

بسمه تعالی



طراحی الگوریتم
دانشکده برق و کامپیوتر
بهار 1403

استاد:
دکتر فلسفین

زمان تحویل:
1403/02/28

سوال 1

در یک مزرعه ، گاوی وجود دارد که می‌تواند n کیلو علف از دو نوع (یونجه و شبدر) را بخورد. این گاو نمیتواند بیشتر از m کیلو از یک نوع بخورد و حتما باید جنس علفش را عوض کند. اما فقط میتواند k بار جنس علفش را عوض کند . گاو ابتدا با یونجه شروع می کند. با استفاده از برنامه نویسی پویا مشخص کنید که این گاو به چند روش میتواند n کیلو علف را بخورد؟

مثال: $n=4, k=2, m=2$ در این مثال گاو می تواند به 3 روش n کیلو بخورد

- 2 کیلو یونجه 2 کیلو شبدر
- 2 کیلو یونجه 1 کیلو شبدر 1 کیلو یونجه
- 1 کیلو یونجه 1 کیلو شبدر 2 کیلو یونجه
- 1 کیلو یونجه 2 کیلو شبدر 1 کیلو یونجه

سوال 2

یک جدول $n \times n$ داریم که در آن اعدادی نوشته شده اند. از ما q پرسش میشود که در هر پرسش به ما 4 عدد طبیعی i, j, k, l داده میشود که نشان دهنده یک زیر مستطیل از این جدول است که i شماره سطر بالایی ، j شماره سطر پایینی ، k شماره ستون سمت چپ و l شماره ستون سمت راست این زیر مستطیل است ما باید جمع عناصر این زیر مستطیل را برای هر پرسش پیدا کنیم.
(از اردر n^2+q)

مثال:

جدول: $n=4$

1	2	3	4
1	4	5	6
3	4	3	2
2	8	7	6

$q=2$: یعنی 2 پرسش داریم

پرسش اول: $i=1, j=2, k=1, l=2$ به ازای این پرسش جواب برابر $1+1+2+4=8$

پرسش دوم $i=1, j=3, k=1, l=1$ به ازای این پرسش جواب برابر با $1+1+3+2=7$

سوال 3

بر روی یک رشته به طول n ، با استفاده از برنامه ریزی پویا الگوریتم ارائه دهید که طول بزرگترین زیررشته متقارن را به دست آورید.(مثال : BBABCBCAB برابر با 7 که رشته BACBCAB است.)

سوال 4

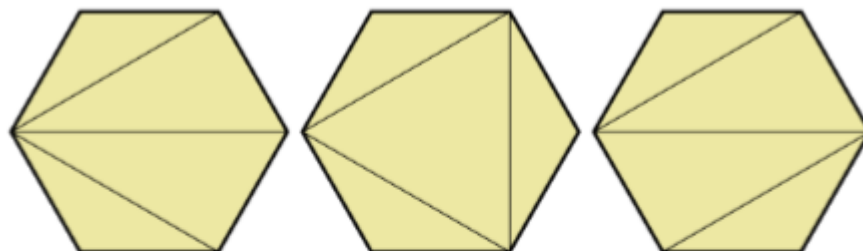
قطاری در یک ایستگاه آماده جابه جایی تعدادی ماشین است. اما در این قطار ماشین ها باید به صورت مرتب نزولی (از نظر وزن) قرار بگیرند. همانطور که می دانید در قطار فضا محدود است به همین دلیل ماشین هایی که به ایستگاه آورده می شوند، باید به قطار اضافه شوند یا اصلا وارد قطار نشوند. در ابتدا ما لیستی از وزن n ماشین، که به ترتیب وارد شدن به ایستگاه داریم. الگوریتمی ارائه دهید که حداکثر تعداد ماشینی که می توانیم وارد قطار کنیم را پیدا کند.

مثال 1: به ازای لیستی از ماشین ها به وزن های 3, 2, 1, 4, 3 \rightarrow ، (اولین ماشین 3 است) می توان ماشین های به وزن 1، 2 و 3 را داخل قطار قرار داد. پس جواب برابر 3 است.

مثال 2: به ازای لیستی از ماشین ها به وزن های 1, 6, 5, 4, 3, 2, 1 \rightarrow ، (اولین ماشین 1 است) می توان ماشین های به وزن 6, 5, 4, 3, 2, 1 را داخل قطار قرار داد. پس جواب برابر 6 است.

سوال 5

مختصات رئوس یک n ضلعی محدب مفروض است. الگوریتمی با رویکرد برنامه نویسی پویا برای تقسیم این n ضلعی به $n-2$ مثلث به طوری که هیچ دو وتر یک دیگر را قطع نکنند و مجموع طول وترها کمینه باشد ارائه دهید.



سوال 6

آرایه A مفروض است. الگوریتمی با رویکرد برنامه نویسی پویا برای یافتن اندیس های p, q, r, s از این آرایه با شرط $s > r > q > p$ به طوری که مقدار $A[s] - A[r] + A[q] - A[p]$ بیشینه باشد ارائه دهید.

موفق باشید (: