

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نظريه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۳

مجتبی خلیلی
دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

اتوماتای متناهی معین

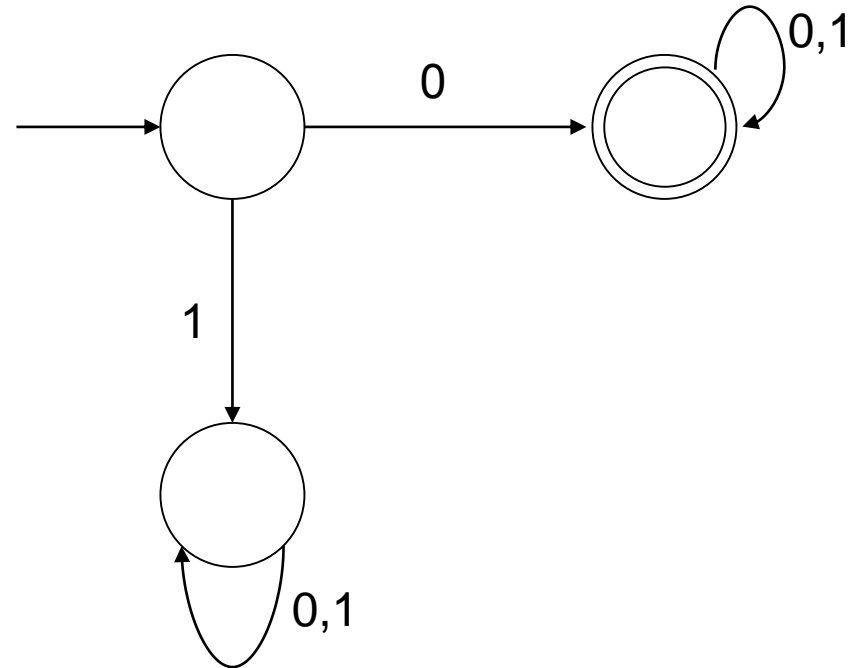
Deterministic FA

- یک مدل ساده از محاسبات
- شامل چندین حالت و ورودی‌ها به صورت رشته (بدون حافظه خارجی)
- تعداد حالت‌ها متناهی
- خواندن ورودی سمبل به سمبل از چپ به راست و بروز کردن حالت بر اساس ورودی
- در نهایت این اتوماتا با بله یا خیر جواب دهد (بپذیرد یا خیر).
- آیا به همه سوالات جواب می‌دهد (همه زبانها را تشخیص می‌دهد)؟
- دو روش برای توصیف آن: دیاگرام حالت (مثال قبل) یا به صورت صوری (تعریف)

Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

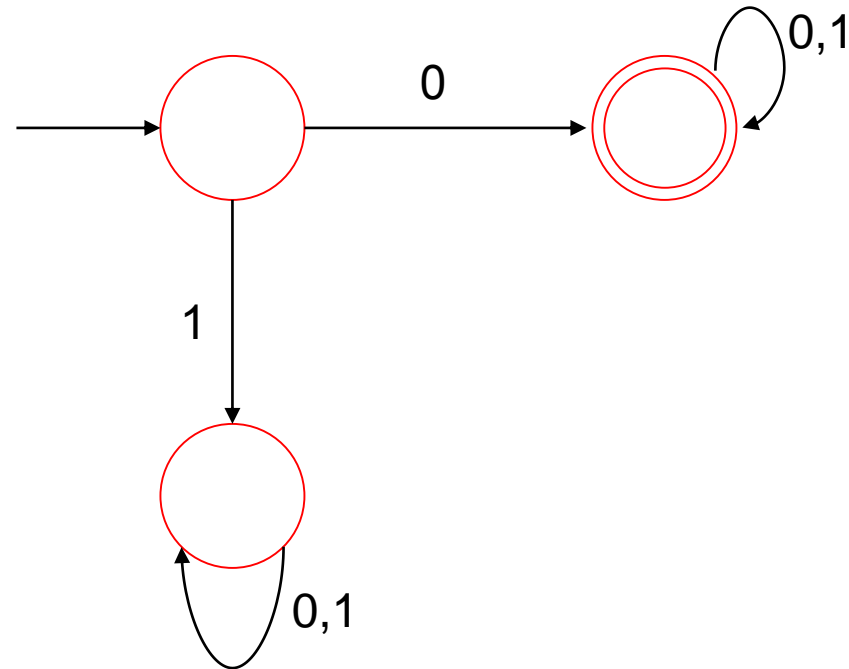


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

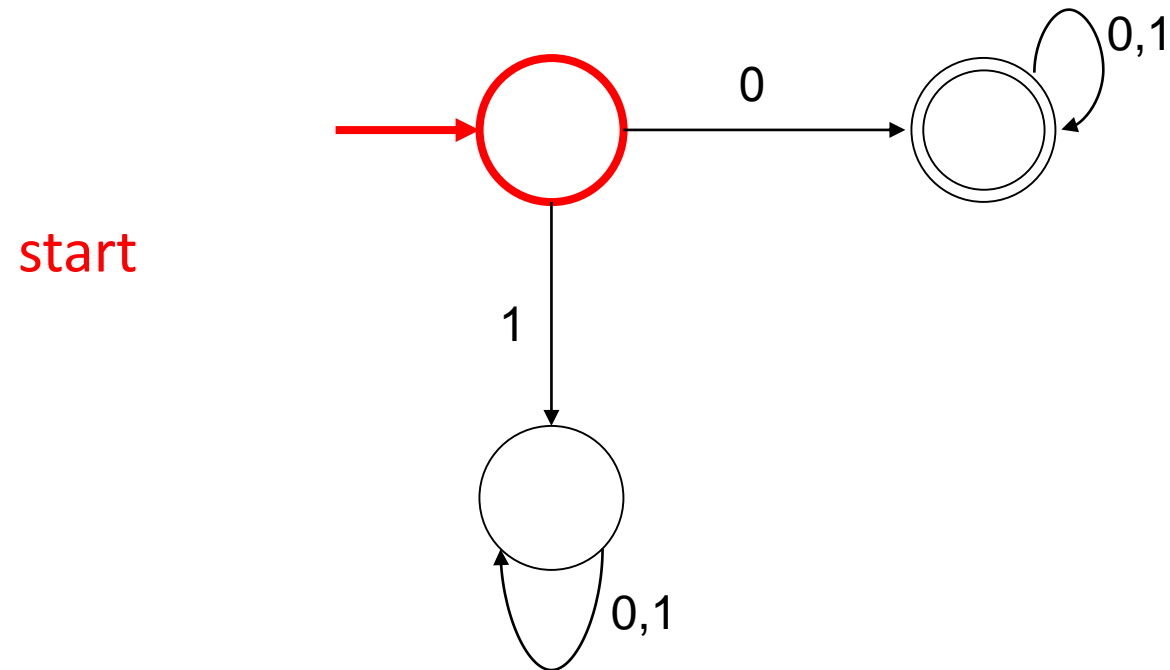
state



Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

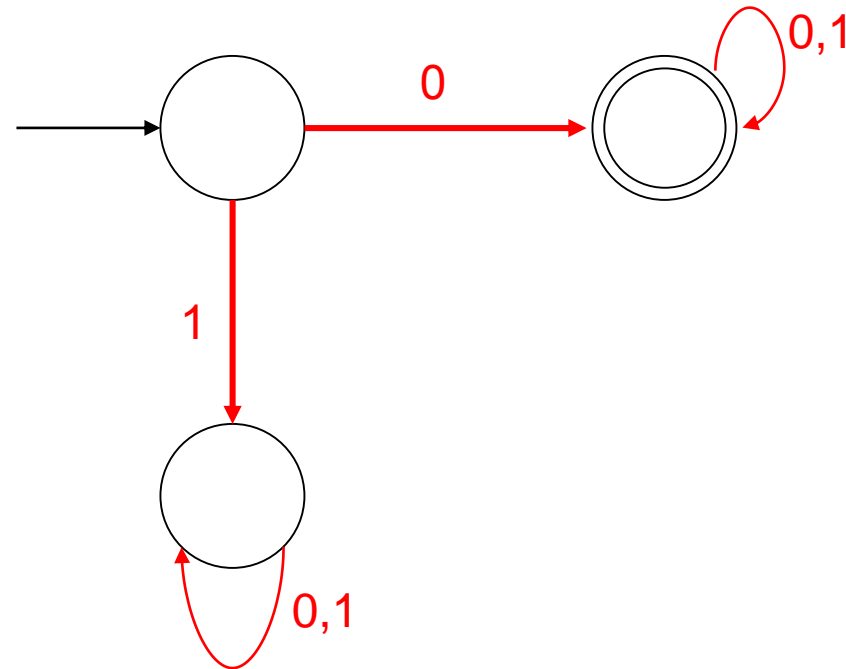


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

transition

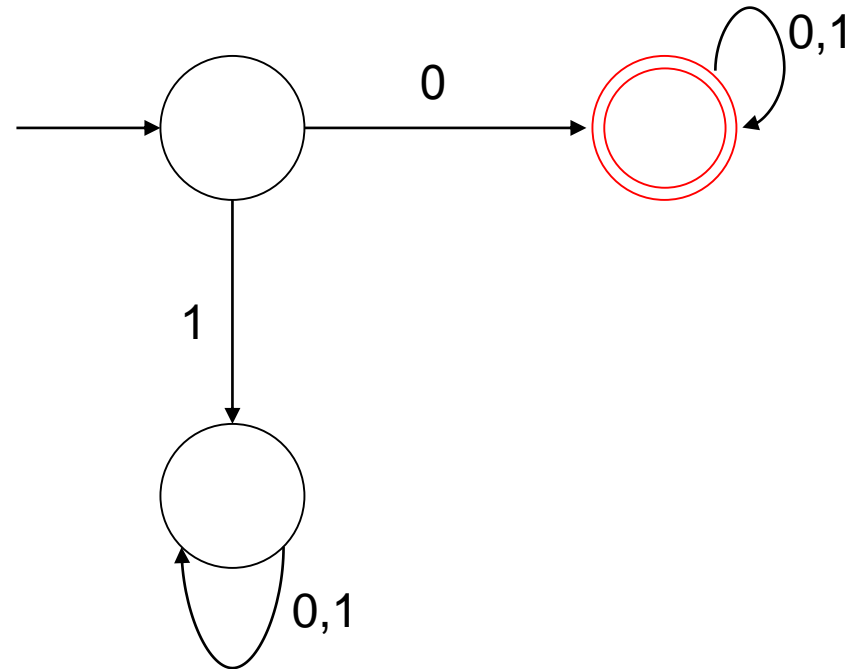


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

accept

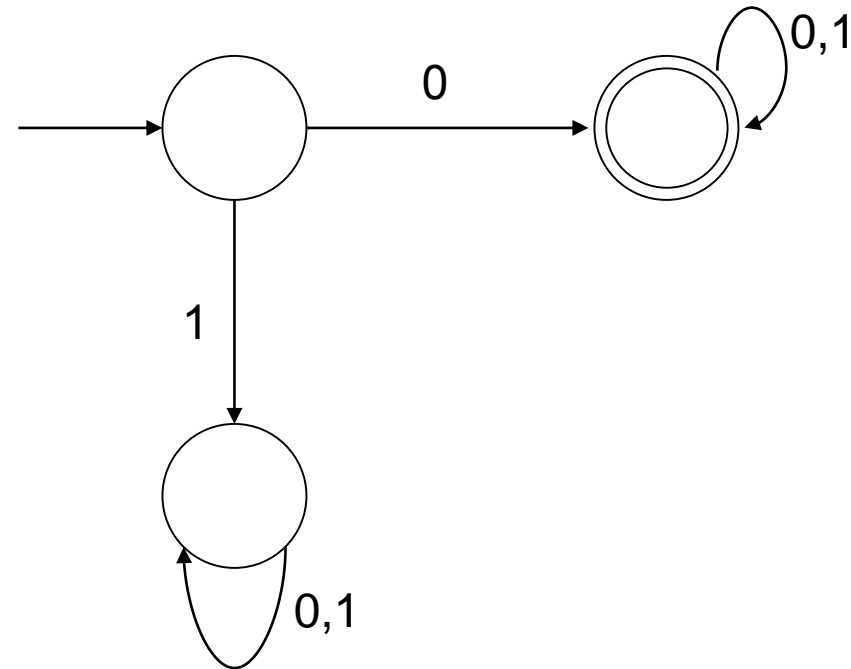


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

ورودی 10111

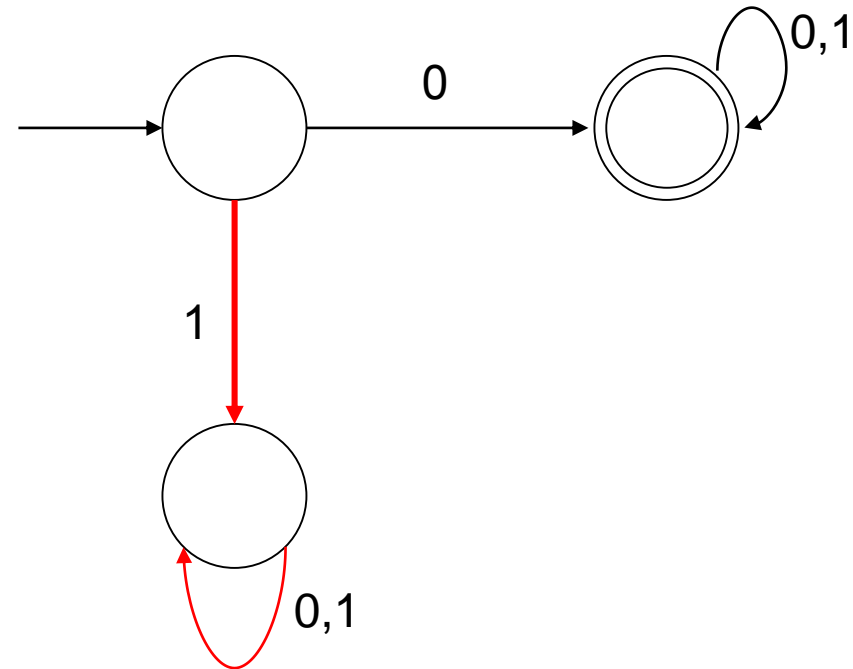


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

ورودی 10111

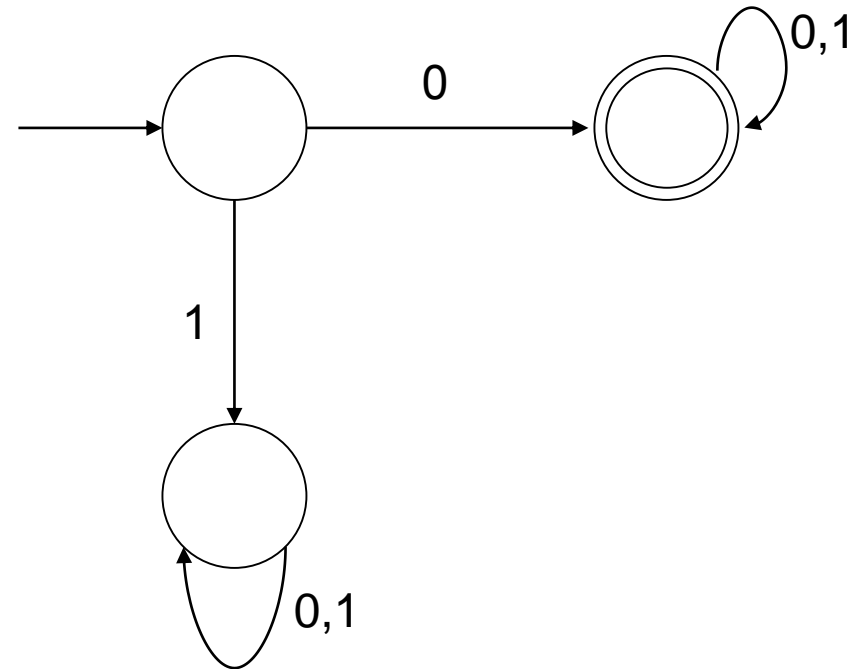


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

ورودی 011001

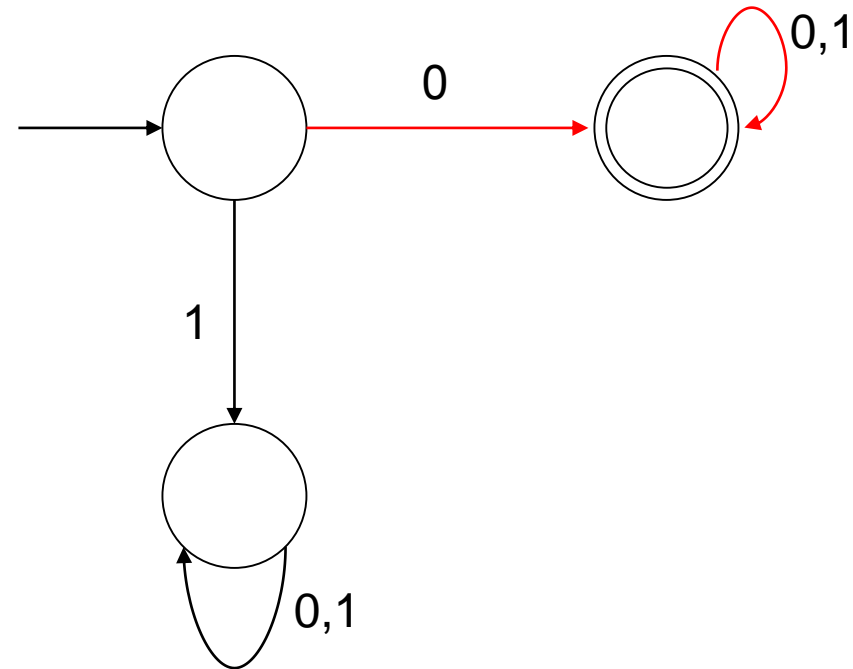


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

ورودی 011001

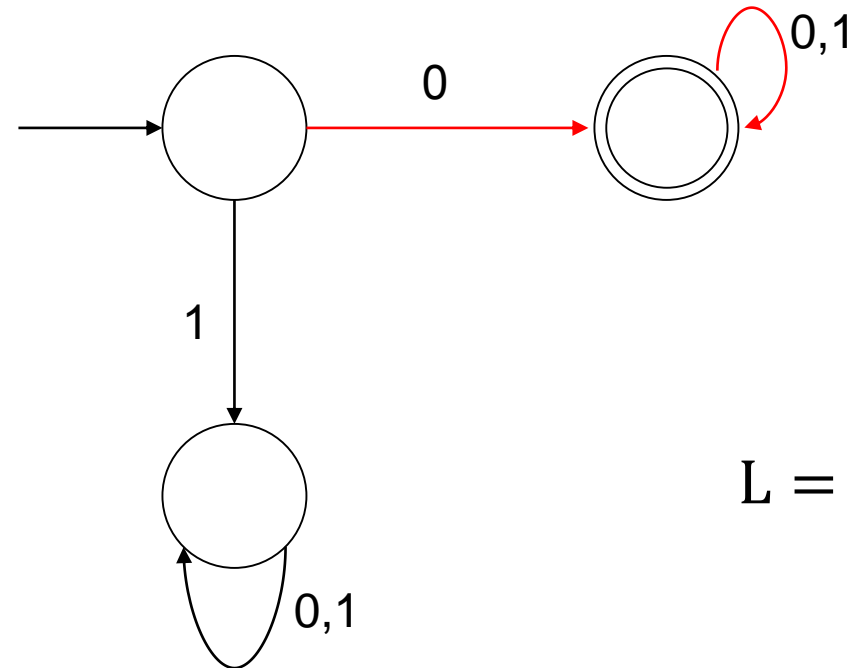


Deterministic FA

○ دیاگرام حالت (مثال):

الفبا $\Sigma = \{0,1\}$

ورودی 011001



$$L = \{x \in \Sigma^* \mid x_1 = 0\}$$

تعریف صوری اتوماتای متناهی معین (DFA)

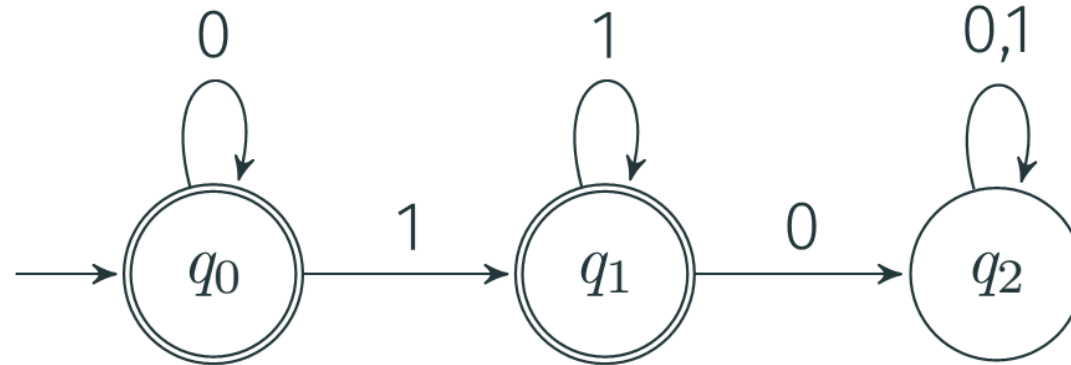
DEFINITION 1.5

A *finite automaton* is a 5-tuple $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, where

1. Q is a finite set called the *states*,
2. Σ is a finite set called the *alphabet*,
3. $\delta: Q \times \Sigma \longrightarrow Q$ is the *transition function*,¹
4. $q_0 \in Q$ is the *start state*, and
5. $F \subseteq Q$ is the *set of accept states*.²

اتوماتای متناهی معین (DFA)

○ مثال زیر را در نظر بگیرید:



δ	ورودی	
	0	1
حالات		
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2

$$\delta(q_0, 0) = q_0$$

$$\delta(q_0, 1) = q_1$$

$$\delta(q_1, 0) = q_2$$

....

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

• الفبا:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

• حالتها:

q_0

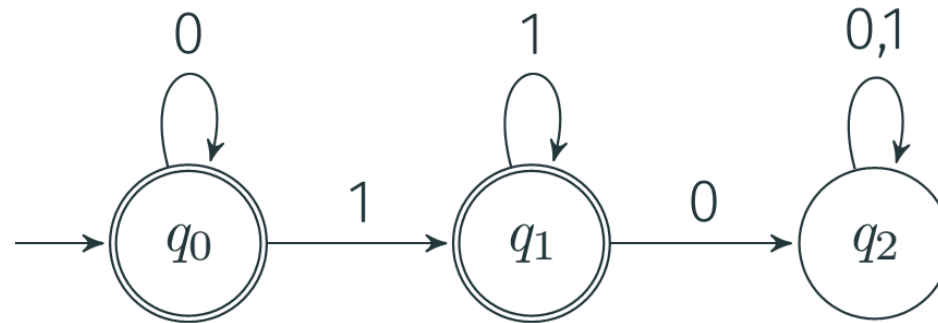
• حالت اولیه:

$$F = \{q_0, q_1\}$$

• حالت‌های پذیرش:

زبان یک DFA

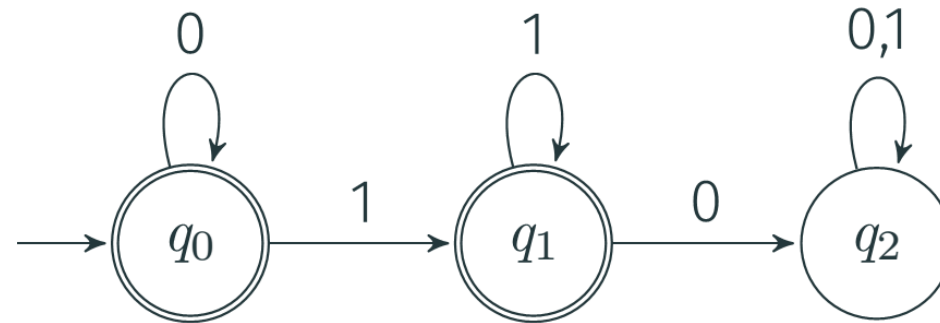
○ گوییم DFA یک رشته x را می‌پذیرد اگر با شروع از حالت اولیه و خواندن x از چپ به راست، نهایتاً در یک حالت پایانی قرار گیرد.



این DFA رشته‌های 0 و 011 را می‌پذیرد اما 10 و 0101 را نمی‌پذیرد.

زبان یک DFA

○ زبان یک DFA، مجموعه همه رشته‌هایی است که توسط آن DFA پذیرفته می‌شود.



این DFA رشته‌های 0 و 011 را می‌پذیرد اما 10 و 0101 را نمی‌پذیرد.

رشته‌های 0 و 011 در زبان این DFA هستند اما 10 و 0101 نه.

زبان یک DFA

○ فرض کنید M یک DFA است. زبانی را که توسط M تشخیص داده می شود به این صورت تعریف می کنیم:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ is accepted by } M\}$$

زبان متناظر با DFA

- دیدیم که هر ماشین، یک زبان متناظر دارد.
- مدل محاسباتی برای DFA، شامل همه ماشین‌هایی است که طبق تعریف حاصل می‌شود.
- بنابراین، مدل محاسباتی برای DFA، متناظر مجموعه‌ای از زبان‌هاست.

زبان‌های منظم

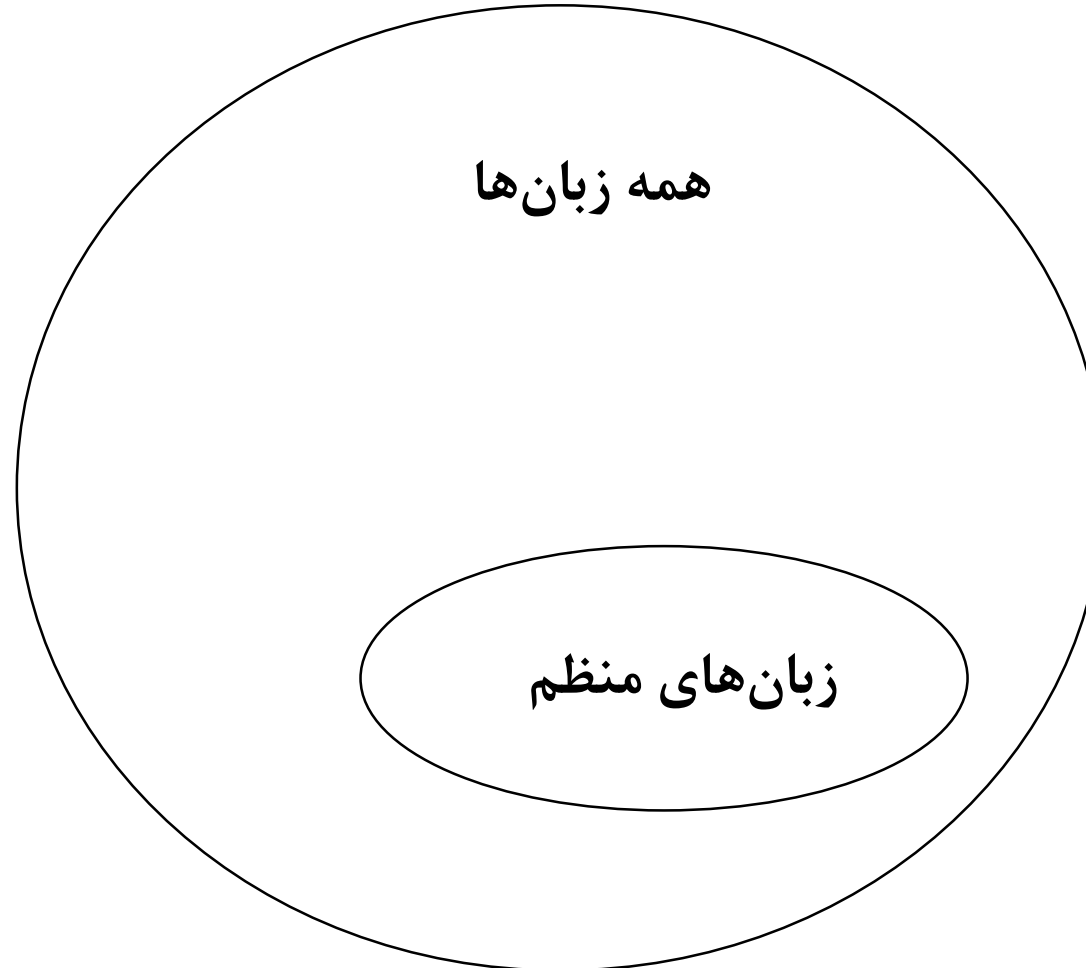
DEFINITION 1.16

A language is called a *regular language* if some finite automaton recognizes it.

○ اگر یک DFA یک زبان را تشخیص دهد، آنگاه آن زبان منظم است (و برعکس).

○ چگونه نشان دهیم زبانی منظم است؟

زبان‌های منظم



تعریف فرمال محاسبه (DFA)

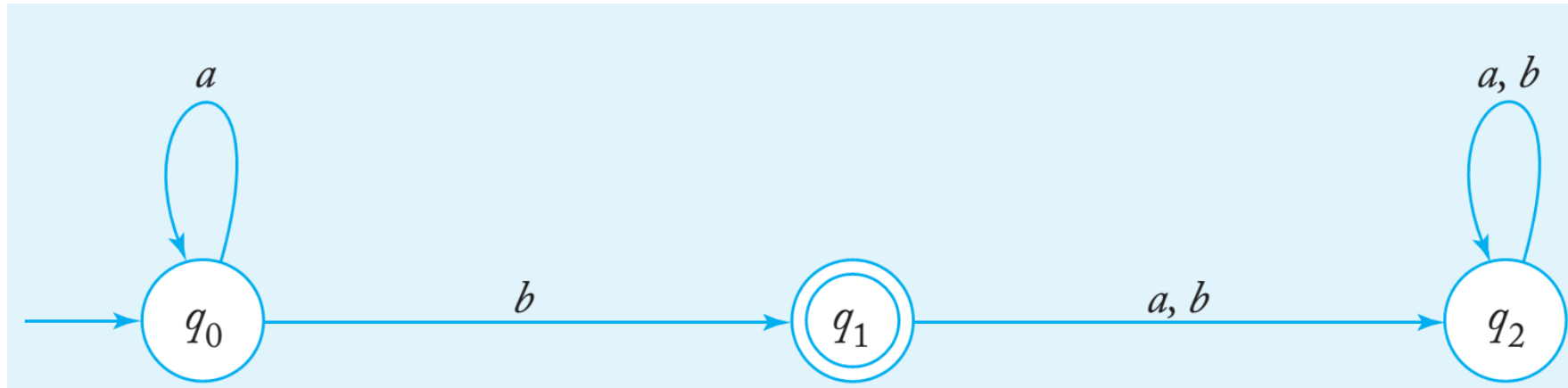
Let $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ be a finite automaton and let $w = w_1w_2 \cdots w_n$ be a string where each w_i is a member of the alphabet Σ . Then M **accepts** w if a sequence of states r_0, r_1, \dots, r_n in Q exists with three conditions:

1. $r_0 = q_0$,
2. $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$, for $i = 0, \dots, n - 1$, and
3. $r_n \in F$.

We say that M **recognizes language** A if $A = \{w \mid M \text{ accepts } w\}$.

مثال

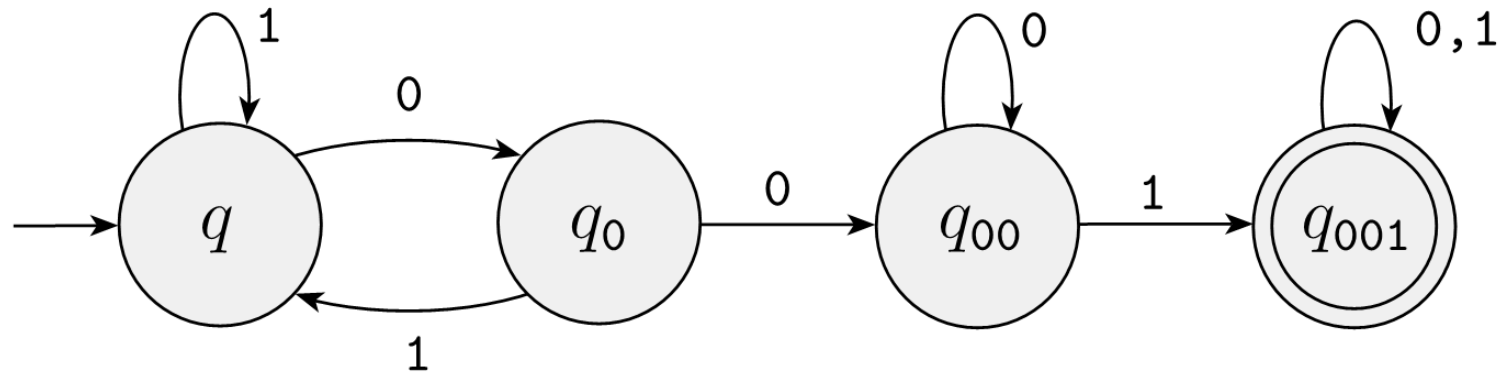
○ زبان DFA زیر را بیابید (الفبا شامل a و b).



$$L = \{a^n b : n \geq 0\}.$$

مثال

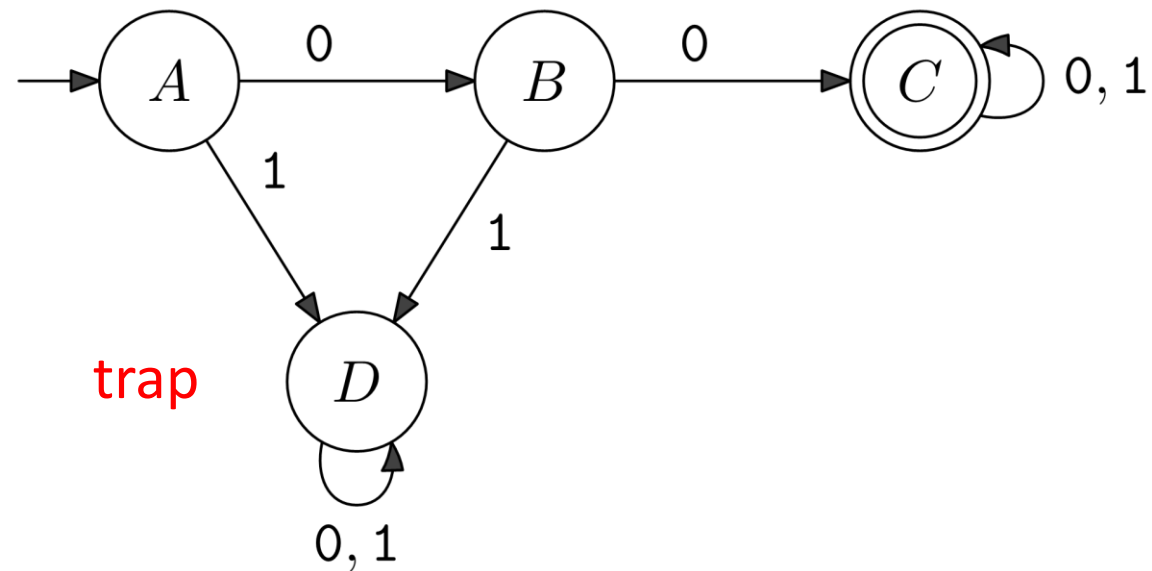
یک DFA بسازید که فقط رشته‌هایی که شامل زیررشته 001 هستند را قبول کند (الفبای باینری).



مثال

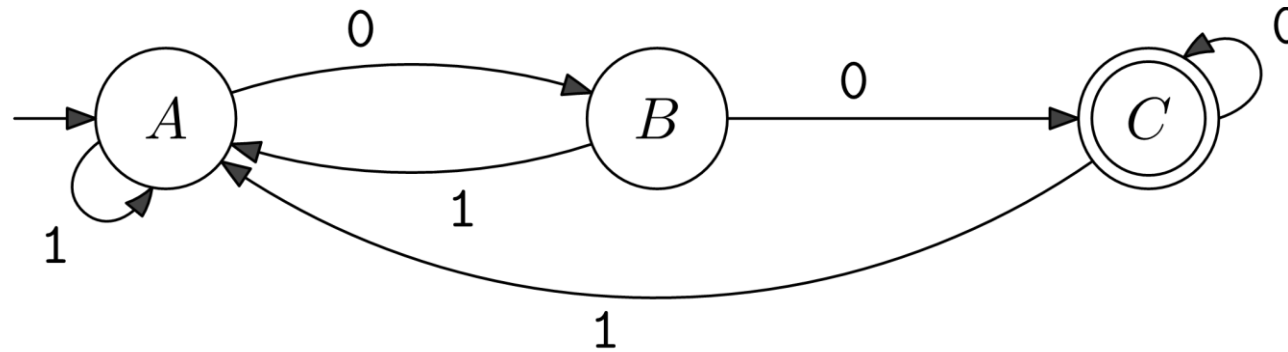
○ نشان دهید زبان زیر یک زبان منظم است.

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ starts with } 00\}$$



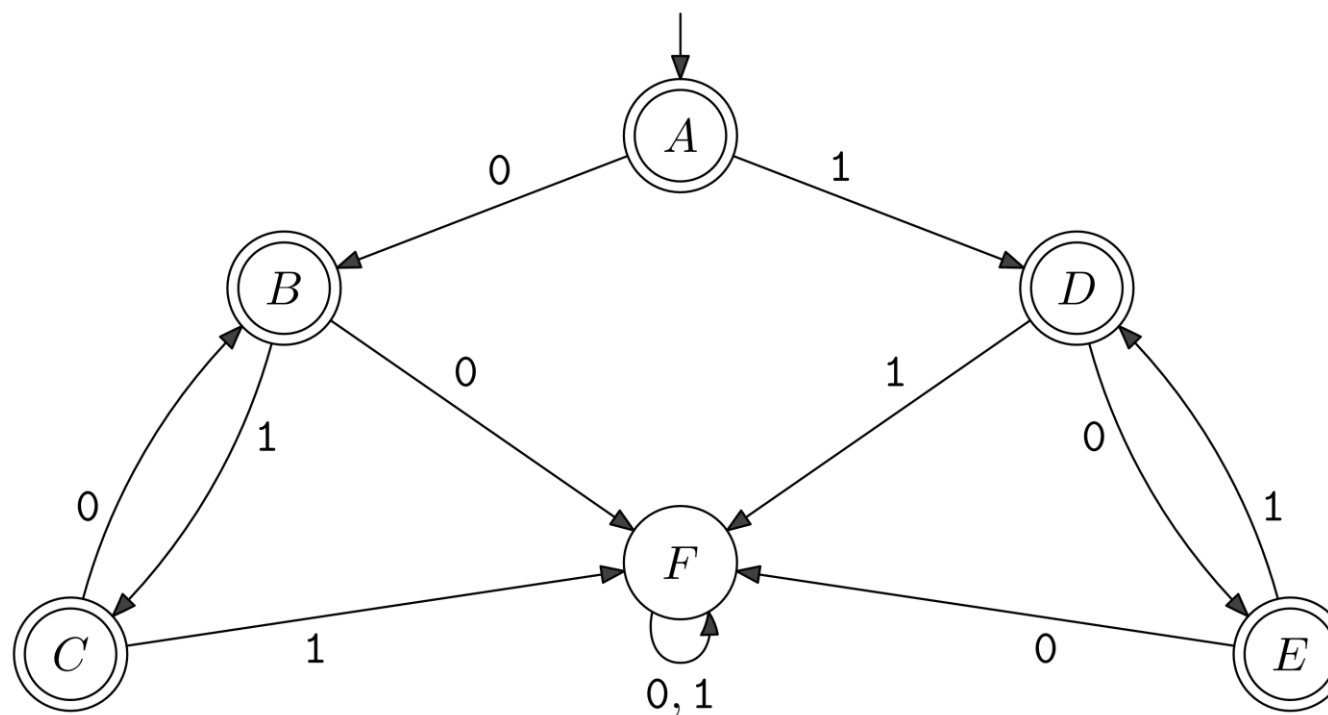
مثال

یک DFA بسازید که فقط رشته‌هایی که با 00 خاتمه می‌یابند را قبول کند (الفبای باینری).



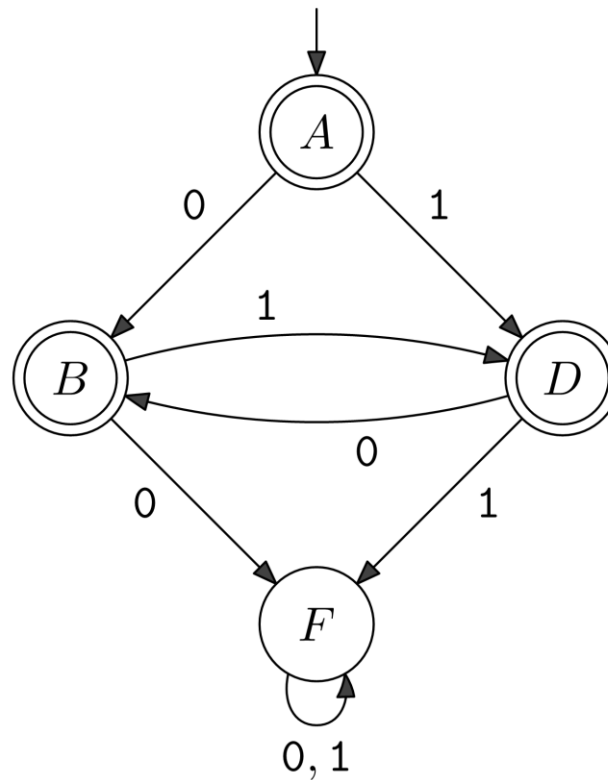
مثال

یک DFA بسازید که فقط رشته‌هایی که یک در میان 0 و 1 هستند را قبول کند (الفبای باینری).



مثال

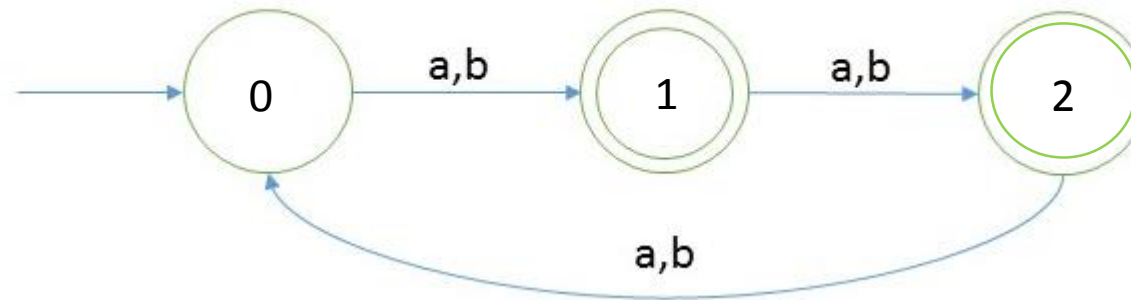
○ یک DFA بسازید که فقط رشته‌هایی که یک در میان 0 و 1 هستند را قبول کند (الفبای باینری).



مثال

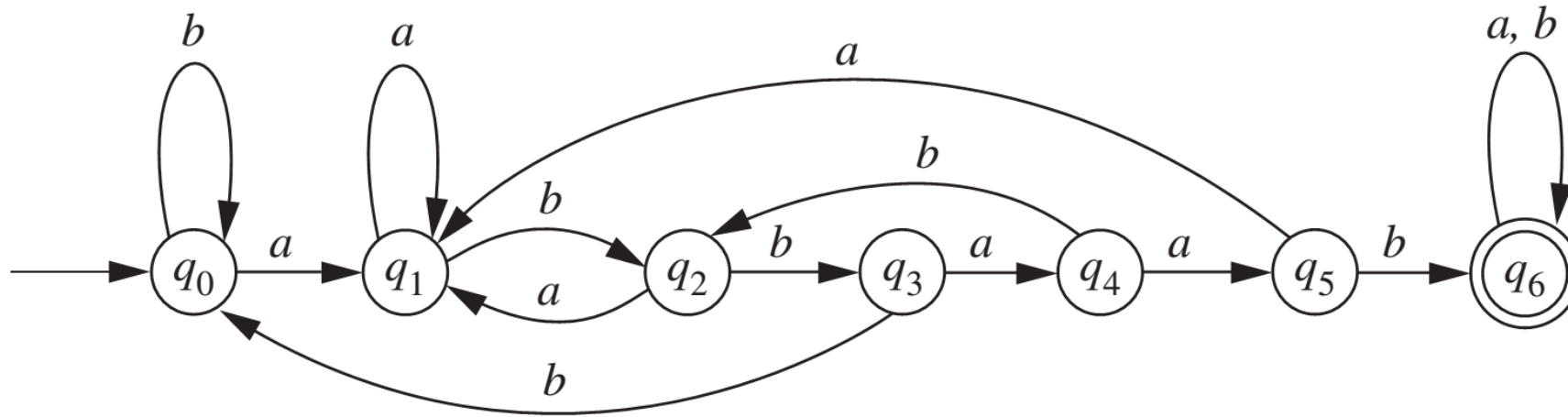
○ نشان دهید زبان زیر منظم است.

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \bmod 3 \neq 0\}$$



مثال

○ یک DFA بسازید که فقط رشته‌هایی را بپذیرد که شامل زیررشته $abbaab$ باشند (الفبای باینری a و b).



مثال

○ نشان دهید زبان زیر منظم است (n مقدار معلوم). (در جواب **trap** رسم نشده است).

$$L = \{a^k b^k \mid k \leq n\}$$

