

انتگرال جز به جز جدولی

انتگرال‌گیری جدولی، یکی از روش‌های سریع انتگرال‌گیری جز به جز است. در این روش، یکی از توابع باید تا رسیدن به صفر، مشتق‌پذیر باشد.

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

فیلم آموزش معادلات دیفرانسیل به همراه حل سوالات آزمون کارشناسی ارشد در فرادرس

کلیک کنید

علاوه بر این، باید امکان انتگرال‌گیری مجدد از تابع دیگر در هر مرحله وجود داشته باشد. به عنوان مثال، تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$x^3 \sin(x)$$

برای به دست آوردن انتگرال این تابع توسط روش جز به جز جدولی، ابتدا جدولی با چهار ستون ایجاد می‌کنیم. در ستون اول این جدول، تابع مشتق‌پذیر (تا صفر) را قرار می‌دهیم. در ستون دوم، تابع انتگرال‌پذیر را می‌نویسیم. ستون سوم، علامت - یا + را وارد می‌کنیم. نحوه تعیین مقادیر ستون چهارم را در ادامه توضیح می‌دهیم.

| عبارت | علامت | تابع انتگرال‌پذیر | تابع مشتق‌پذیر |
|-------|-------|-------------------|----------------|
| . | - | $\sin(x)$ | x^3 |

علامت ردیف اول، همواره منفی (-) و عبارت ردیف اول، همواره . است. در ردیف‌های بعدی، از تابع مشتق‌پذیر، مشتق گرفته و از تابع انتگرال‌پذیر، انتگرال می‌گیریم. پس از این کار، علامت ردیف را تغییر می‌دهیم. سپس، عبارت تابع مشتق‌پذیر در ردیف قبلی را در انتگرال ردیف فعلی و علامت ردیف ضرب می‌کنیم. حاصل این ضرب را در ستون چهارم می‌نویسیم.

| عبارت | علامت | تابع انتگرال‌پذیر | تابع مشتق‌پذیر |
|----------------|-------|-------------------|----------------|
| . | - | $\sin(x)$ | x^3 |
| $-x^3 \cos(x)$ | + | $-\cos(x)$ | $3x^2$ |

به همین ترتیب، مشتق‌گیری از دو ستون اول و انتگرال‌گیری از ستون دوم را ادامه می‌دهیم.

| عبارت | علامت | تابع انتگرال‌پذیر | تابع مشتق‌پذیر |
|----------------|-------|-------------------|----------------|
| . | - | $\sin(x)$ | x^3 |
| $-x^3 \cos(x)$ | + | $-\cos(x)$ | $3x^2$ |
| $3x^2 \sin(x)$ | - | $-\sin(x)$ | $6x$ |

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، ستون آخر ردیف سوم، حاصل ضرب عبارت ستون اول ردیف قبلی ($3x^2$) در عبارت ستون دوم ردیف فعلی ($-\sin(x)$) و علامت ردیف فعلی (-) است. به این ترتیب، ردیف چهارم به صورت زیر خواهد بود.

| عبارت | علامت | تابع انتگرال‌پذیر | تابع مشتق‌پذیر |
|----------------|-------|-------------------|----------------|
| . | - | $\sin(x)$ | x^3 |
| $-x^3 \cos(x)$ | + | $-\cos(x)$ | $3x^2$ |
| $3x^2 \sin(x)$ | - | $-\sin(x)$ | $6x$ |
| $6x \cos(x)$ | + | $\cos(x)$ | 6 |

تابع مشتق‌پذیر، هنوز صفر نشده است. بنابراین، مراحل قبلی را ادامه می‌دهیم.

| عبارت | علامت | تابع انتگرال‌پذیر | تابع مشتق‌پذیر |
|----------------|-------|-------------------|----------------|
| . | - | $\sin(x)$ | x^3 |
| $-x^3 \cos(x)$ | + | $-\cos(x)$ | $3x^2$ |
| $3x^2 \sin(x)$ | - | $-\sin(x)$ | $6x$ |
| $6x \cos(x)$ | + | $\cos(x)$ | 6 |
| $-6 \sin(x)$ | - | $\sin(x)$ | . |

پس از صفر شدن تابع مشتق‌پذیر، فرآیند مشتق‌گیری را متوقف می‌کنیم. با جمع عبارت‌های ستون چهارم، انتگرال مورد نظر به دست می‌آید. برای این مثال، داریم:

$$\int x^3 \sin(x) dx = -x^3 \cos(x) - 3x^2 \sin(x) + 6x \cos(x) - 6 \sin(x)$$

