بسم الله الرحمن الرحیم

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۵

مجتبی خلیلی
دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

تعریف فرمال محاسبه (پذیرش) NFA

Let $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ be an NFA and w a string over the alphabet Σ. Then we say that N ***accepts*** w if we can write w as $w = y_1 y_2 \cdots y_m$, where each y_i is a member of Σ_ε and a sequence of states $r_0, r_1, \ldots, r_m$ exists in Q with three conditions:

1. $r_0 = q_0$,

2. $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$, for $i = 0, \ldots, m-1$, and

3. $r_m \in F$.

زبان یک NFA

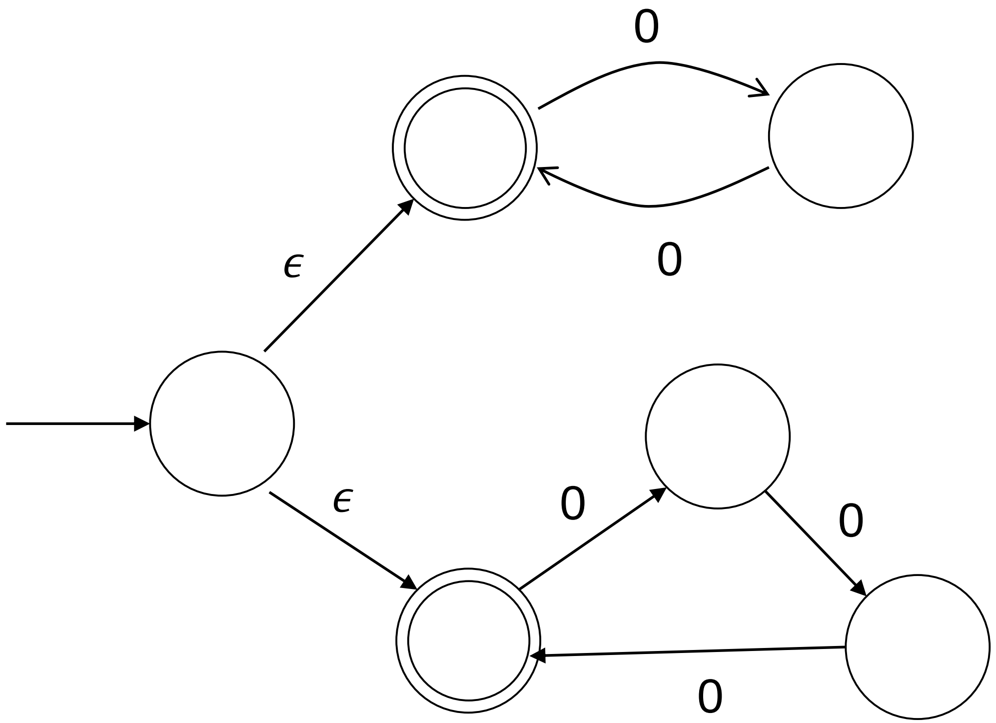
- فرض کنید N یک NFA است. زبانی را که توسط N تشخیص داده می‌شود به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$L(N) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ is accepted by } N\}$$

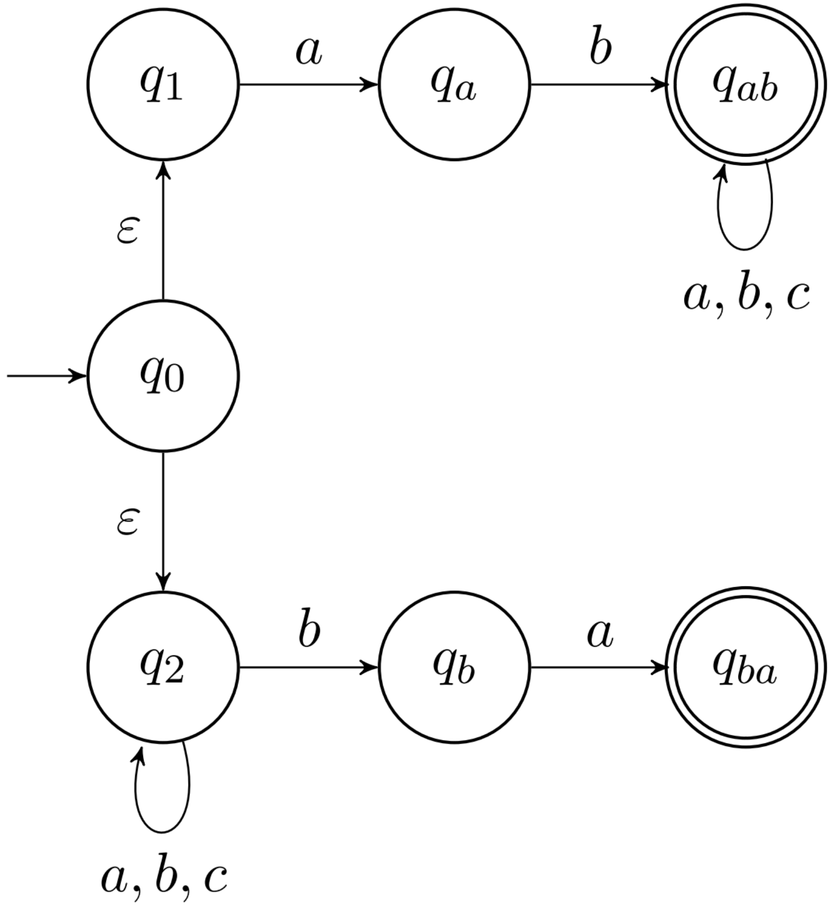
مثال

- زبان NFA زیر چیست؟

A. $\{0^k \mid k \text{ is a multiple of } 2\}$.
B. $\{0^k \mid k \text{ is a multiple of } 3\}$.
C. $\{0^k \mid k \text{ is a multiple of } 6\}$.
D. $\{0^k \mid k \text{ is a multiple of } 2 \text{ or } 3\}$.
E. None.



مثال



- زبان NFA زیر چیست؟

$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid$ W با ab شروع شود یا به ba ختم شود $\}$

رابطه بین DFA و NFA

- هر DFA، یک NFA است؛ بنابراین قدرت NFAها دست کم به اندازه قدرت DFAهاست.

- اما آیا برعکس نیز صادق است؟ آیا زبانی وجود دارد که زبان یک NFA باشد اما زبان یک DFA نباشد؟

هم‌ارزی NFA و DFA

THEOREM 1.39 ....

Every nondeterministic finite automaton has an equivalent deterministic finite automaton.

- ماشین M1 هم ارز ماشین M2 است اگر L(M1)=L(M2).

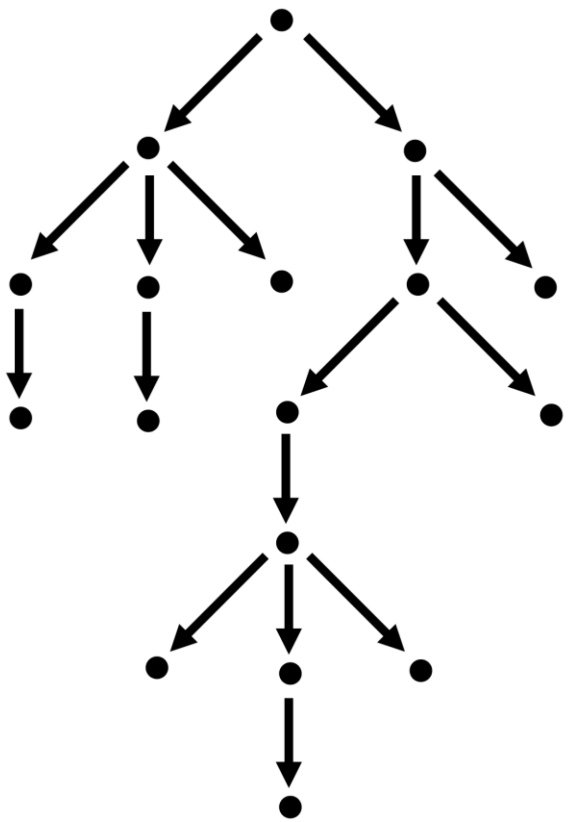
COROLLARY 1.40 ....

A language is regular if and only if some nondeterministic finite automaton recognizes it.

هم‌ارزی NFA و DFA

- اثبات (قضیه ۳۹): اثبات از طریق ساختن
  - فرض کنید $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ یک NFA باشد.
  - هدف: ساخت یک DFA به صورت $M = (Q', \Sigma, \delta', {q_0}', F')$ که زبان $L(N)$ را تشخیص دهد.

هم‌ارزی NFA و DFA

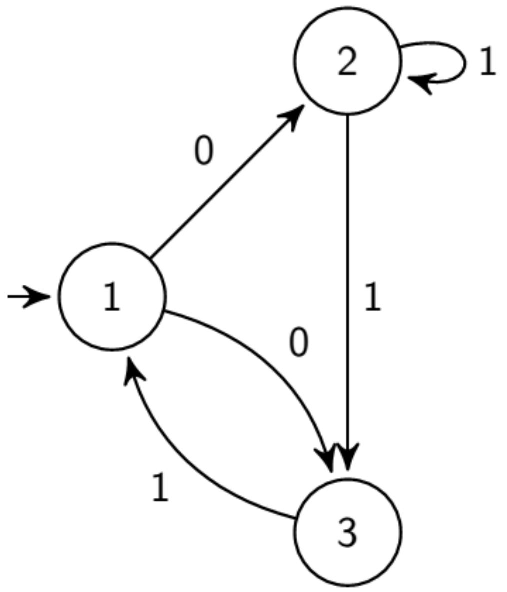


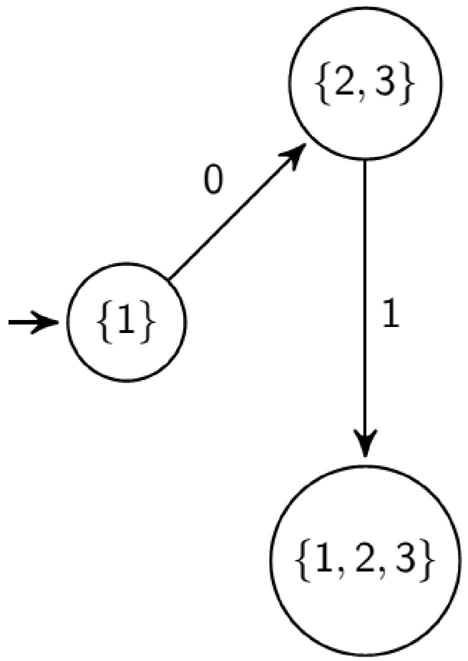
- ایده:
  - شبیه‌سازی NFA با یک DFA
  - تحت یک ورودی، همه شاخه‌های محتمل NFA در نظر گرفته شود.
  - در NFA، هر حالت میتواند چندین حالت بعدی داشته باشد که باید در DFA متناظر این حالتها در یک حالت نشان داده شود.
  - در DFA معادل، همه حالت‌های محتمل متناظر در NFA در نظر گرفته شود.
  - اگر NFA دارای k حالت است آنگاه 2^k زیرمجموعه محتمل دارد.
    - ✓ هر زیرمجموعه یکی از موارد محتمل است که DFA باید بخاطر بسپارد.
    - ✓ در نتیجه DFA میتواند دارای 2^k حالت باشد.

هم‌ارزی NFA و DFA

IUT-ECE

○ مثال (ناقص):





Subset construction

هم‌ارزی NFA و DFA

- اثبات (قضیه ۳۹):
  - فرض کنید $N = (Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ یک NFA باشد.
  - هدف: ساخت یک DFA به صورت $M = (Q',\Sigma,\delta',{q_0}',F')$ که زبان $L(N)$ را تشخیص دهد.

هم‌ارزی NFA و DFA

$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Longrightarrow M = (Q', \Sigma, \delta', {q_0}', F')$$

NFA

DFA

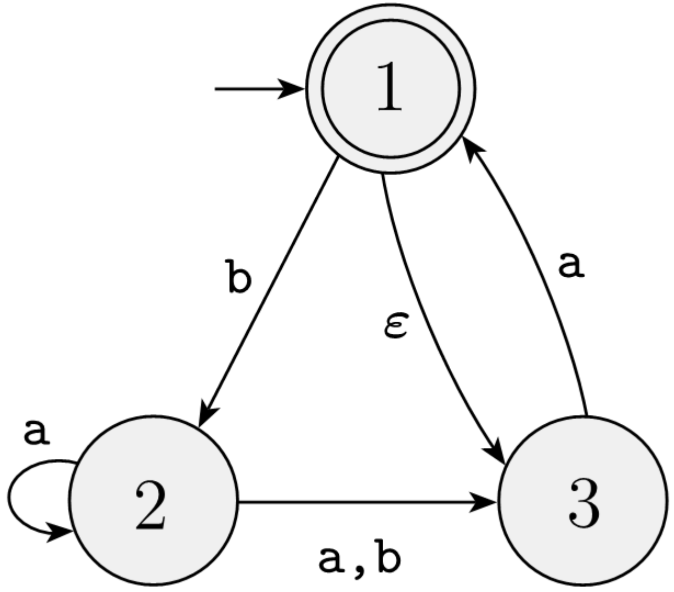
همارزی NFA و DFA

$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Longrightarrow M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

- Q' = $\mathcal{P}$ (Q)

همارزی NFA و DFA

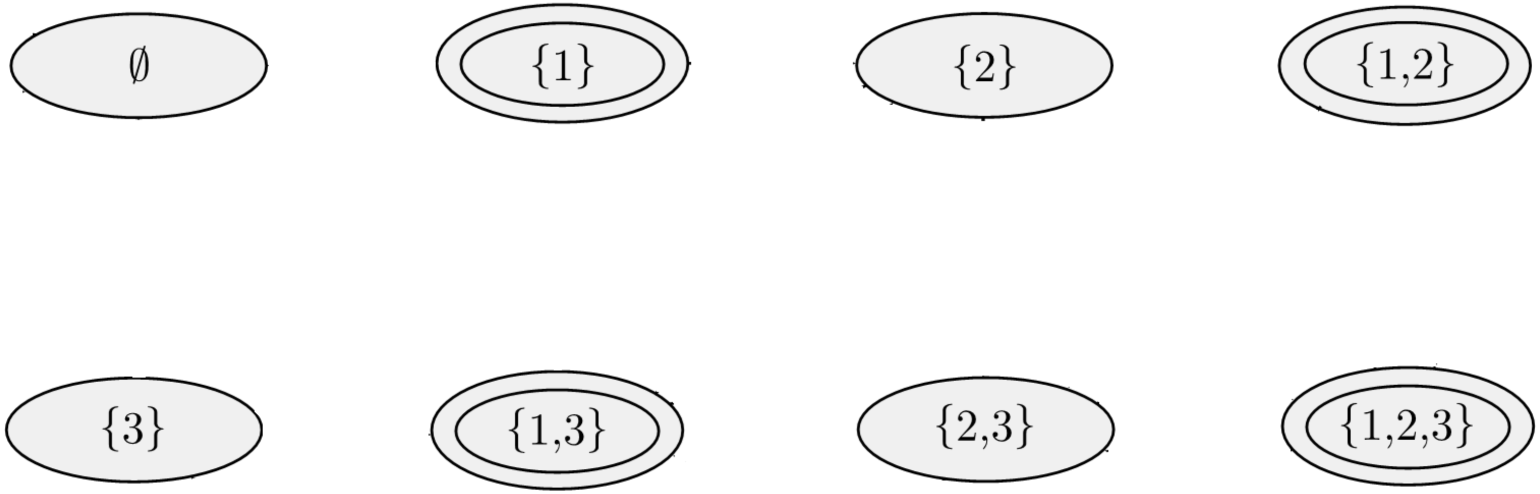
IUT-ECE



NFA N

Q' = $\mathcal{P}$ (Q) = $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}.$

هم‌ارزی NFA و DFA



Q’ = $\mathcal{P}$ (Q) = $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}.$

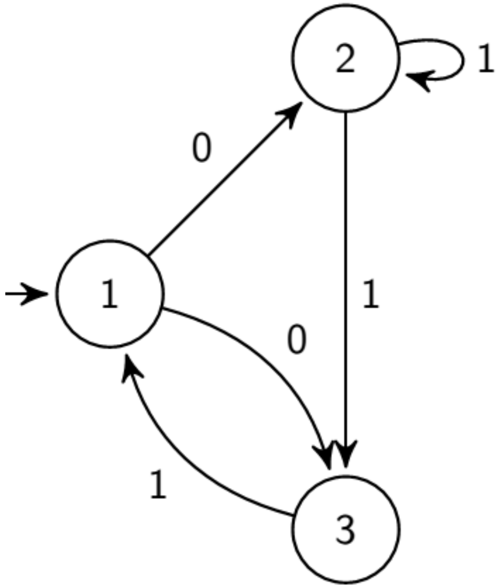
هم‌ارزی NFA و DFA

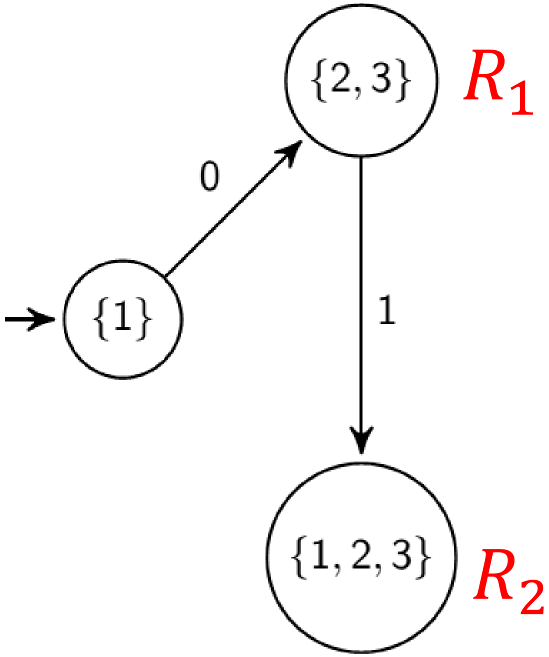
$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Rightarrow M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

- برای سادگی، ابتدا فرض کنیم ϵ نداریم:
- $Q' = \mathcal{P}(Q)$

همارزی NFA و DFA

- مثال (ناقص):





$$\delta'(R_1, 1) = \cup_{r \in R_1} \delta(r, 1) = \{\delta(2,1), \delta(3,1)\} = \{1,2,3\} = R_2$$

هم‌ارزی NFA و DFA

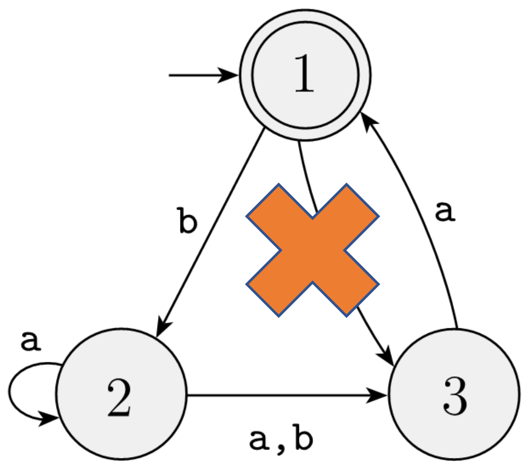
$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Rightarrow M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

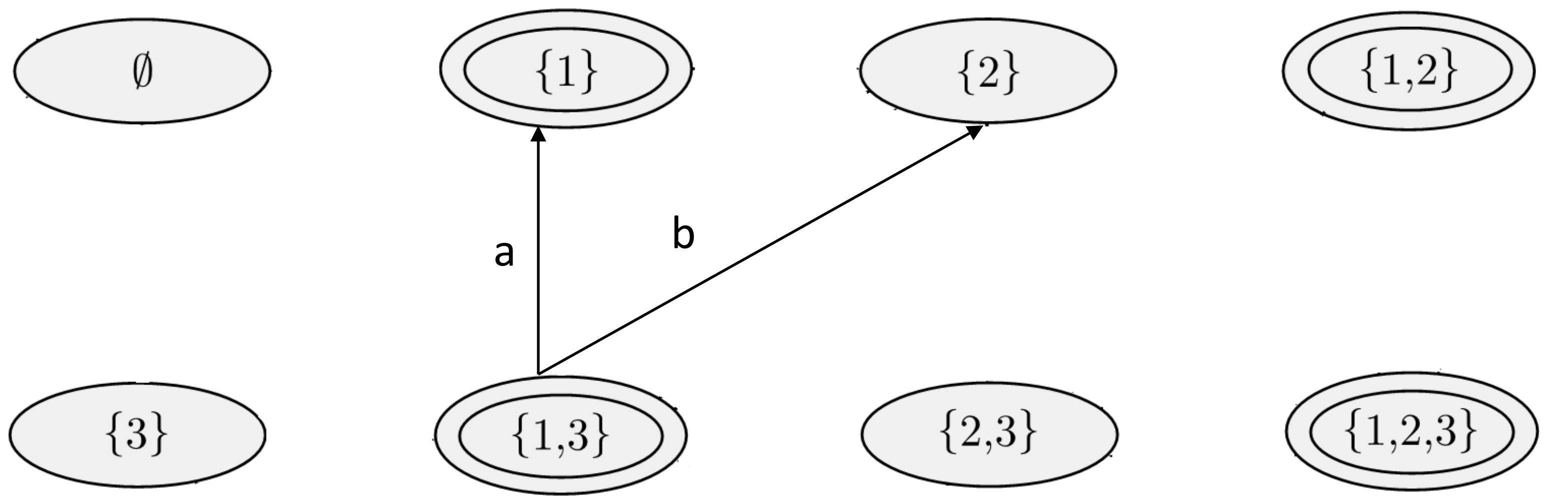
- برای سادگی، ابتدا فرض کنیم ϵ نداریم:
- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- $\delta'(R, a) = \cup_{r \in R} \delta(r, a)$

  $R \in Q'$

  $a \in \Sigma$

هم‌ارزی NFA و DFA



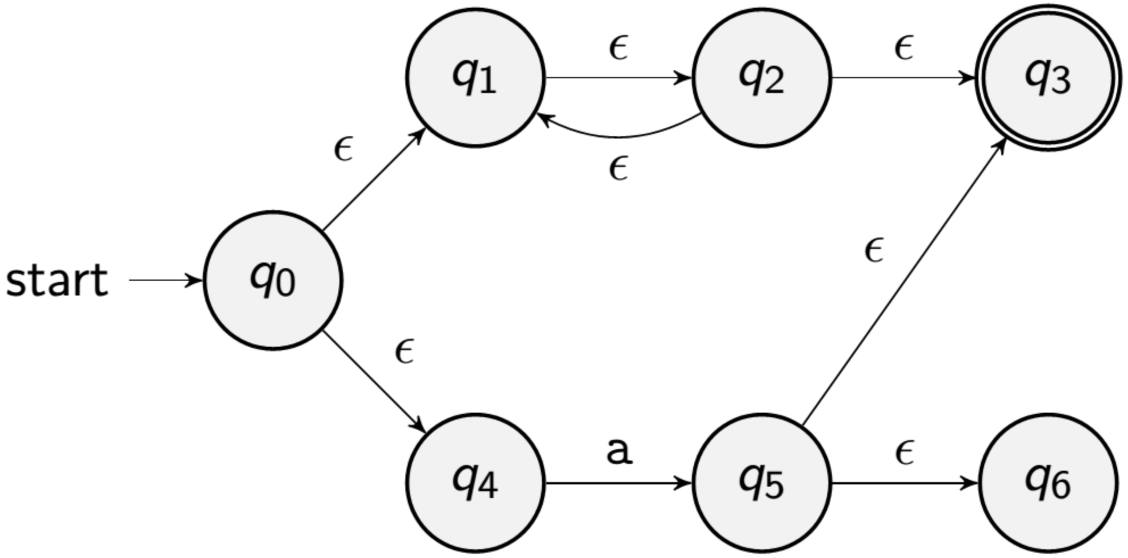


ϵ-Closure

- برای یک حالت مفروض $q \in Q$، از $E(q)$ برای نمایش مجموعه حالت‌هایی استفاده می‌کنیم که از حالت q با کمک ϵ-transition در δ قابل رسیدن هستند.

ϵ-Closure

IUT-ECE



$$E(q_0) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

همارزی NFA و DFA

$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Longrightarrow M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- اکنون ϵ داریم:
- $\delta'(R, a) = \cup_{r \in R} E(\delta(r, a))$

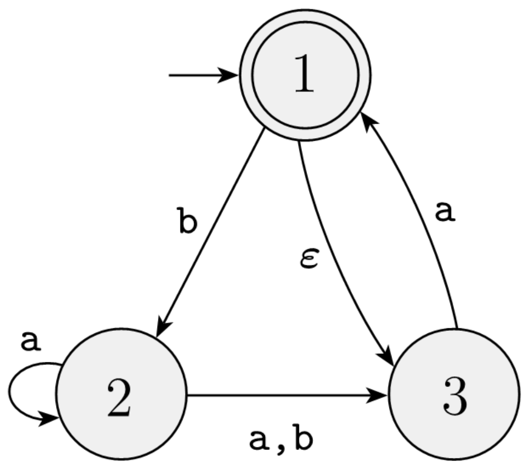
$R \in Q'$

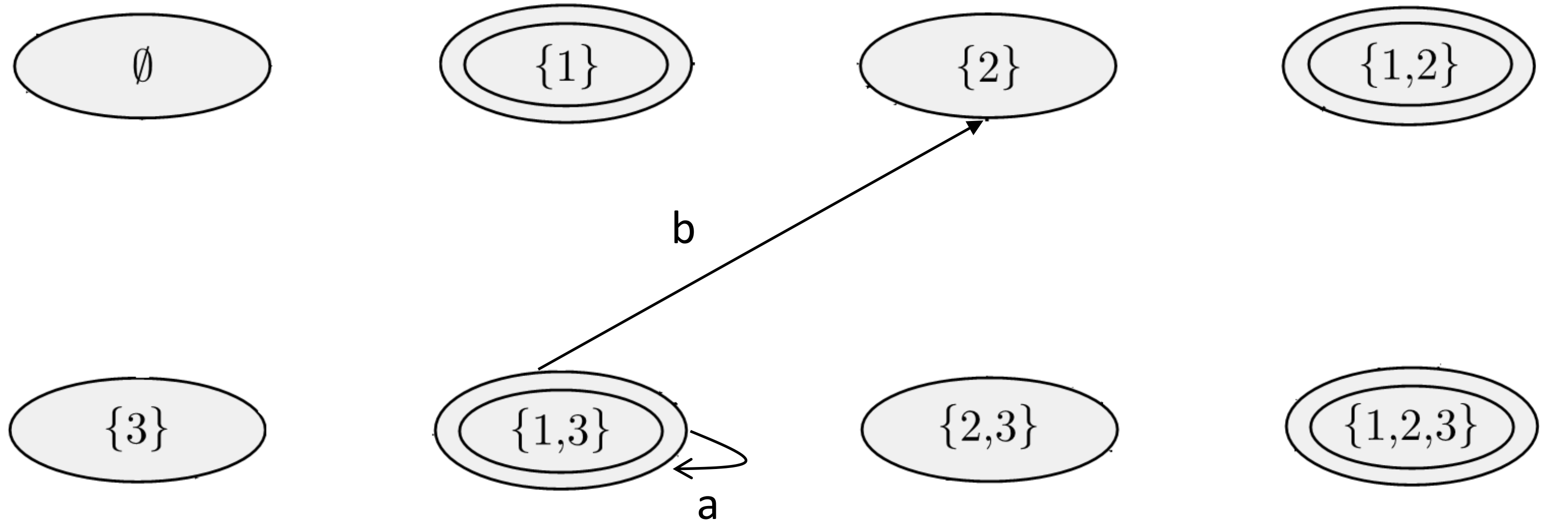
$a \in \Sigma$

E(q) = {q’ ∈ Q : q’ reachable from q by traveling along 0 or more ε-transition}

همارزی NFA و DFA

IUT-ECE





هم‌ارزی NFA و DFA

$$M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- $\delta'(R, a) = \cup_{r \in R} E(\delta(r, a))$
- $q_0' = E(\{q_0\})$

هم‌ارزی NFA و DFA

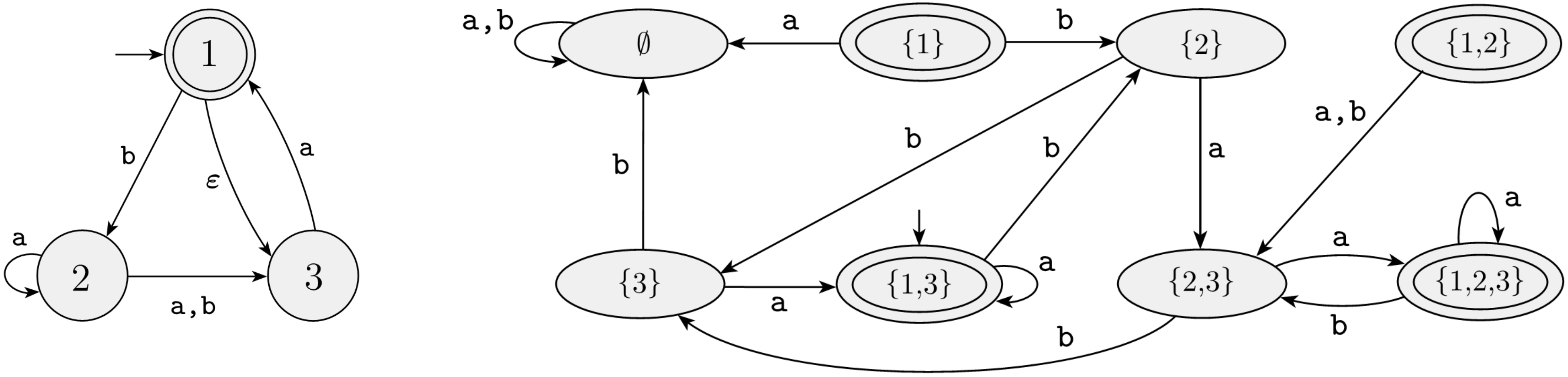
IUT-ECE

$$M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$$

- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- $\delta'(R, a) = \cup_{r \in R} E(\delta(r, a))$
- $q_0' = E(\{q_0\})$
- $F' = \{R \in Q' : R$ contains at least an accept state of $N\}$

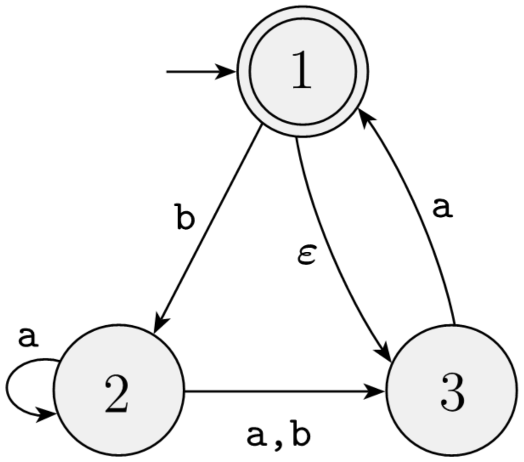
مثال

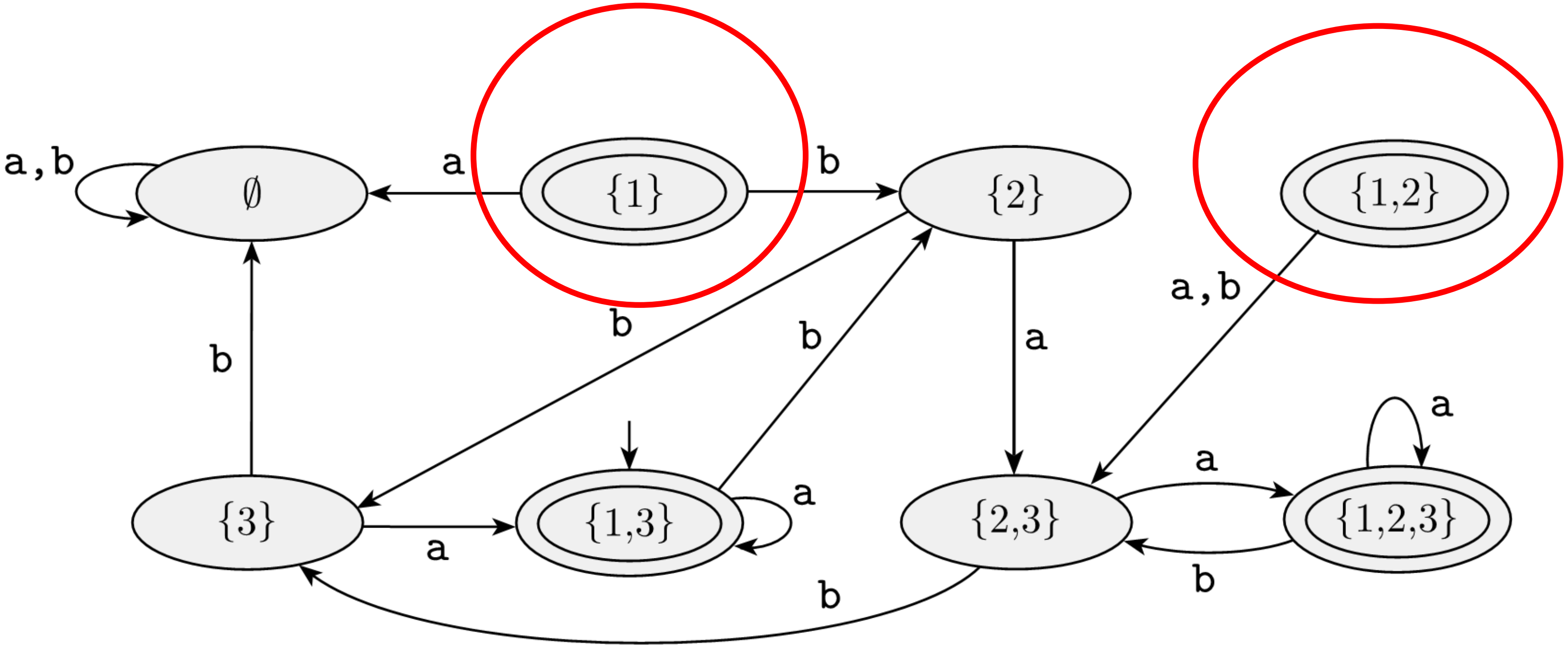
EXAMPLE 1.41



مثال

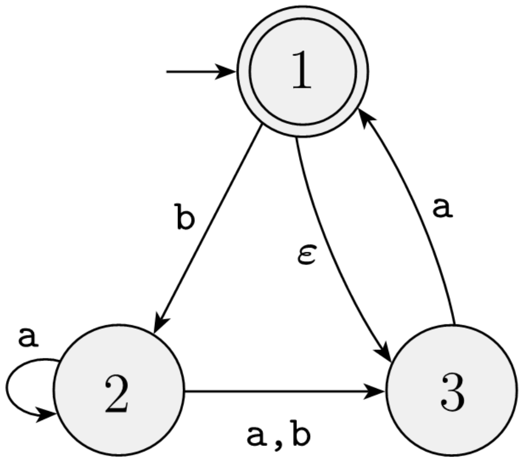
EXAMPLE 1.41

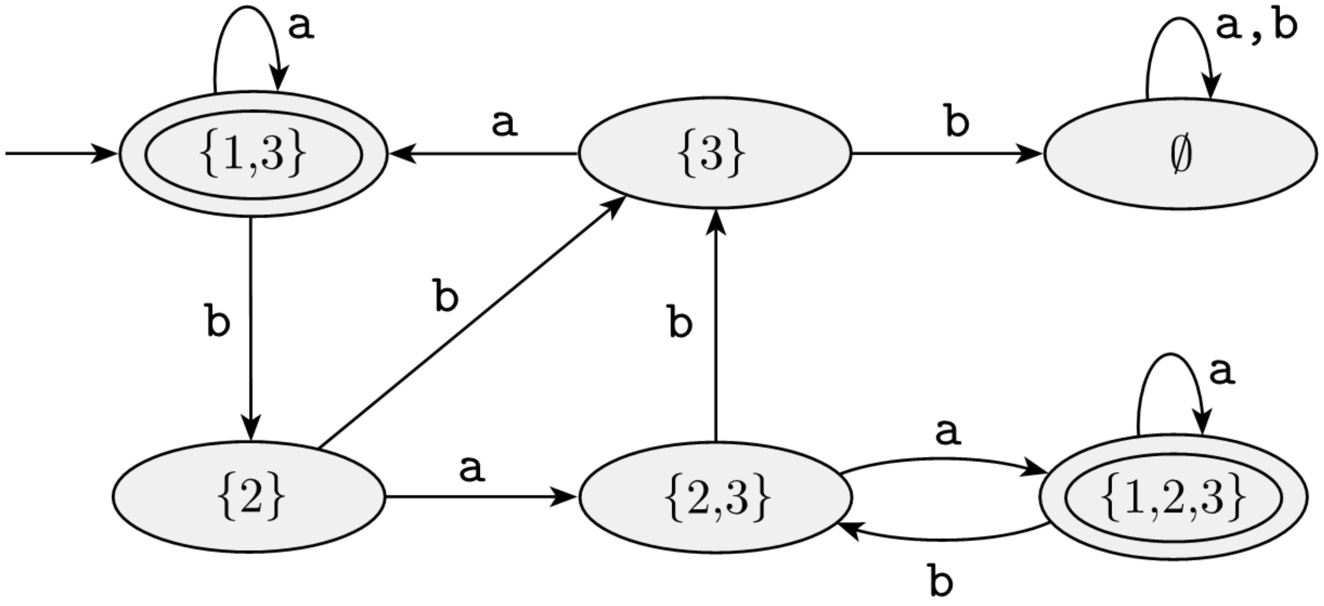




مثال

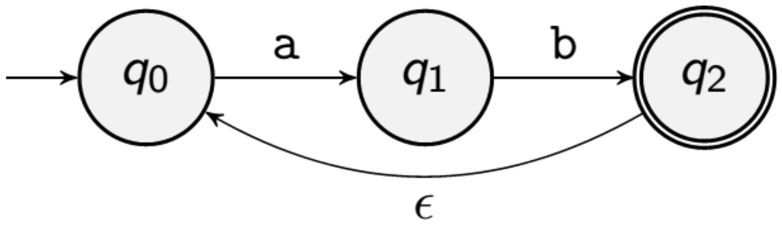
EXAMPLE 1.41



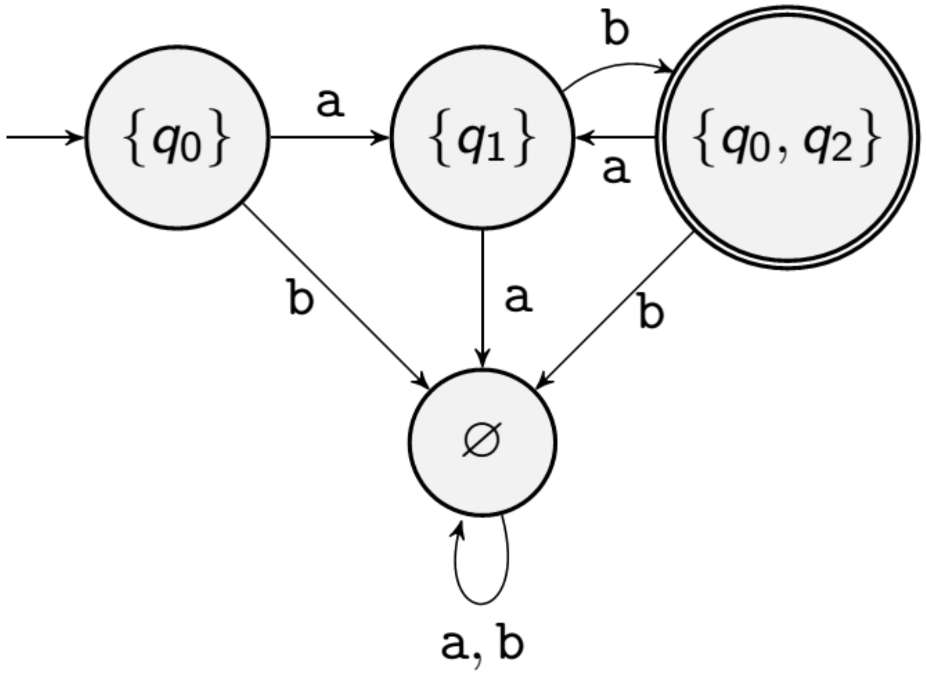


مثال

- تبدیل NFA به DFA (زبان NFA؟):

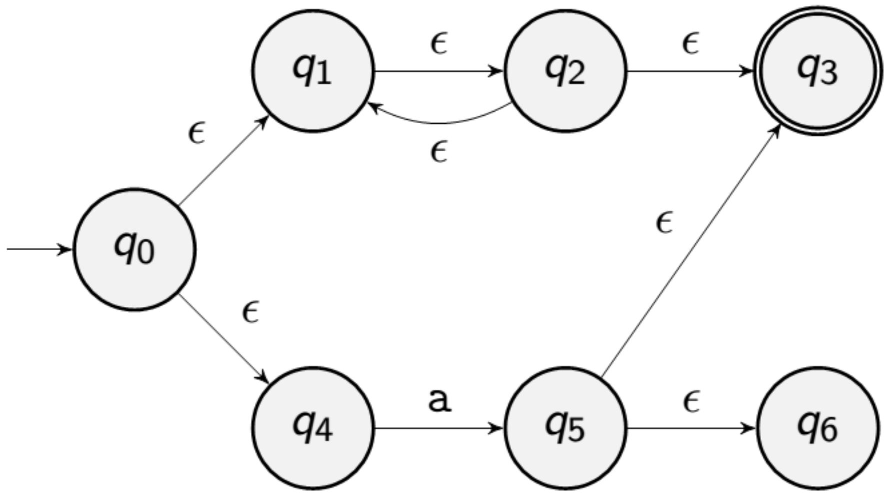


$$\{(\mathrm{ab})^n \mid n \geq 1\}$$



مثال

- تبدیل NFA به DFA (زبان NFA؟): (الفبای {a})



$\{\epsilon, \mathtt{a}\}$