Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu n>3 vârfuri, m muchii, m>n și un vârf s.
Să se afișeze muchiile a doi arbori parțiali ai grafului, T1 și T2, dintre care unul, T1, este arbore de distante față de s ($d_{T1}(s, u) = d_G(s, u)$ pentru orice vârf u din G), iar celălalt, T2, nu este arbore de distanțe față de s. Se va afișa în plus un vârf u pentru care $d_{T2}(s, u) \neq d_G(s, u)$.
Complexitate O(m)
Informațiile despre graf se citesc din fișierul ***graf.in*** cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârful s

($d_G(x,y)$ = distanța de la x la y în G)

graf.in	***Iesire pe ecran (solutia nu este unica)***
4 5 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 1	T1: 1 2 1 3 2 4 T2: 1 2 2 3 2 4 u = 3

Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite** G din fișierul `graf.in`.
Fișierul are următoarea structură:

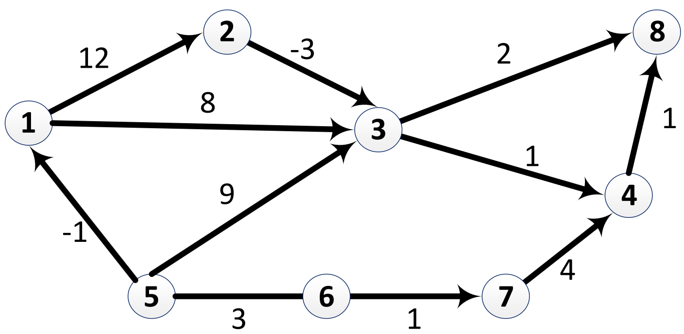
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- Pe penultima linie este un nod sursa s
- Pe ultima linie sunt un număr natural k (0<k<n) reprezentând numărul de vârfuri destinație și k numere naturale t_1, t_2, ..., t_k reprezentând vârfuri destinație din G.

Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Presupunem că există cel puțin un vârf destinație care este accesibil din vârful sursă s.

a) Să se determine un vârf destinație care este cel mai depărtat de s, dar care este accesibil din s (un vârf destinație t pentru care d(s,t) = max{d(s,t_i)|=1,…, k, t_i accesibil din s}). **Complexitate O(n+m)**

b) Pentru vârfurile s și t de la a) să se determine dacă există mai multe drumuri minime de la s la t. Dacă exista doar unul, se va afișa acest drum, dacă nu se vor afișa două dintre drumurile minime de la s la t . **Complexitate O(n+m)**

graf.in	Iesire pe ecran (nu este unică)
8 11 1 2 12 2 3 -3 1 3 8 3 8 2 3 4 1 4 8 1 5 1 -1 5 3 9 5 6 3 6 7 1 7 4 4 5 2 8 4	a) 8 b) 5 6 7 4 8 5 1 3 8



Explicații:

Sursa este 5, destinațiile sunt 8 și 4

d(5,8) = 9

d(5,4) = 8 => cea mai depărtată destinație de 5 este 8

Subiectul 3

Se dau n depozite de frigidere numerotate 1...n și m magazine numerotate n+1,.., n+m. Pentru fiecare depozit i se cunoaște c(i) = câte frigidere există în depozit, iar pentru fiecare magazin j se cunoaște c(j) = numărul de frigidere de care are nevoie la momentul actual. Fiecare magazin are contracte cu anumite depozite. In contractul dintre magazinul j și depozitul i este trecută cantitatea maximă de frigidere care poate fi livrată de la depozitul i la magazinul j la un anumit moment, notată w(i,j). Datele se vor citi din fișierul magdep.in cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de frigidere existente în fiecare dintre cele n depozite
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de frigidere de care are nevoie fiecare dintre cele m magazine
- pe a patra linie este un număr natural k reprezentând numărul de contracte dintre magazine și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale i j w (separate prin spatiu) cu semnificația: de la depozitul i la magazinul j se pot transporta maxim w frigidere.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a livra frigidere de la depozite la magazine respectând condițiile din contracte, astfel încât toate magazinele să primească cantitatea de frigidere de care are nevoie. **Complexitate $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit depozite-magazine (cu vârfuri corespunzătoare depozitelor și magazinelor și muchii reprezentând existența unui contract între magazin și depozit). Dacă c(i) = 1 pentru fiecare depozit, c(j)=1 pentru fiecare magazin și w(i, j)=1 pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit depozite-magazine și a verifica dacă orice vârf magazin este saturat.

Se acorda 1p dacă se rezolvă doar problema pentru c(i) = 1 pentru fiecare depozit, c(j)=1 pentru fiecare magazin și w(i, j)=1 pentru orice contract

magdep.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3 6 5 6 7 8 1 7 1 4 6 1 5 6 2 4 3 2 5 2 2 6 3 3 4 8 3 6 2	1 5 6 2 4 2 2 5 2 2 6 1 3 4 5