

Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu $n > 3$ vârfuri, m muchii, $m > n$ și un vârf s .

Să se afișeze muchiile a doi arbori parțiali ai grafului, T_1 și T_2 , dintre care unul, T_1 , este arbore de distanțe față de s ($d_{T_1}(s, u) = d_G(s, u)$ pentru orice vârf u din G), iar celălalt, T_2 , nu este arbore de distanțe față de s . Se va afișa în plus un vârf u pentru care $d_{T_2}(s, u) \neq d_G(s, u)$.

Complexitate $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârfurile s

($d_G(x, y)$ = distanța de la x la y în G)

| <i>graf.in</i> | <i>iesire pe ecran (soluția nu este unică)</i> |
|----------------|--|
| 4 5 | T1: |
| 1 2 | 1 2 |
| 1 3 | 1 3 |
| 2 3 | 2 4 |
| 2 4 | T2: |
| 3 4 | 1 2 |
| 1 | 2 3 |
| | 2 4 |
| | $u = 3$ |

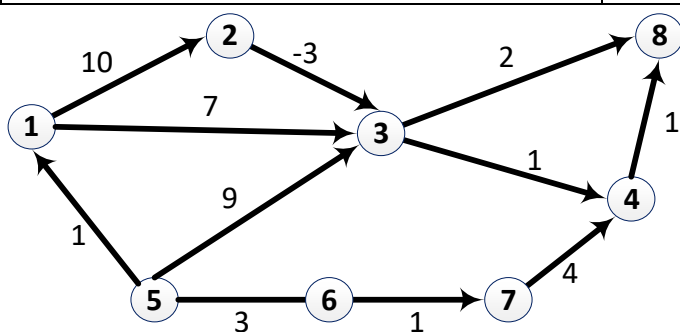
Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite** G din fișierul `graf.in`.

Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de arce m ale grafului, $m \geq n$
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- Pe ultima linie sunt două noduri sursa s_1 și s_2
 - a) Să se determine dacă există un vârf din graf v egal depărtat de s_1 și s_2 : $d(s_1, v) = d(s_2, v)$. Dacă există mai multe astfel de vârfuri se va afișa cel mai apropiat de cele două surse (cel cu $d(s_1, v)$ cea mai mică). **Complexitate $O(m)$**
 - b) Pentru vârful v determinat la a) (dacă există) să se determine dacă există mai multe drumuri minime de la s_1 la v . Dacă există doar unul, se va afișa acest drum, dacă nu se vor afișa două dintre drumurile minime de la s_1 la v . **Complexitate $O(m)$**

| graf.in | iesire pe ecran |
|--|---|
| 8 11 1 2 10 2 3 -3 1 3 7 3 8 2 3 4 1 4 8 1 5 1 1 5 3 9 5 6 3 6 7 1 7 4 4 1 5 | a) $v=4$ b) 1 2 3 4 1 3 4 Explicații: $d(1,4) = d(5,4) = 8$ |



Subiectul 3

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex:

- pe prima linie sunt 2 numere naturale n și m reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe următoarele m linii sunt perechi de numere x y (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii

Se consideră graful G dat în fișierul graf.in. Notăm cu k numărul de vârfuri de grad impar din graf.

a) Folosind un algoritm de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, determinați un cuplaj maxim în subgraful indus de mulțimea vârfurilor de grad impar din G .

b) Folosind punctul a) determinați dacă există $k/2$ muchii care se pot elimina din G astfel încât să se obțină un graf cu următoarele proprietăți:

- gradul fiecărui vârf din G' este egal cu cel din G sau cu unu mai mic.
- în G' în fiecare componentă conexă există câte un ciclu care conține toate muchiile din componentă (o singură dată) **Complexitate $O(nm^2)$**

| graf.in | lesire pe ecran (solutia nu este unica) |
|--|---|
| 8 9 1 5 1 6 1 7 2 5 3 5 3 7 3 4 8 7 8 4 | 1 6 2 5 3 7 |

