راشیل حسینی - ۴۰۱۳۰۰۲۳ - الگوریتم ۲

۱-

*** merge sort:**

[۹,۴,۲,۷,۱۱,۵,۱,۶,۸,۱۰,۳,۱۲]

[۹,۴,۲,۷,۱۱,۵] [۱,۶,۸,۱۰,۳,۱۲]

[۹,۴,۲] [۷,۱۱,۵] [۱,۶,۸] [۱۰,۳,۱۲]

[۹] [۴,۲] [۷] [۱۱,۵] [۱] [۶,۸] [۱۰] [۳,۱۲]

[۹] [۴] [۲] [۷] [۱۱] [۵] [۱] [۶] [۸] [۱۰] [۳] [۱۲]

[۹] [۲,۴] [۷] [۵,۱۱] [۱] [۶,۸] [۱۰] [۳,۱۲]

[۲,۴,۹] [۵,۷,۱۱] [۱,۶,۸] [۳,۱۰,۱۲]

[۲,۴,۵,۷,۹,۱۱] [۱,۳,۶,۸,۱۰,۱۲]

[۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲]

*** Quicksort:**

[۹,۴,۲,۷,۱۱,۵,۱,۶,۸,۱۰,۳,۱۲]

[۴,۲,۷,۵,۱,۶,۸,۳] ۹ [۱۱,۱۰,۱۲]

[۲,۱,۳] ۴ [۷,۵,۶,۸] ۹ [۱۰] ۱۱ [۱۲]

[۱] ۲ [۳] ۴ [۵,۶] [۷] [۸] ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ [۶] ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲

[۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲]

* PivotPoint را عنصر اول هر Subarray در نظر گرفتیم

۲- با استفاده از الگوریتم Partition و QuickSort، انتخاب

تصادفی یک شخص به این صورت که بعد از انتخاب تصادفی یک شخص اگر

تعداد اعداد ۲ طرف نقطه تصادفی بعد از Partition بندی برابر

شود شماره‌ای که در ، شماره‌ی میانی است اگر تعداد فرد بود و اگر زوج بود ~~[illegible]~~ دو تا را همین

را تکرار می‌کنیم به نحوه با این تفاوت که به تعداد اعداد اطراف شماره‌ای که در ~~[illegible]~~

میانی باهم اختلاف دارند و میانه برابر میانگین ترتیب که در و عدد بعدی در صورت بزرگتر

بودن تعداد زیرآرایه‌ی بعدی و یا عدد قبلی ~~[illegible]~~ اگر زیرآرایه‌ی قبلی بزرگتر بود .

اگر تعداد زیرآرایه‌ها هم برابر شود دوباره یک عدد که در ~~[illegible]~~ از سمت زیرآرایه‌ی بزرگتر انتخاب

می‌کنیم و دوباره این مراحل را تکرار می‌کنیم.

~~[illegible] الگوریتم Binary search [illegible]~~

۳ـ با استفاده از الگوریتم Binary Search ابتدا اولین index عدد موردنظر را پیدا می‌کنیم. به این صورت که به جای آنکه mid index را بازگردانیم مقدار آن را ذخیره می‌کنیم و آن قدر تکرار را ادامه می‌دهیم تا کوچکترین index را بدست بیاوریم. اگر هم وجود نداشته باشد ۱- برمی‌گردانیم

دوباره با تغییر الگوریتم Binary Search آخرین index عدد را پیدا می‌کنیم مثل الگوریتم بالا فقط باید بزرگترین index را پیدا کنیم و مقدار mid را ذخیره کنیم و اگر عدد وجود نداشت ۱- برمی‌گردانیم

Time Complexity: $O(\log n)$

٤

ابتدا برای حرف‌ها فاصله اش تا هر هیتر را بدست می‌آوریم و min آن

را ذخیره می‌کنیم و بعد بیشترین آن‌ها min فاصله‌ها برابر است با جواب ما.

$$n(h + \theta(\min)) + \theta(\max)$$

تعداد خانه‌ها

هزینه max گیری ‌ ‌ ‌ هزینه min گیری ‌ تعداد هیترها

اردر آن برابر با n ‌ ‌ ‌ اردر آن‌ها هم برابر با n

$$= nh + n\theta(\min) + \theta(\max) \Rightarrow O(n\theta(\min)).$$

$$O(n^2)$$

۵ـ با استفاده از Suffix Tree می‌توان سؤال را حل کرد به این صورت که

از روی استرینگ مورد نظر یک Suffix Tree می‌سازیم و رشته‌ای که حاوی طولانی

ترین مسیر در Tree باشد جواب مورد نظر ما است. برای ساختن Suffix Tree

نیاز به $O(n)$ زمان نیاز هست و برای پیدا کردن طولانی‌ترین

مسیر هم نیاز به $O(n)$ است که مسئله در زمان خطی حل می‌شود.

یک ماتریس ۲×۲

$$
\begin{array}{cccc} A_{00} & A_{01} & & \end{array}
\qquad
\begin{array}{cc} B_{00} & B_{01} \end{array}
$$

$$
\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_5 & b_6 & b_7 & b_8 \\ b_9 & b_{10} & b_{11} & b_{12} \\ b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{array}{cc} A_{10} & A_{11} \end{array}
\qquad
\begin{array}{cc} B_{10} & B_{11} \end{array}
$$

یک ماتریس ۲×۲

$m_1 = (A_{00} + A_{11}) \times (B_{00} + B_{11})$

$m_2 = (A_{10} + A_{11}) \times B_{00}$

$m_3 = A_{00} \times (B_{01} - B_{11})$

$m_4 = A_{11} \times (B_{10} - B_{00})$

$m_5 = (A_{00} + A_{01}) \times B_{11}$

$m_6 = (A_{10} - A_{00}) \times (B_{00} + B_{01})$

$m_7 = (A_{01} - A_{11}) \times (B_{10} + B_{11})$

$C_1 = m_1 + m_4 - m_5 + m_7$

$C_2 = m_3 + m_5$

$C_3 = m_2 + m_4$

$C_4 = m_1 - m_2 + m_3 + m_6$

$$
\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 8 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 9 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 6 & 3 \\ 5 & 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 37 & 33 & 28 & 18 \\ 103 & 66 & 68 & 50 \\ 101 & 118 & 84 & 48 \\ 52 & 53 & 46 & 29 \end{bmatrix}
$$

$$
m_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\right) \times \left(\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 9 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 7 \\ 11 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 198 & 82 \\ 204 & 93 \end{bmatrix}
$$

$$
m_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\right) \times \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 12 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 124 & 43 \\ 60 & 25 \end{bmatrix}
$$

$$
m_3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ -20 & 6 \end{bmatrix}
$$

$$M_4=\begin{bmatrix}5&9\\4&2\end{bmatrix}\times\left(\begin{bmatrix}4&8\\5&7\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5&4\\7&1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}5&9\\4&2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-1&4\\-2&6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-23&74\\-8&28\end{bmatrix}$$

$$M_5=\left(\begin{bmatrix}2&2\\5&8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&1\\3&2\end{bmatrix}\right)\times\begin{bmatrix}6&3\\4&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&3\\8&10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6&3\\4&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}36&18\\88&44\end{bmatrix}$$

$$M_6=\left(\begin{bmatrix}3&3\\1&3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2&2\\5&8\end{bmatrix}\right)\times\left(\begin{bmatrix}5&4\\7&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&1\\4&4\end{bmatrix}\right)$$

$$M_7=\left(\begin{bmatrix}2&1\\3&2\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}5&9\\4&2\end{bmatrix}\right)\times\left(\begin{bmatrix}4&8\\5&7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}6&3\\4&2\end{bmatrix}\right)$$

$$M_6=\begin{bmatrix}1&1\\-4&-5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7&5\\11&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}18&10\\-83&-45\end{bmatrix}$$

$$M_7=\begin{bmatrix}-3&-8\\-1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}10&11\\9&9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-102&-105\\-10&-11\end{bmatrix}$$

$$C_{11}=\begin{bmatrix}198&82\\209&93\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-23&74\\-8&28\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}36&18\\88&44\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-102&-105\\-10&-11\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}37&33\\103&66\end{bmatrix}$$

$$C_{12}=\begin{bmatrix}-8&0\\-20&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}36&18\\88&44\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}28&18\\68&50\end{bmatrix}$$

$$C_{21}=\begin{bmatrix}124&44\\40&25\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-23&74\\-8&28\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}101&118\\32&53\end{bmatrix}$$

$$C_{22}=\begin{bmatrix}198&82\\209&93\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}124&44\\40&25\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-8&0\\-20&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}18&10\\-83&-45\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}84&48\\46&29\end{bmatrix}$$