Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu n>3 vârfuri şi m>n muchii.
Informaţiile despre graf se citesc din fişierul graf.in cu următoarea structură:

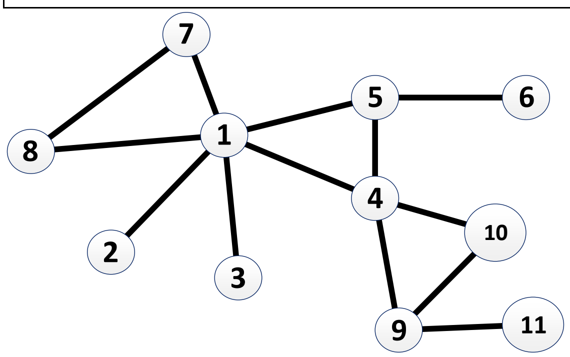
- pe prima linie sunt n şi m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremităţile unei muchii

Se citeşte de la tastatură un vârf v.

a) Să se afişeze muchiile incidente în v care **nu sunt critice**, dacă există (altfel se va afişa mesajul “nu exista”). O(**m**)

b) Să se afişeze muchiile unui arbore parţial T al lui G în care vârful v are gradul cu 1 mai mic decât îl are în G: $d_T(v) = d_G(v) - 1$, dacă un astfel de arbore există.

graf.in	Iesire pe ecran dacă se citește pentru v valoarea 1 (nu contează ordinea în care se afișează muchiile; soluția la b) nu este unică)
11 13 1 2 1 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	muchii care nu sunt critice: 1 4 1 5 1 7 1 8 Arbore: 1 2 1 3 1 4 1 5 5 6 1 7 7 8 4 9 4 10 9 11



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite** G din fișierul `graf.in`.
Fișierul are următoarea structură:

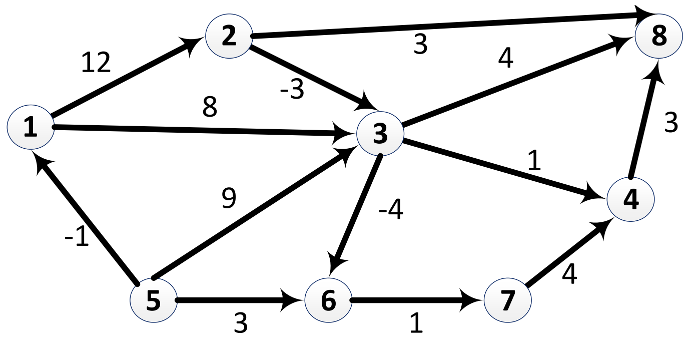
- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- pe penultima linie sunt două noduri s și t
- pe ultima linie sunt două noduri u și v.

Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Presupunem că vârful t este accesibil din s și că vârful v este accesibil din u.

a) Să se determine excentricitatea vârfului s raportat la t: ec(s|t) = max{d(s,t)+d(t,v)| v accesibil din t}= d(s,t) + max{ d(t,v)| v accesibil din t}. **Complexitate O(n+m)**

b) Să se afișeze un drum de cost maxim de la u la v în G. **Complexitate O(n+m)**

graf.in	Iesire pe ecran
8 13 1 2 12 2 3 -3 1 3 8 3 8 4 3 4 1 4 8 3 5 1 -1 5 3 9 5 6 3 6 7 1 7 4 4 2 8 3 3 6 -4 1 2 1 8	13 1 2 8



Explicații:

d(1,2)=12

varfuri accesibile din 2: 2, 3, 4, 6, 7, 8

d(2,3)=-3,d(2,4)=-2,d(2,6)=-7,d(2,7)=-6, d(2,8)=1 => maximul va fi d(1,2)+d(2,8)=13

un drum de cost maxim dintre 1 și 8 este 1,2,8 de cost 15

Subiectul 3

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

La o conferință cu m sesiuni numerotate 1,...,m sunt n invitați numerotați 1,...,n. Un invitat poate participa la mai multe sesiuni. Pentru fiecare sesiune trebuie ales un coordonator dintre invitații care participă la ea, respectând însă următoarea restricție: un invitat poate coordona cel mult două sesiuni. Să se desemneze, dacă este posibil, câte un invitat coordonator pentru fiecare sesiune. Datele despre invitații de la fiecare sesiune se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele n linii sunt numere naturale cu semnificația: pe linia i+1 sunt indicii sesiunilor la care participă invitatul i, separați prin spațiu.

Dacă se pot desemna coordonatori pentru toate sesiunile, rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul "nu este posibil" și numărul maxim de sesiuni pentru care se poate desemna un coordonator.

Complexitate $O(n^2m)$ (pot fi cel mult mn asocieri (i, j) cu semnificația: invitatul i participă la sesiunea j)

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit invitați-sesiuni. Dacă un invitat poate coordona cel mult o sesiune, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit invitați-sesiuni și a verifica dacă orice vârf de tip sesiune este saturat. Se acordă 1p daca se rezolva problema pe cazul în care că un invitat poate coordona cel mult o sesiune.

conferinta.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 7 1 2 5 6 7 1 3 4 1 4 6 1 3 5	1 2 1 7 2 3 2 4 3 1 3 6 4 5 Dacă invitatul 4 nu mai participă la conferința 5 problema nu mai are soluție, putem desemna coordonatori pentru maxim 6 sesiuni