Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu n>3 vârfuri și m>n muchii.
Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu următoarea structură:

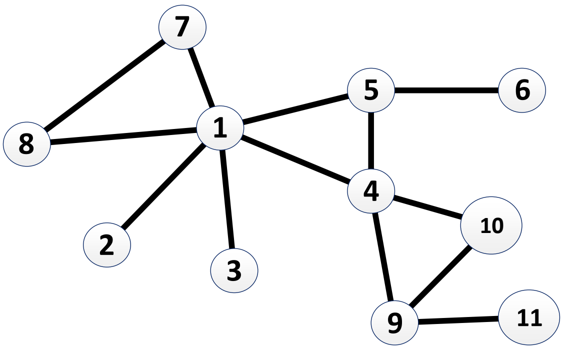
- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

Se citește de la tastatură un vârf v.

a) Să se afişeze muchiile critice care sunt incidente în v, dacă există (altfel se va afişa mesajul "nu exista"). O(**m**)

b) Să se afişeze listele de adiacență ale unui arbore parțial T al lui G în care vârful v are gradul cu 1 mai mic decât îl are în G: $d_T(v) = d_G(v) - 1$, dacă un astfel de arbore există O(**m**)

graf.in	Iesire pe ecran dacă se citește pentru v valoarea 1 (nu contează ordinea în care se afișează informațiile; soluția la b) nu este unică)
11 13 1 2 1 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	muchii critice: 1 2 1 3 Arbore: 1: 2 3 4 5 7 2: 1 3: 1 4: 1 9 10 5: 1 6 6: 5 7: 1 8 8: 7 9: 4 11 10: 4 11: 9



Subiectul 2

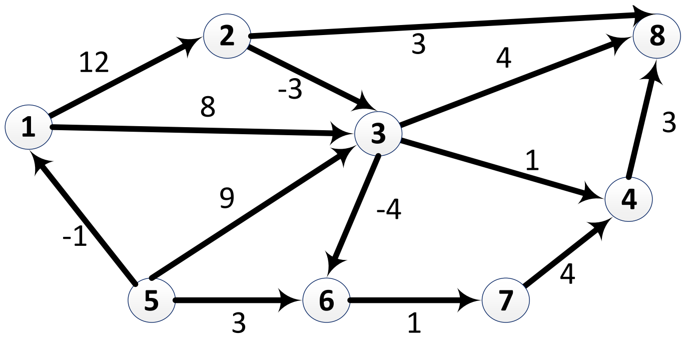
Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite** G din fișierul `graf.in`.
Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- pe penultima linie sunt două noduri s și t
- pe ultima linie sunt două noduri u și v.

Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Presupunem că vârful t este accesibil din s și că vârful v este accesibil din u.

a) Să se determine excentricitatea vârfului s raportat la t: ec(s|t) = max{d(s,t)+d(t,v)| v accesibil din t}= d(s,t) + max{ d(t,v)| v accesibil din t}. **Complexitate O(n+m)**
b) Să se afișeze un drum de cost maxim de la u la v în G. **Complexitate O(n+m)**

graf.in	Iesire pe ecran
8 13 1 2 12 2 3 -3 1 3 8 3 8 4 3 4 1 4 8 3 5 1 -1 5 3 9 5 6 3 6 7 1 7 4 4 2 8 3 3 6 -4 1 2 1 8	13 1 2 8



Explicații:

d(1,2)=12

varfuri accesibile din 2: 2, 3, 4, 6, 7, 8

d(2,3)=-3,d(2,4)=-2,d(2,6)=-7,d(2,7)=-6, d(2,8)=1 => maximul va fi d(1,2)+d(2,8)=13

un drum de cost maxim dintre 1 și 8 este 1,2,8 de cost 15

Subiectul 3

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

La o conferință cu m sesiuni, numerotate 1,...,m sunt n invitați, numerotați 1,...,n. Un invitat poate participa la mai multe sesiuni. O sesiune poate fi coordonată de cel mult doi dintre invitații care participă la ea. Să se desemneze, dacă este posibil, ce sesiuni va coordona fiecare invitat, astfel încât orice invitat să coordoneze cel puțin o sesiune (!pot rămâne și sesiuni fără coordonatori, ce se cere este să nu rămână invitați care nu coordonează nicio sesiune). Datele despre invitații de la fiecare sesiune se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale i j cu $i \in \{1,\dots, n\}$ și $j \in \{1,\dots, m\}$ cu semnificația: invitatul i participă la sesiunea j

Dacă se pot desemna coordonatori astfel încât orice invitat să coordoneze cel puțin o sesiune, rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul "nu este posibil" și numărul minim de invitați care nu pot fi desemnați coordonatori.

Complexitate $O(n^2m)$ (pot fi cel mult mn perechi i j cu semnificația: invitatul i participă la sesiunea j)

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit invitați-sesiuni. O sesiune poate fi coordonată de cel mult un invitat, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit invitați-sesiuni și a verifica dacă orice vârf de tip invitat este saturat. Se acorda 1p dacă se rezolva problema pe cazul în care o sesiune poate fi coordonată de cel mult un invitat.

sesiuni.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
7 4 1 1 2 1 5 1 6 1 7 1 1 2 3 2 4 2 3 3 4 3 6 3 1 4 3 4 5 4	1 4 2 1 3 2 4 2 5 4 6 3 7 1 Dacă invitatul 5 nu ar mai participa la sesiunea 4, problema nu are soluție (cel puțin un invitat nu poate fi desemnat coordonator)