

Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un arbore ponderat T cu $n > 3$ vârfuri și un vârf s .

Informațiile despre arbore se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie este n
- pe următoarele n linii sunt listele de adiacență ale lui G ; linia i începe cu gradul vârfului i și apoi conține vecinii vârfului i , fiecare vecin fiind urmat de costul muchiei:

<grad> <vecin1> <cost_muchie_de_la_i_la_vecin1> <vecin2> <cost_muchie_de_la_i_la_vecin2>
etc

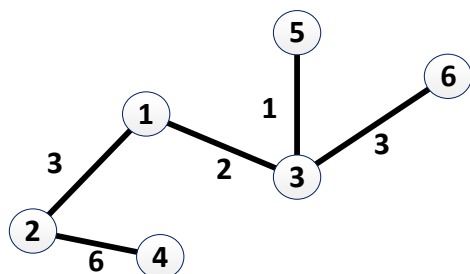
- pe ultima linie este vârful s

(vârfurile sunt numerotate de la 1)

Pentru un lanț P în T definim capacitatea lanțului P ca fiind capacitatea minimă a unei muchii din P .

- Să se afișeze pentru fiecare vârf v capacitatea unicului lanț elementar de la s la v (sub forma v : capacitate lanț) **Complexitate $O(n)$**
- Să se afișeze care este capacitatea minimă a unui lanț cu o extremitate în s și să se afișeze un astfel de lanț

<i>graf.in</i>	<i>iesire pe ecran</i>
6 2 2 3 3 2 2 1 3 4 6 3 1 2 5 1 6 3 1 2 6 1 3 1 1 3 3 1	1: 0 2: 3 3: 2 4: 3 5: 1 6: 2 Capacitatea minima este 1 pentru lantul 1 3 5
Explicații: informațiile de pe linia 2 2 3 3 2 corespunzătoare vârfului 1 se citesc astfel: varful 1 are gradul 2; primul său vecin este 2 și costul muchiei de la el la 2 este 3; al doilea sau vecin este 3, iar costul muchiei de la el la 3 este 2	



Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fișierul `graf.in`.

Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de muchii m ale grafului, $m > n$
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf

a) Să se afișeze costul unui arbore parțial de cost minim în G. **Complexitate $O(m \log(n))$** .

b) Se citesc de la tastatură două muchii **noi** date tot prin extremitatea inițială, extremitatea finală și cost. Știind că **doar una** dintre aceste muchii se va adăuga la graful G, decideți pe care o adăugați astfel încât noul graf să aibă un arbore parțial de cost minim cu cost cât mai mic și afișați muchiile unui arbore parțial de cost minim în acest graf. **Complexitate $O(n)$**

Exemplu

<code>graf.in</code>	Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 3 4 8 4 5 6 Intrare de la tastatura 3 5 5 1 3 5	a) 13 b) adaugam 3 5 1 2 1 4 2 3 3 5



Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru n proiecte, numerotate $1, \dots, n$ s-au înscris m studenți numerotați $1, \dots, m$, fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

- Dat un număr k de la tastatură, să se determine o listă de k asocieri proiect – student prin care k studenți diferiți sunt asociați la k proiecte diferite **Complexitate $O(km)$**
- Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “nu este posibil”. **Complexitate $O(nm)$**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale i, j cu $i \in \{1, \dots, n\}$ și $j \in \{1, \dots, m\}$ cu semnificația: studentul j s-a înscris la proiectul i .

graf.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 4	a)
1 1	pentru $k=2$
1 2	asocieri proiect - student
1 3	1 1
2 1	2 2
2 2	b)
3 1	asocieri proiect-student
3 3	1 1
3 4	1 2
4 3	2 1
4 4	2 2
	3 3
(primul este indicele proiectului, al doilea al studentului)	3 4
	4 3
	4 4

