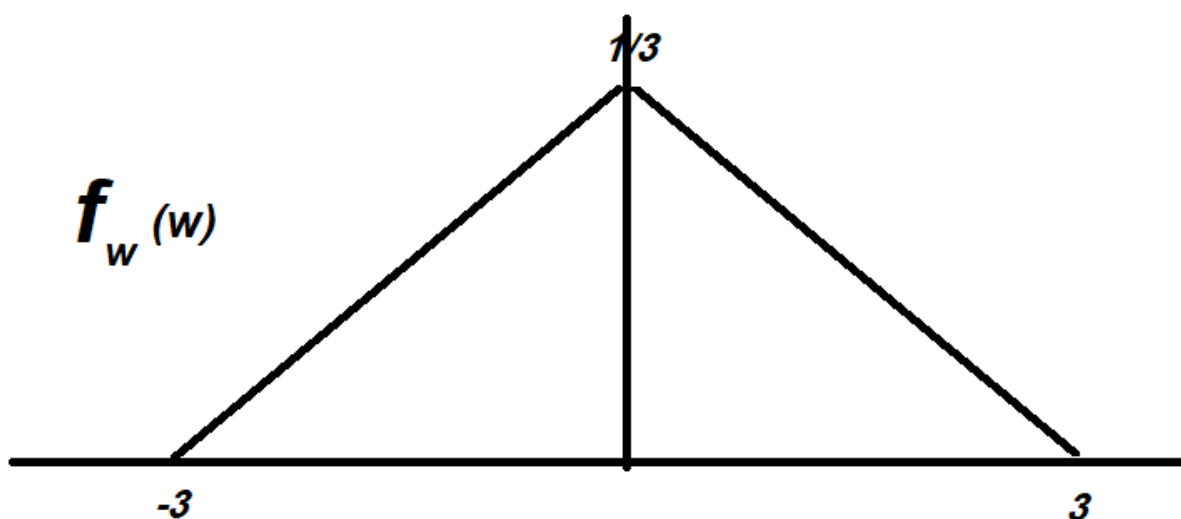
در نهایت در بخش گیرنده بردار دیتای دریافتی را بسازید که 30 هزار دیتا درون آن است. هر بیت از دیتای دریافتی را با بیت متناظر با آن در دیتای ارسالی از فرستنده مقایسه کنید. متغیری از قبل تعریف کنید که تعداد خطاها را بشمارد و این بیت ها را مقایسه کنید و اگر شبیه هم نبود به عنوان بیت خطا

بشمارید. در نهایت تعداد تعداد خطاهای رخ داده را بر کل تعداد بیت ها تقسیم کنید تا احتمال خطای فرستنده به دست بیاید .

پروژه ی دوم :

در کانال مخابراتی نویز با تابع pdf زیر وجود دارد . برای ارسال صفر از ولتاژ +1 و برای ارسال بیت صفر از ولتاژ 1- استفاده میکنیم .

اطلاعات ما شامل 20 کیلو بیت دیتا است که 70 درصد آن صفر است و 30 درصد آن یک است . ابتدا در فرستنده بیت مدوله میشود . مدوله شدن یعنی تخصیص هر بیت به سطح ولتاژ متناظر با آن . سپس این بیت ها از کانال با نویز زیر عبور میکند و در خروجی کانال و درگیرنده یک عدد به دست می آوریم . سپس یک مقدار به عنوان مرز تصمیم گیری داریم که اگر عدد تصادفی از مرز تصمیم گیری بیشتر باشد تصمیم میگیریم در فرستنده یک ارسال شده و اگر عدد تصادفی مرز تصمیم گیری کمتر باشد تصمیم میگیریم صفر ارسال شده است .



الف) مرز تصمیم گیری را به دست بیاورید . با محاسبات نه با کد نویسی متلب

ب) با توجه به مرز تصمیم گیری احتمال خطا را بیابید (با محاسبات)

ج) بردار 20 هزار تایی از نویز با چگالی بالا را در متلب تولید کنید و هیستوگرام آن را نیز رسم کنید

د) دنباله ای شامل 20 هزار بیت بسازید به طوری که 70 درصد آن را بیت صفر تشکیل داده باشد سپس در گیرنده بررسی کنید چه تعدادی بیت اشتباه به دست آمده احتمال خطا را حساب کنید و با مقدار احتمال خطا که قبلا به صورت تئوری به دست آوردید مقایسه کنید .

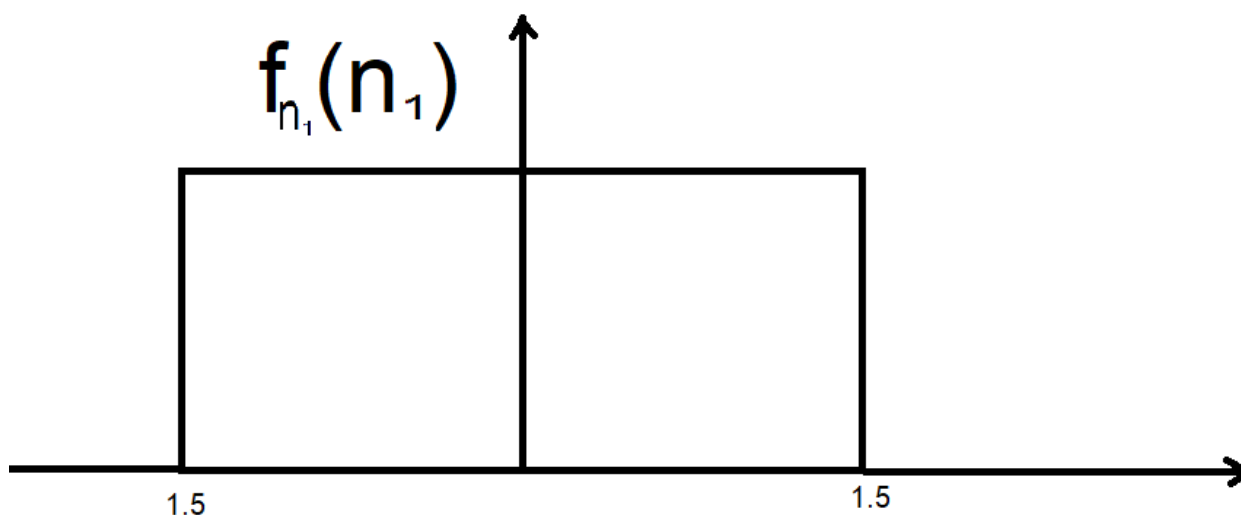
ه) اگر مرز تصمیم گیری را برابر 0 قرار دهیم احتمال خطا را فقط با متلب به صورت حدودی به دست بیاورید .

ی) آیا راه حلی برای کاهش خطا در این سیستم فرستنده و گیرنده میتوانید بیان کنید ؟

راهنمایی : بردار دیتا خود را بسازید که شامل اعداد $+1$ و -1 است سپس این دیتا را از کانال با نویز داده شده عبور دهید . برای این کار باید بردار نویز را بسازید که دارای 20 هزار درایه میباشد و سپس با بردار دیتا جمع کنید و بردار 20 هزار تایی خواهید داشت که دارای 20 هزار عضو است که همان خروجی کانال است .

برای ساخت نویز با چگال مثلی باید بدانید که در متلب فقط دستور تولید نویز گاوسی و نویز با توزیع یکنواخت در بازه ی 0 تا 1 است .

برای ساخت چگالی مثلی باید ابتدا دو نویز جداگانه n_1 و n_2 بسازید که چگالی هر کدامشان باید به صورت زیر باشد.



سپس دو نویز داده شده را با هم جمع بزنید و در بردار n ذخیره کنید . چگالی نویز n به صورت مثلی خواهد شد .

پس از اینکه بردار نویز را ساخته و با بردار دیتا جمع کردید و بردار خروجی کانال را به دست آوردید با توجه به رمز تصمیم گیری که در الف به دست آورید به ازای هر عدد از بردار کانال خروجی کدی بزنید که تصمیم گیری کند که در فرستنده چه چیزی ارسال شده است و با توجه به رمز تصمیم گیری هر عدد دریافتی از کانال خروجی را به بیت صفر و یک نسبت دهید و در بردار دیتای دریافتی ذخیره کنید سپس کل دیتای دریافتی و کل دیتای ارسالی را بررسی کنید و متغیری برای شمارش تعداد خطای رخ داده در بیت های دریافتی در نظر بگیرید و هر بیت از دیتای دریافتی را با بیت از دیتای ارسالی مقایسه کنید اگر با هم متفاوت بود یعنی خطا رخ داده و تعداد خطاها را بشمارید و در نهایت احتمال خطا یعنی تعداد خطا های رخ داده تقسیم بر تعداد کل دیتا ها .

در قسمت "ه" نیز رمز تصمیم گیری را برابر صفر قرار دهید و بردار خروجی کانال را با توجه به این رمز تبدیل به دیتاهای دریافتی کنید و سپس با روندی که قبل تر توضیح داده شد تعداد بیت خطا و احتمال خطا را بیابید.

