

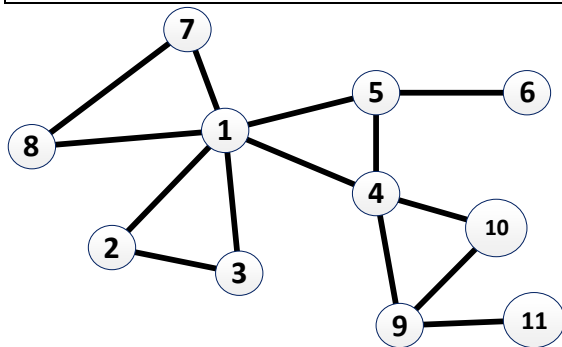
## Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu  $n > 3$  vârfuri și  $m > n$  muchii. Să se afișeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.  $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



## Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat  $G$  din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului,  $m > n$
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) și un șir de  $k$  vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului  $s_1, \dots, s_k$
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație  $t_1, t_2, t_3$  din  $G$ .
- Pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu  $S = \{s_1, \dots, s_k\}$  mulțimea vârfurilor sursă din  $G$  și cu  $T = \{t_1, t_2, t_3\}$  mulțimea vârfurilor destinație din  $G$ . Spunem că un vârf  $y$  este accesibil din  $x$  în  $G$  dacă există un drum de la  $x$  la  $y$ . Să se determine pentru fiecare vârf destinație  $t \in T$  un vârf sursă  $s \in S$  cu proprietatea că  $t$  este accesibil din  $s$  și distanța de la  $s$  la  $t$  este minimă ( $s$  este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în  $t$ ) și să se afișeze un drum minim de la  $s$  la  $t$ . Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate  $O(m \log(n))$**

graf.in	Iesire pe ecran
6 8	t=3 s=2 drum minim 2 4 3
2 1 2	t=4 s=2 drum minim 2 4
3 4 6	t=6 nu exista s
1 2 3	
6 1 10	
6 2 2	
2 4 1	
4 3 1	
5 3 4	
1 5 5	
3 2 7	



$k=2, S = \{1, 2\}$

$t_1=3, t_2=4, t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$

$t=3$ :  $distanța(1,3)=5, distanța(2,3)=2$

Cea mai mică este  $distanța(2,3) \Rightarrow s=2$ , drum minim 2 4 3

$t=4$ :  $distanța(1,4)=4, distanța(2,4)=1 \Rightarrow s=2$ , drum minim 2 4

$t=6$ :  $distanța(1,6)=\infty, distanța(2,6)=\infty \Rightarrow$  nu există  $s$

### Subiectul 3

a) Se dau un număr natural  $n$  și două șiruri de  $n$  numere naturale  $s\_in$  și  $s\_out$ . Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat  $G$  cu secvența gradelor de intrare  $s\_in$  și cu secvența gradelor de ieșire  $s\_out$ . Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care graful cerut la  $G$  nu există, să determine dacă există două numere  $i, j$  cuprinse între 1 și  $n$  (nu neapărat distincte) astfel încât se poate construi un graf  $G'$  cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din  $s\_in$  scăzând 1 din elementul  $i$ , și cu secvența gradelor de ieșire obținută din  $s\_out$  scăzând 1 din elementul  $j$ . Se vor afișa arcele grafului  $G'$  dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

c) În cazul în care graful cerut la  $G$  nu există, determinați dacă există un multigraf orientat  $G$  cu secvența gradelor de intrare  $s\_in$  și cu secvența gradelor de ieșire  $s\_out$  fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele  $s\_in$  și  $s\_out$  se vor citi din fișierul `secvente.in` cu următoarea structură: pe prima linie este  $n$ , pe a doua linie elementele lui  $s\_in$  separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui  $s\_out$  separate prin spațiu.

**Complexitate  $O(mn^2)$** , unde  $m$  este suma numerelor din  $s\_in$

secvente.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3	a)
1 0 3	nu exista
2 2 0	b)
	1 3
	2 1
	2 3
	(i=3,j=1)
	c)
	1 3
	1 3
	2 1
	2 3