Subjectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu n>3 vârfuri și m muchii care nu este bipartit.

- a) Să se determine un ciclu elementar impar în graf (cu număr impar de muchii). Se vor afișa muchiile unui astfel de ciclu. **Complexitate O(n+m)**
- b) Să se determine dacă în grad mai există în graf un alt ciclu în afară de cel afișat la punctul
- a) (nu neapărat impar) și, în caz afirmativ, să se afișeze un astfel de ciclu (diferit de cel de la
- a)); altfel se va afișa un mesaj corespunzător. Complexitate O(n+m)

Informațiile despre graf se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran
5 6	a)
12	2 4
23	45
2 4	5 2
4 5	b)
25	12
15	2 4
	4 5
	5 1

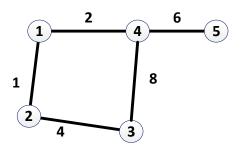
Subjectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fișierul graf.in. Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de muchii m ale grafului, **m>n**
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf
- a) Să se afișeze costul unui arbore parțial de cost minim în G. Complexitate O(mlog(n)).
- b) Se citesc de la tastatură două muchii **noi** date tot prin extremitatea inițială, extremitatea finală și cost. Știind că **doar una** dintre aceste muchii se va adăuga la graful G, decideți pe care o adăugați astfel încât noul graf să aibă un arbore parțial de cost minim cu cost cât mai mic și afișați muchiile unui arbore parțial de cost minim în acest graf. **Complexitate O(n)**

Exemplu

graf.in	Iesire pe ecran (nu conteaza
	ordinea în care sunt afisate
	muchiile)
5 5	a)
121	13
1 4 2	b)
2 3 4	adaugam 3 5
3 4 8	12
4 5 6	14
	2 3
Intrare de la tastatura	3 5
3 5 5	
135	



Subjectul 3 (3 puncte)

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex cu $V_1=\{1,...,p\}$ și $V_2=\{p+1,...,n\}$:

- pe prima linie sunt 2 numere naturale n și m reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe a doua linie este p
- pe următoarele m linii sunt perechi de numere x y (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii, $x \in V_1$ și $y \in V_2$.

Scrieți un program care citește datele despre graful G din fișierul graf.in și afișează:

- a) Un cuplaj de cardinal k în G, cu k citit de la tastatură. Dacă nu există un astfel de cuplaj se va afișa mesajul "nu exista" **Complexitate O(km)**
- b) Muchiile unui 2-factor în G, dacă există (2-factor = graf parțial în care toate vârfurile au gradul 2) **Complexitate O(nm)**

graf.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
8 10	a)
4	pentru k=2
15	15
16	2 6
17	b) un 2-factor:
25	15
2 6	16
3 5	2 5
3 7	2 6
3 8	3 7
4 7	3 8
48	4 7
	48

