

Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu $n > 3$ vârfuri și m muchii care nu este bipartit.

a) Să se determine un ciclu elementar impar în graf (cu număr impar de muchii). Se vor afișa muchiile unui astfel de ciclu. **Complexitate $O(n+m)$**

b) Să se determine dacă în graf mai există în graf un alt ciclu în afară de cel afișat la punctul a) (nu neapărat impar) și, în caz afirmativ, să se afișeze un astfel de ciclu (diferit de cel de la a)); altfel se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate $O(n+m)$**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

<i>graf.in</i>	<i>iesire pe ecran</i>
5 6	a)
1 2	2 4
2 3	4 5
2 4	5 2
4 5	b)
2 5	1 2
1 5	2 4
	4 5
	5 1

Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fișierul `graf.in`.

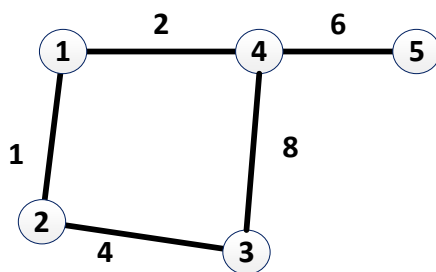
Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de muchii m ale grafului, $m > n$
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf
- pe ultima linie sunt un număr natural k ($0 < k < n$) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului s_1, \dots, s_k

Să se afișeze muchiile unui graf parțial al lui G în care fiecare vârf v este conectat prin cel puțin un lanț de o sursă. Dacă există mai multe astfel de grafuri parțiale, să se determine unul cu costul total minim. Se vor afișa muchiile acestui graf parțial. De asemenea, să se afișeze și care este vârful sursă cel mai important **în acest graf parțial**, importanța unui vârf sursă fiind dată de numărul de vârfuri accesibile din acea sursă (care sunt conectate la acea sursă prin lanț). **Complexitate $O(m \log(n))$.**

Exemplu

<code>graf.in</code>	Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 2 3 4 3 4 8 4 5 6 2 1 2	1 4 4 5 2 3 1



Două surse: 1 și 2

În graful parțial cu muchiile

1 4

4 5

2 3

din sursa 1 sunt accesibile încă două vârfuri (4 și 5), iar din

2 doar unul (3), deci 1 este mai important

Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex cu $V_1 = \{1, \dots, p\}$ și $V_2 = \{p+1, \dots, n\}$:

- pe prima linie sunt 2 numere naturale n și m reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe a doua linie este p
- pe următoarele m linii sunt perechi de numere x y (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii, $x \in V_1$ și $y \in V_2$.

Scrieți un program care citește datele despre graful G din fișierul graf.in și afișează:

a) Un cuplaj de cardinal k în G , cu k citit de la tastatură. Dacă nu există un astfel de cuplaj se va afișa mesajul “nu exista” **Complexitate $O(km)$**

b) Muchiile unui 2-factor în G , dacă există (2-factor = graf parțial în care toate vârfurile au gradul 2) **Complexitate $O(nm)$**

graf.in	Iesire pe ecran (soluția nu este unică)
8 10	a)
4	pentru $k=2$
1 5	1 5
1 6	2 6
1 7	b) un 2-factor:
2 5	1 5
2 6	1 6
3 5	2 5
3 7	2 6
3 8	3 7
4 7	3 8
4 8	4 7
	4 8

