

## Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un arbore ponderat  $T$  cu  $n > 3$  vârfuri și un vârf  $s$ .

Informațiile despre arbore se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie este  $n$
- pe următoarele  $n$  linii sunt listele de adiacență ale lui  $G$ ; linia  $i$  începe cu gradul vârfului  $i$  și apoi conține vecinii vârfului  $i$ , fiecare vecin fiind urmat de costul muchiei:

<grad> <vecin1> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin1> <vecin2> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin2>  
etc

- pe ultima linie este vârful  $s$

(vârfurile sunt numerotate de la 1)

Pentru un lanț  $P$  în  $T$  definim capacitatea lanțului  $P$  ca fiind capacitatea minimă a unei muchii din  $P$ .

- Să se afișeze pentru fiecare vârf  $v$  capacitatea unicului lanț elementar de la  $s$  la  $v$  (sub forma  $v$ : capacitate lanț) **Complexitate  $O(n)$**
- Să se afișeze care este capacitatea minimă a unui lanț cu o extremitate în  $s$  și să se afișeze un astfel de lanț

<i>graf.in</i>	<i>iesire pe ecran</i>
6 2 2 3 3 2 2 1 3 4 6 3 1 2 5 1 6 3 1 2 6 1 3 1 1 3 3 1	1: 0 2: 3 3: 2 4: 3 5: 1 6: 2  Capacitatea minima este 1 pentru lantul 1 3 5
Explicații: informațiile de pe linia 2 2 3 3 2 corespunzătoare vârfului 1 se citesc astfel: varful 1 are gradul 2; primul său vecin este 2 și costul muchiei de la el la 2 este 3; al doilea sau vecin este 3, iar costul muchiei de la el la 3 este 2	



## Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat **fără circuite**  $G$  din fișierul `graf.in`.  
Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- pe următoarea linie (a  $(m+2)$ -a linie) din fișier sunt un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) și un șir de  $k$  vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului  $s_1, \dots, s_k$
- pe ultima linie a fișierului sunt două vârfuri  $t_1$  și  $t_2$ , reprezentând vârfurile destinație ale grafului (distincte de vârfurile sursă de pe linia anterioară).

Notăm cu  $S = \{s_1, \dots, s_k\}$  mulțimea vârfurilor sursă din  $G$  și cu  $T = \{t_1, t_2\}$  mulțimea vârfurilor destinație din  $G$ . Spunem că un vârf  $y$  este accesibil din  $x$  în  $G$  dacă există un drum de la  $x$  la  $y$ .

- Să se verifice dacă graful dat este fără circuite și să se afișeze un mesaj corespunzător.
- Să se determine un drum de cost maxim care începe cu un vârf din  $S$  și se termină cu un vârf din  $T$ . Dacă nu există un astfel de drum se va afișa un mesaj corespunzător: niciun vârf destinație nu este accesibil dintr-un vârf sursă.

**Complexitate  $O(m)$**

Exemplu

graf.in	Iesire pe ecran
6 8 1 2 3 1 6 10 6 2 2 2 4 1 4 3 1 5 3 4 1 5 5 2 3 7 2 1 3 2 5	drum maxim 1 6 2



$S = \{1, 3\}$   
 $T = \{2, 5\}$

### Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru  $n$  proiecte, numerotate  $1, \dots, n$  s-au înscris  $m$  studenți numerotați  $1, \dots, m$ , fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

- Dat un număr  $k$  de la tastatură, să se determine o listă de  $k$  asocieri proiect – student prin care  $k$  studenți diferiți sunt asociați la  $k$  proiecte diferite **Complexitate  $O(km)$**
- Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “nu este posibil”. **Complexitate  $O(nm)$**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale  $n$  și  $m$
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale  $i, j$  cu  $i \in \{1, \dots, n\}$  și  $j \in \{1, \dots, m\}$  cu semnificația: studentul  $j$  s-a înscris la proiectul  $i$ .

graf.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 4	a)
1 1	pentru $k=2$
1 2	asocieri proiect - student
1 3	1 1
2 1	2 2
2 2	b)
3 1	asocieri proiect-student
3 3	1 1
3 4	1 2
4 3	2 1
4 4	2 2
	3 3
(primul este indicele proiectului, al doilea al studentului)	3 4
	4 3
	4 4

