

## Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un arbore ponderat  $T$  cu  $n > 3$  vârfuri și un vârf  $s$ .

Informațiile despre arbore se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie este  $n$
- pe următoarele  $n$  linii sunt listele de adiacență ale lui  $G$ ; linia  $i$  începe cu gradul vârfului  $i$  și apoi conține vecinii vârfului  $i$ , fiecare vecin fiind urmat de costul muchiei:

<grad> <vecin1> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin1> <vecin2> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin2>  
etc

- pe ultima linie este vârful  $s$

(vârfurile sunt numerotate de la 1)

Pentru un lanț  $P$  în  $T$  definim capacitatea lanțului  $P$  ca fiind capacitatea minimă a unei muchii din  $P$ .

- Să se afișeze pentru fiecare vârf  $v$  capacitatea unicului lanț elementar de la  $s$  la  $v$  (sub forma  $v$ : capacitate lanț) **Complexitate  $O(n)$**
- Să se afișeze care este capacitatea minimă a unui lanț cu o extremitate în  $s$  și să se afișeze un astfel de lanț

| <i>graf.in</i>   | <i>iesire pe ecran</i>  |
|--|---|
| 6<br>2 2 3 3 2<br>2 1 3 4 6<br>3 1 2 5 1 6 3<br>1 2 6<br>1 3 1<br>1 3 3<br>1   | 1: 0<br>2: 3<br>3: 2<br>4: 3<br>5: 1<br>6: 2<br><br>Capacitatea minima este 1 pentru lantul 1 3 5 |
| Explicații: informațiile de pe linia 2 2 3 3 2 corespunzătoare vârfului 1 se citesc astfel: varful 1 are gradul 2; primul său vecin este 2 și costul muchiei de la el la 2 este 3; al doilea sau vecin este 3, iar costul muchiei de la el la 3 este 2 |   |



## Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat **fără circuite**  $G$  din fișierul `graf.in`.  
Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- pe următoarea linie (a  $(m+2)$ -a linie) din fișier sunt un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) și un șir de  $k$  vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului  $s_1, \dots, s_k$
- pe ultima linie a fișierului sunt două vârfuri  $t_1$  și  $t_2$ , reprezentând vârfurile destinație ale grafului (distincte de vârfurile sursă de pe linia anterioară).

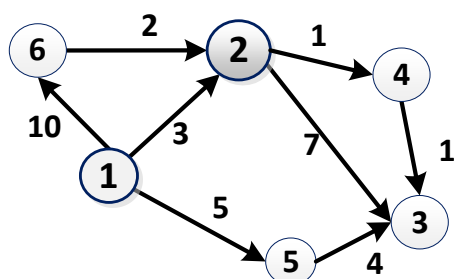
Notăm cu  $S = \{s_1, \dots, s_k\}$  mulțimea vârfurilor sursă din  $G$  și cu  $T = \{t_1, t_2\}$  mulțimea vârfurilor destinație din  $G$ . Spunem că un vârf  $y$  este accesibil din  $x$  în  $G$  dacă există un drum de la  $x$  la  $y$ .

- Să se verifice dacă graful dat este fără circuite și să se afișeze un mesaj corespunzător.
- Să se determine un drum de cost maxim care începe cu un vârf din  $S$  și se termină cu un vârf din  $T$ . Dacă nu există un astfel de drum se va afișa un mesaj corespunzător: niciun vârf destinație nu este accesibil dintr-un vârf sursă.

**Complexitate  $O(m)$**

Exemplu

| graf.in  | Iesire pe ecran  |
|--|------------------|
| 6 8<br>1 2 3<br>1 6 10<br>6 2 2<br>2 4 1<br>4 3 1<br>5 3 4<br>1 5 5<br>2 3 7<br>2 1 3<br>2 5 | drum maxim 1 6 2 |



$S = \{1, 3\}$

$T = \{2, 5\}$

### Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru  $n$  proiecte, numerotate  $1, \dots, n$  s-au înscris  $m$  studenți numerotați  $1, \dots, m$ , fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

- Dat un număr  $k$  de la tastatură, să se determine o listă de  $k$  asocieri proiect – student prin care  $k$  studenți diferiți sunt asociați la  $k$  proiecte diferite **Complexitate  $O(km)$**
- Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “nu este posibil”. **Complexitate  $O(nm)$**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale  $n$  și  $m$
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale  $i, j$  cu  $i \in \{1, \dots, n\}$  și  $j \in \{1, \dots, m\}$  cu semnificația: studentul  $j$  s-a înscris la proiectul  $i$ .

| graf.in  | lesire pe ecran (solutia nu este unica) |
|--|---|
| 4 4  | a)                                      |
| 1 1  | pentru $k=2$                            |
| 1 2  | asocieri proiect - student              |
| 1 3  | 1 1                                     |
| 2 1  | 2 2                                     |
| 2 2  | b)                                      |
| 3 1  | asocieri proiect-student                |
| 3 3  | 1 1                                     |
| 3 4  | 1 2                                     |
| 4 3  | 2 1                                     |
| 4 4  | 2 2                                     |
|  | 3 3                                     |
| (primul este indicele proiectului, al doilea al studentului) | 3 4                                     |
|  | 4 3                                     |
|  | 4 4                                     |

