Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex G cu n>3 vârfuri, m muchii, m>n. Să se determine doi arbori parțiali T și T' ai lui G cu proprietățile:

- T este arbore de distante față de vârful 1: $d_T(1,v) = d_G(1,v)$ pentru orice vârf v din G
- În T' există cel puțin un vârf v cu $d_{T'}(1, v) \neq d_G(1, v)$.

Se vor afișa muchiile celor doi arbori parțiali determinați și, în plus, se vor afișa toate vârfurile v pentru care $d_{T'}(1,v) \neq d_G(1,v)$. **Complexitate O(m)**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

($d_G(x,y)$ = distanța de la x la y în G)

<table>
<tr><th>graf.in</th><th>Iesire pe ecran (solutia nu este unica)</th></tr>
<tr><td>5 7
1 2
1 3
2 3
2 4
3 4
3 5
4 5</td><td>T:
1 2
1 3
2 4
3 5
T':
1 2
2 4
4 5
3 4
v: 3 5</td></tr>
</table>

Subiectul 2

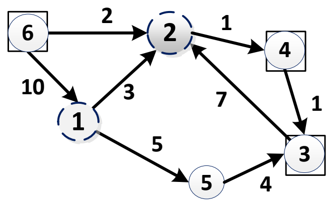
Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului $s_1,\ldots,s_k$
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t_1, t_2, t_3 din G.
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu S ={$s_1,\ldots,s_k$} mulțimea vârfurilor sursă din G și cu T={t_1, t_2, t_3} mulțimea vârfurilor destinație din G. Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Să de determine pentru fiecare vârf destinație $t\in T$ un vârf sursă $s\in S$ cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t. Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate O(mlog(n))**

`graf.in`	`Iesire pe ecran`

`6 8`
`2 1 2`
`3 4 6`
`1 2 3`
`6 1 10`
`6 2 2`
`2 4 1`
`4 3 1`
`5 3 4`
`1 5 5`
`3 2 7`
	`t=3 s=2 drum minim 2 4 3`
	`t=4 s=2 drum minim 2 4`
	`t=6 nu exista s`



k=2 , S = {1, 2}

t_1=3, t_2= 4, t_3=6 ⇒ T={3,4,6}

t=3: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3) ⇒ s=2, drum minim 2 4 3

t=4: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1 ⇒ s=2, drum minim 2 4

t=6: distanta(1,6)= ∞, distanta(2,6)=∞ ⇒ nu există s

Subiectul 3

Se dau n depozite de frigidere numerotate 1...n și m magazine numerotate n+1,.., n+m. Pentru fiecare depozit i se cunoaște c(i) = câte frigidere există în depozit, iar pentru fiecare magazin j se cunoaște c(j) = numărul de frigidere de care are nevoie la momentul actual. Fiecare magazin are contracte cu anumite depozite. In contractul dintre magazinul j și depozitul i este trecută cantitatea maximă de frigidere care poate fi livrată de la depozitul i la magazinul j la un anumit moment, notată w(i,j). Datele se vor citi din fișierul magdep.in cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de frigidere existente în fiecare dintre cele n depozite
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de frigidere de care are nevoie fiecare dintre cele m magazine
- pe a patra linie este un număr natural k reprezentând numărul de contracte dintre magazine și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale i j w (separate prin spatiu) cu semnificația: de la depozitul i la magazinul j se pot transporta maxim w frigidere.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a livra frigidere de la depozite la magazine respectând condițiile din contracte, astfel încât toate magazinele să primească cantitatea de frigidere de care are nevoie. **Complexitate $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit depozite-magazine (cu vârfuri corespunzătoare depozitelor și magazinelor și muchii reprezentând existența unui contract între magazin și depozit). Dacă c(i) = 1 pentru fiecare depozit, c(j)=1 pentru fiecare magazin și w(i, j)=1 pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit depozite-magazine și a verifica dacă orice vârf magazin este saturat.

Se acorda 1p dacă se rezolvă doar problema pentru c(i) = 1 pentru fiecare depozit, c(j)=1 pentru fiecare magazin și w(i, j)=1 pentru orice contract

magdep.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3 6 5 6 7 8 1 7 1 4 6 1 5 6 2 4 3 2 5 2 2 6 3 3 4 8 3 6 2	1 5 6 2 4 2 2 5 2 2 6 1 3 4 5