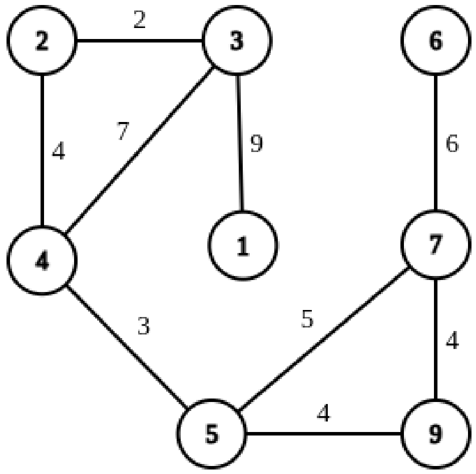
Pentru graful din stânga (vecinii se consideră în ordine lexicografică):



1) Exemplificati Dijkstra din 4, opriti-va după ce ați găsit distanța către 7

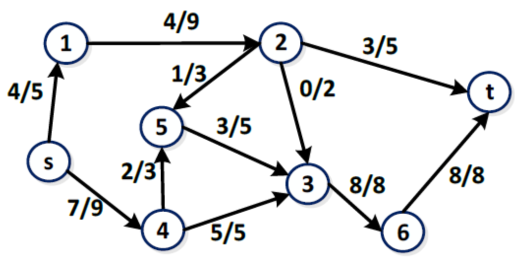
2) Cum funcționează algoritmul lui Kruskal ? Exemplificati alegerea primelor 6 muchii.

3) Este graful bipartit ? Dacă nu eliminați un număr minim de muchii astfel încât el sa devina bipartit. Care este numărul maxim de muchii ale unui graf bipartit cu 6 vârfuri?

4) Există lanț eulerian în graf? Dacă nu adaugati număr minim de muchii astfel incat graful format sa admita lanț eulerian, descriind și strategia după care ați adăugat muchiile. Indicați un lanț eulerian în graful obținut. Enunțați o condiție necesară și suficientă ca un graf neorientat să aibă un lanț eulerian.

0.5p fiecare problema 1)-4)

5) Definiți noțiunile de flux, tăietură, tăietură minimă și lanț nesaturat/drum de creștere. Ilustrați pașii algoritmului Ford-Fulkerson pentru rețeaua din figura următoare (pe un arcul e sunt trecute valorile f(e)/c(e) reprezentând flux/capacitate), pornind de la fluxul indicat și alegând la fiecare pas un s-t lanț f-nesaturat de lungime minimă (algoritmul Edmonds-Karp**).** Indicați o tăietură (s-t tăietură) minimă în rețea (se vor indica vârfurile din bipartiție, arcele directe, arcele inverse) și determinați capacitatea acestei tăieturi. Mai există și o altă s-t tăietură minimă în această rețea? Justificați răspunsurile **(1p)**



6) Fie M=(V, E, F) o hartă conexă cu n>3 vârfuri și m muchii.

a) Arătați că dacă gradul minim al unei fețe este 5 iar al unui vârf este cel puțin 3, atunci ea conține cel puțin 12 fețe de grad 5.

b) Arătați că dacă orice vârf din M are gradul 3 și orice față are gradul 5 sau 6 atunci sunt exact 12 fețe de grad 5. **(1,5p)**