Subjectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu n>3 vârfuri și m muchii și un vârf s.

- a) Adăugați la G un număr minim de muchii astfel încât să devină conex. Construiți în memorie și afișați pe ecran listele de adiacență ale grafului astfel obținut. **Complexitate O(n+m)**
- b) Determinați excentricitatea ecc(s) a vârfului s în noul graf G₁ obținut la a):

$$ecc(s) = max(d(s,v)| v varf in G_1)$$

unde d(s,v) este distanța de la s la v.

Complexitate O(n+m)

Informațiile despre graf se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârful s

graf.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
6 4	a)
13	12
15	2 6
3 5	b)
2 4	3
6	Explicaţii: $d(6,1)=2$, $d(6,2)=1$, $d(6,3)=3$, $d(6,4)=2$,
	d(6,5)=3, deci ecc(6)=3

Subjectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat **fără circuite** G din fișierul graf.in. Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- pe următoarea linie (a (m+2)-a linie) din fișier sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului s₁,...,s_k
- pe ultima linie a fișierului sunt două vârfuri t₁ și t₂, reprezentând vârfurile destinație ale grafului (distincte de vârfurile sursă de pe linia anterioară).

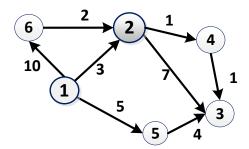
Notăm cu $S = \{s_1,...,s_k\}$ mulțimea vârfurilor sursă din G și cu $T = \{t_1, t_2\}$ mulțimea vârfurilor destinație din G. Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y.

- a) Să se verifice dacă graful dat este fără circuite și să se afișeze un mesaj corespunzător.
- b) Să se determine un drum de cost maxim care începe cu un vârf din S și se termină cu un vârf din T. Dacă nu există un astfel de drum se va afișa un mesaj corespunzător: niciun vârf destinație nu este accesibil dintr-un vârf sursă.

Complexitate O(m)

Exemplu

2. Action pla	
Iesire pe ecran	
drum maxim 1 6 2	



$$S = \{1, 3\}$$

 $T = \{2, 5\}$

Subjectul 3 (3 puncte)

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex cu $V_1=\{1,...,p\}$ și $V_2=\{p+1,...,n\}$:

- pe prima linie sunt 2 numere naturale n și m reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe a doua linie este p
- pe următoarele m linii sunt perechi de numere x y (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii, $x \in V_1$ și $y \in V_2$.

Scrieți un program care citește datele despre graful G din fișierul graf.in și afișează:

- a) Un cuplaj de cardinal k în G, cu k citit de la tastatură. Dacă nu există un astfel de cuplaj se va afișa mesajul "nu exista" **Complexitate O(km)**
- b) Muchiile unui 2-factor în G, dacă există (2-factor = graf parțial în care toate vârfurile au gradul 2) **Complexitate O(nm)**

graf.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
8 10	a)
4	pentru k=2
15	15
16	2 6
17	b) un 2-factor:
25	15
2 6	16
3 5	2 5
3 7	2 6
3 8	3 7
4 7	3 8
48	4 7
	48

