

## Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu  $n > 3$  vârfuri și  $m$  muchii și un vârf  $s$ .

a) Adăugați la  $G$  un număr minim de muchii astfel încât să devină conex. Construiți în memorie și afișați pe ecran listele de adiacență ale grafului astfel obținut. **Complexitate  $O(n+m)$**

b) Determinați excentricitatea  $ecc(s)$  a vârfului  $s$  în noul graf  $G_1$  obținut la a):

$$ecc(s) = \max(d(s,v) \mid v \text{ vârf în } G_1)$$

unde  $d(s,v)$  este distanța de la  $s$  la  $v$ .

**Complexitate  $O(n+m)$**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârfurile  $s$

<i>graf.in</i>	<i>iesire pe ecran (soluția nu este unică)</i>
6 4	a)
1 3	1 2
1 5	2 6
3 5	b)
2 4	3
6	Explicații: $d(6,1)=2$ , $d(6,2)=1$ , $d(6,3)=3$ , $d(6,4)=2$ , $d(6,5)=3$ , deci $ecc(6)=3$

## Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fișierul `graf.in`.

Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de muchii  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf

a) Să se afișeze costul unui arbore parțial de cost minim în G. **Complexitate  $O(m \log(n))$ .**

b) Se citesc de la tastatură două muchii **noi** date tot prin extremitatea inițială, extremitatea finală și cost. Știind că **doar una** dintre aceste muchii se va adăuga la graful G, decideți pe care o adăugați astfel încât noul graf să aibă un arbore parțial de cost minim cu cost cât mai mic și afișați muchiile unui arbore parțial de cost minim în acest graf. **Complexitate  $O(n)$**

Exemplu

<code>graf.in</code>	Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 3 4 8 4 5 6  Intrare de la tastatura 3 5 5 1 3 5	a) 13 b) adaugam 3 5 1 2 1 4 2 3 3 5



### Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex cu  $V_1 = \{1, \dots, p\}$  și  $V_2 = \{p+1, \dots, n\}$ :

- pe prima linie sunt 2 numere naturale  $n$  și  $m$  reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe a doua linie este  $p$
- pe următoarele  $m$  linii sunt perechi de numere  $x$   $y$  (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii,  $x \in V_1$  și  $y \in V_2$ .

Scrieți un program care citește datele despre graful  $G$  din fișierul graf.in și afișează:

a) Un cuplaj de cardinal  $k$  în  $G$ , cu  $k$  citit de la tastatură. Dacă nu există un astfel de cuplaj se va afișa mesajul “nu exista” **Complexitate  $O(km)$**

b) Muchiile unui 2-factor în  $G$ , dacă există (2-factor = graf parțial în care toate vârfurile au gradul 2) **Complexitate  $O(nm)$**

graf.in	Iesire pe ecran (soluția nu este unică)
8 10	a)
4	pentru $k=2$
1 5	1 5
1 6	2 6
1 7	b) un 2-factor:
2 5	1 5
2 6	1 6
3 5	2 5
3 7	2 6
3 8	3 7
4 7	3 8
4 8	4 7
	4 8

