Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu n>3 vârfuri și m muchii care nu este bipartit.
a) Să se determine un ciclu elementar impar în graf (cu număr impar de muchii). Se vor afișa muchiile unui astfel de ciclu. **Complexitate O(n+m)**
b) Să se determine dacă în grad mai există în graf un alt ciclu în afară de cel afișat la punctul a) (nu neapărat impar) și, în caz afirmativ, să se afișeze un astfel de ciclu (diferit de cel de la a)); altfel se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate O(n+m)**
Informațiile despre graf se citesc din fișierul ***graf.in*** cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	***Iesire pe ecran***
5 6 1 2 2 3 2 4 4 5 2 5 1 5	a) 2 4 4 5 5 2 b) 1 2 2 4 4 5 5 1

Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat **fără circuite** G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- pe următoarea linie (a (m+2)-a linie) din fișier sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului $s_1,\dots,s_k$
- pe ultima linie a fișierului sunt două vârfuri t_1 și t_2, reprezentând vârfurile destinație ale grafului (distincte de vârfurile sursă de pe linia anterioară).

Notăm cu S ={$s_1,\dots,s_k$} mulțimea vârfurilor sursă din G și cu T={t_1, t_2} mulțimea vârfurilor destinație din G. Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y.

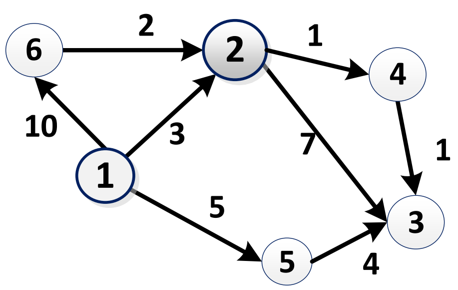
a) Să se verifice dacă graful dat este fără circuite și să se afișeze un mesaj corespunzător.

b) Să se determine un drum de cost maxim care începe cu un vârf din S și se termină cu un vârf din T. Dacă nu există un astfel de drum se va afișa un mesaj corespunzător: niciun vârf destinație nu este accesibil dintr-un vârf sursă.

Complexitate O(m)

Exemplu

graf.in	Iesire pe ecran
6 8 1 2 3 1 6 10 6 2 2 2 4 1 4 3 1 5 3 4 1 5 5 2 3 7 2 1 3 2 5	drum maxim 1 6 2



S = {1, 3}
T = {2, 5}

Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru n proiecte, numerotate 1,..., n s-au înscris m studenți numerotați 1,..,m, fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

a) Dat un număr k de la tastatură, să de determine o listă de k asocieri proiect – student prin care k studenți diferiți sunt asociați la k proiecte diferite **Complexitate O(km)**

b) Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “nu este posibil”. **Complexitate O(nm)**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale i j cu $i \in \{1,\dots, n\}$ și $j \in \{1,\dots, m\}$ cu semnificația: studentul j s-a înscris la proiectul i.

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 4 1 1 1 2 1 3 2 1 2 2 3 1 3 3 3 4 4 3 4 4 (primul este indicele proiectului, al doilea al studentului)	a) pentru k=2 asocieri proiect - student 1 1 2 2 b) asocieri proiect-student 1 1 1 2 2 1 2 2 3 3 3 4 4 3 4 4