

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۱۰

مجتبی خلیلی  
دانشکده برق و کامپیوتر  
دانشگاه صنعتی اصفهان

# مثال

## EXAMPLE 1.12

Find a grammar that generates

$$L = \{a^n b^{n+1} : n \geq 0\}.$$

The idea behind the previous example can be extended to this case. All we need to do is generate an extra  $b$ . This can be done with a production  $S \rightarrow Ab$ , with other productions chosen so that  $A$  can derive the language in the previous example. Reasoning in this fashion, we get the grammar  $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, S, P)$ , with productions

$$S \rightarrow Ab,$$

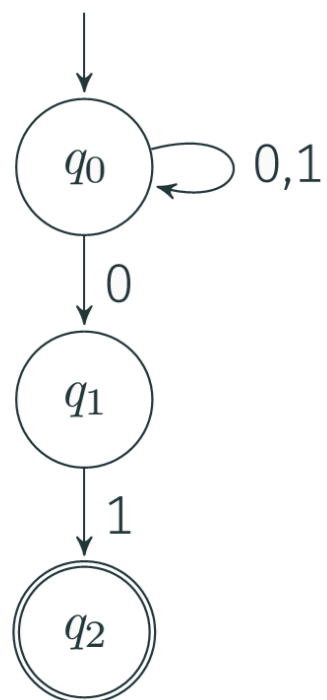
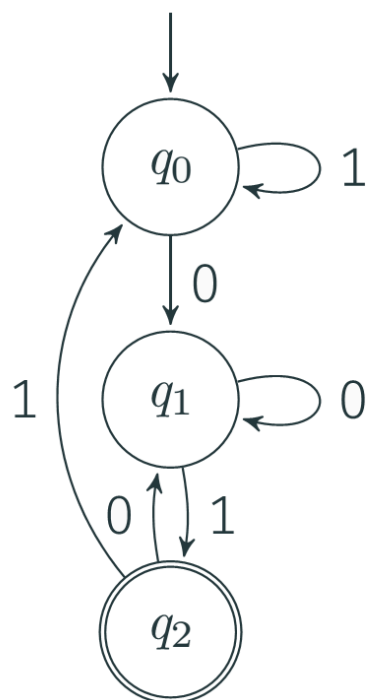
$$A \rightarrow aAb,$$

$$A \rightarrow \lambda.$$

Derive a few specific sentences to convince yourself that this works.

# زبان منظم

○ زبانی شامل همه رشته‌های ختم به 01



$$(0 + 1)^*01$$

$$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0A$$

$$A \rightarrow 1$$

# تعریف فرمال گرامر

## DEFINITION 1.1

---

A grammar  $G$  is defined as a quadruple

$$G = (V, T, S, P),$$

where  $V$  is a finite set of objects called **variables**,  
 $T$  is a finite set of objects called **terminal symbols**,  
 $S \in V$  is a special symbol called the **start** variable,  
 $P$  is a finite set of **productions**.

It will be assumed without further mention that the sets  $V$  and  $T$  are non-empty and disjoint.

---

$$P : (V \cup T)^+ \longrightarrow (V \cup T)^*.$$

# گرامرهای منظم

○ یک گرامر منظم است اگر راست-خطی یا چپ-خطی باشد؛ مطابق تعریف:

$P$  :

**Right-linear:**

$A \rightarrow xB$  or

$A \rightarrow x$

$A, B \in V$ , and  $x \in T^*$ .

**Left-linear:**

$A \rightarrow Bx$  or

$A \rightarrow x$

$A, B \in V$ , and  $x \in T^*$ .

# مثال

○ گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P)$$

$$P: S \rightarrow abS|a$$

(1) آیا گرامر منظم است؟ بله، راست-خطی

(2) عبارت منظم متناظر با آن را بنویسید.  $(ab)^*a$

# مثال

○ گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P)$$

$$P: S \rightarrow Aab, \quad A \rightarrow Aab|B, \quad B \rightarrow a$$

(1) آیا گرامر منظم است؟ بله، چپ-خطی

(2) عبارت منظم متناظر با آن را بنویسید.  $aab(ab)^*$

# مثال

○ گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P)$$

$$P: S \rightarrow A, \quad A \rightarrow Aab|aB, \quad B \rightarrow Aa|b$$

(1) آیا گرامر منظم است؟ خیر، زیرا نه راست-خطی و نه چپ-خطی (هرچند یک گرامر خطی است).

○ گرامری را خطی گوییم که حداکثر یک متغیر در سمت راست هر قانون داشته باشد.



# مثال

○ گرامر متناظر با زبان زیر را بنویسید.

$$L = \{a^n b a^m \mid n, m \geq 0\}$$

$$P: S \rightarrow aS \mid Y, \quad Y \rightarrow bX, \quad X \rightarrow aX \mid \epsilon$$

# مثال

○ گرامر متناظر با زبان زیر را بنویسید.

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 3\}$$

$$P: S \rightarrow aaA, \quad A \rightarrow aA \mid B, \quad B \rightarrow bbbC, \quad C \rightarrow bC \mid \epsilon$$

# مثال

○ گرامر متناظر با عبارت منظم زیر را بنویسید.

$$R = ab(aba)^*b$$

$$P: S \rightarrow abA, \quad A \rightarrow abaA|B, \quad B \rightarrow b$$

$$P: S \rightarrow Ab, \quad A \rightarrow Aaba|B, \quad B \rightarrow ab$$

# مثال

○ نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{a, b\}^*$$

# مثال

○ نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{a^m b^n \mid m, n \geq 0\}$$

# مثال

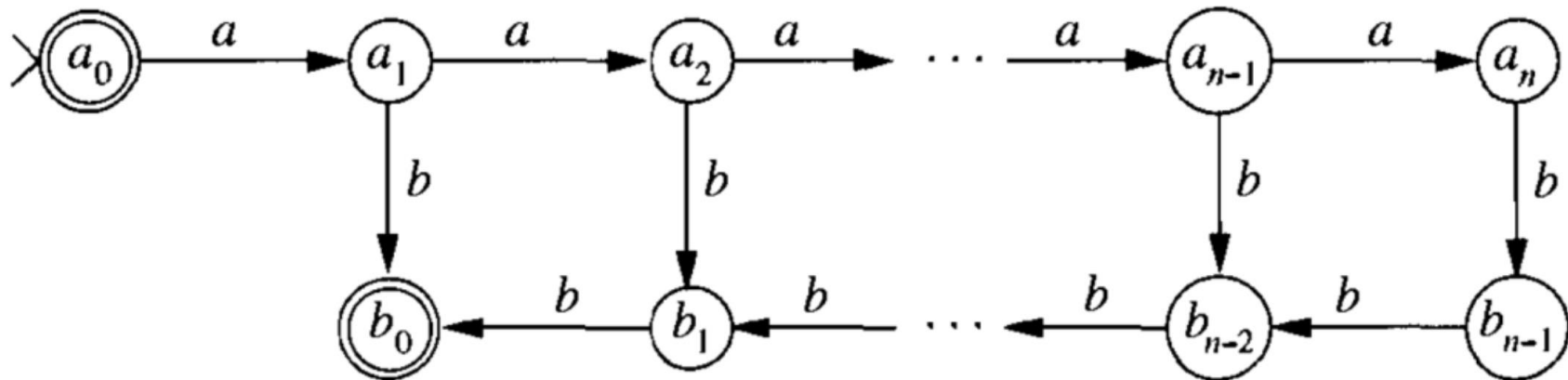
○ نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{(ab)^n \mid n \geq 0\}$$

# مثال

○ نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$



# سوال

○ اگر از شما خواسته شود یک FA/RE برای یک زبان معلوم بسازید و کار سختی باشد تا کی ادامه می‌دهید؟



# زبان‌های نامنظم

○ آیا همه زبان‌ها منظم هستند؟

- این بدین معنی است که هر زبان را بتوان با یک اتوماتای متناهی توصیف کرد.

# زبان‌های نامنظم

○ چه چیزی می‌تواند یک زبان را نامنظم کند؟

- حافظه نامحدود

○ یک قاعده دم دستی: یک زبان نامنظم است اگر به حافظه نامحدود نیاز داشته باشد.

- زبان‌های متناهی، منظم هستند.

# مثال

○ زبان زیر منظم است یا نامنظم؟

$$\{0^n 1^n : n \geq 0\} = \{\varepsilon, 01, 0011, 000111, \dots\}$$

# مثال

○ زبان زیر منظم است یا نامنظم؟

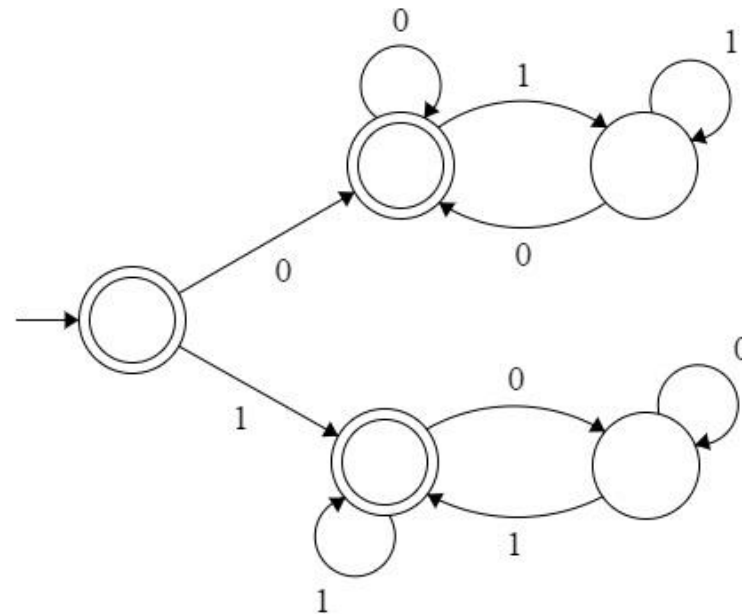
$$L_1 = \{w \mid w \text{ has an equal number of 0 and 1}\}$$

$$L_1 = \{\epsilon, 01, \dots, 1100, \dots, 00000001111111, \dots\}$$

# مثال

زبان زیر منظم است یا نامنظم؟ ○

$L_1 = \{w \mid w \text{ has an equal number of "01" and "10" substrings}\}$



# لم تزریق برای زبان های منظم

○ روشی برای تشخیص زبانهایی که منظم نیستند.