

## Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un arbore ponderat  $T$  cu  $n > 3$  vârfuri și un vârf  $s$ .

Informațiile despre arbore se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie este  $n$
- pe următoarele  $n$  linii sunt listele de adiacență ale lui  $G$ ; linia  $i$  începe cu gradul vârfului  $i$  și apoi conține vecinii vârfului  $i$ , fiecare vecin fiind urmat de costul muchiei:

<grad> <vecin1> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin1> <vecin2> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin2>  
etc

- pe ultima linie este vârful  $s$

(vârfurile sunt numerotate de la 1)

Pentru un lanț  $P$  în  $T$  definim capacitatea lanțului  $P$  ca fiind capacitatea minimă a unei muchii din  $P$ .

- Să se afișeze pentru fiecare vârf  $v$  capacitatea unicului lanț elementar de la  $s$  la  $v$  (sub forma  $v$ : capacitate lanț) **Complexitate  $O(n)$**
- Să se afișeze care este capacitatea minimă a unui lanț cu o extremitate în  $s$  și să se afișeze un astfel de lanț

<i>graf.in</i>	<i>iesire pe ecran</i>
6 2 2 3 3 2 2 1 3 4 6 3 1 2 5 1 6 3 1 2 6 1 3 1 1 3 3 1	1: 0 2: 3 3: 2 4: 3 5: 1 6: 2  Capacitatea minima este 1 pentru lantul 1 3 5
Explicații: informațiile de pe linia 2 2 3 3 2 corespunzătoare vârfului 1 se citesc astfel: varful 1 are gradul 2; primul său vecin este 2 și costul muchiei de la el la 2 este 3; al doilea sau vecin este 3, iar costul muchiei de la el la 3 este 2	



## Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex  $G$  din fișierul `graf.in`.

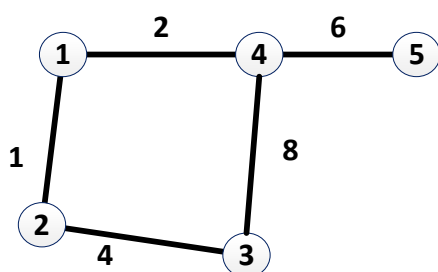
Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de muchii  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf
- pe ultima linie sunt un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) și un șir de  $k$  vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului  $s_1, \dots, s_k$

Să se afișeze muchiile unui graf parțial al lui  $G$  în care fiecare vârf  $v$  este conectat prin cel puțin un lanț de o sursă. Dacă există mai multe astfel de grafuri parțiale, să se determine unul cu costul total minim. Se vor afișa muchiile acestui graf parțial. De asemenea, să se afișeze și care este vârful sursă cel mai important **în acest graf parțial**, importanța unui vârf sursă fiind dată de numărul de vârfuri accesibile din acea sursă (care sunt conectate la acea sursă prin lanț). **Complexitate  $O(m \log(n))$ .**

Exemplu

<code>graf.in</code>	Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 2 3 4 3 4 8 4 5 6 2 1 2	1 4 4 5 2 3 1



**Două surse: 1 și 2**

În graful parțial cu muchiile

1 4

4 5

2 3

din sursa 1 sunt accesibile încă două vârfuri (4 și 5), iar din

2 doar unul (3), deci 1 este mai important

### Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un algoritm **bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Într-un restaurant sunt  $n$  mese numerotate  $1, \dots, n$  sunt și  $m$  ospătați numerotați  $1, \dots, m$  ( $m \geq n$ ).

Proprietarul restaurantului urmează să aibă un eveniment în restaurant și dorește să repartizeze fiecărui ospătar mesele de care trebuie să se ocupe. El întreabă pe fiecare ospătar la câte mese ar vrea să servească maxim și notează cu  $o_1, \dots, o_m$  răspunsurile acestora.

Proprietarul ar vrea ca la fiecare masa  $i$  să **fie exact  $k_i$  ospătați** și ar vrea ca numărul de mese la care repartizează un ospătar  $i$  să **nu depășească** opțiunea acestuia  $o_i$ .

Scrieți un program care, dacă este posibilă o distribuție a ospătarilor la mese care să respecte dorințele proprietarului, să afișeze o astfel de distribuție sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “imposibil”

Datele despre restaurant și opțiunile ospătarilor se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale  $n, m$
- pe următoarea linie  $n$  numere naturale  $k_1, \dots, k_n$  reprezentând câți ospătați trebuie să fie la fiecare masă
- pe următoarea linie  $m$  numere naturale  $o_1 \dots o_m$  reprezentând opțiunile ospătarilor.

**Complexitate  $O(n^2m^2)$**

restaurant.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3 1 2 1 1 2 2	Masa 1: ospătați 1 Masa 2: ospătați 2 3 Masa 3: ospătați 3
restaurant.in	lesire pe ecran
4 4 1 1 4 4 1 1 4 4	Imposibil