

Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu $n > 3$ vârfuri și $m > n$ muchii. Să se afișeze punctele critice în care sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de muchii critice care sunt incidente în el și numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.

Complexitate $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

| graf.in | lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine) |
|--|---|
| 9 10 1 2 1 3 2 4 2 7 4 7 4 5 4 6 5 6 7 8 7 9 | Puncte critice cerute: 1: incidente 2 muchii critice este in 2 componente biconexe 2: incidente 1 muchii critice este in 2 componente biconexe 7: incidente 2 muchii critice este in 3 componente biconexe |



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de arce m ale grafului, $m > n$
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k ($0 < k < n$) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului s_1, \dots, s_k
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t_1, t_2, t_3 din G .
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ mulțimea vârfurilor sursă din G și cu $T = \{t_1, t_2, t_3\}$ mulțimea vârfurilor destinație din G . Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y . Să se determine pentru fiecare vârf destinație $t \in T$ un vârf sursă $s \in S$ cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t . Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate $O(m \log(n))$**

| graf.in | Iesire pe ecran |
|---------|--------------------------|
| 6 8 | t=3 s=2 drum minim 2 4 3 |
| 2 1 2 | t=4 s=2 drum minim 2 4 |
| 3 4 6 | t=6 nu exista s |
| 1 2 3 | |
| 6 1 10 | |
| 6 2 2 | |
| 2 4 1 | |
| 4 3 1 | |
| 5 3 4 | |
| 1 5 5 | |
| 3 2 7 | |



$k=2, S = \{1, 2\}$

$t_1=3, t_2=4, t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$

$t=3$: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3) $\Rightarrow s=2$, drum minim 2 4 3

$t=4$: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1 $\Rightarrow s=2$, drum minim 2 4

$t=6$: distanta(1,6)= ∞ , distanta(2,6)= $\infty \Rightarrow$ nu există s

Subiectul 3

a) Se dau un număr natural n și două șiruri de n numere naturale s_in și s_out . Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat G cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out . Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care graful cerut la G nu există, să determine dacă există două numere i, j cuprinse între 1 și n (nu neapărat distincte) astfel încât se poate construi un graf G' cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din s_in scăzând 1 din elementul i , și cu secvența gradelor de ieșire obținută din s_out scăzând 1 din elementul j . Se vor afișa arcele grafului G' dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

c) În cazul în care graful cerut la G nu există, determinați dacă există un multigraf orientat G cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele s_in și s_out se vor citi din fișierul `secvente.in` cu următoarea structură: pe prima linie este n , pe a doua linie elementele lui s_in separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui s_out separate prin spațiu.

Complexitate $O(mn^2)$, unde m este suma numerelor din s_in

| secvente.in | iesire pe ecran (solutia nu este unica) |
|-------------|---|
| 3 | a) |
| 1 0 3 | nu exista |
| 2 2 0 | b) |
| | 1 3 |
| | 2 1 |
| | 2 3 |
| | (i=3,j=1) |
| | c) |
| | 1 3 |
| | 1 3 |
| | 2 1 |
| | 2 3 |