Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu $n>3$ vârfuri și $m>n$ muchii.
Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu următoarea structură:

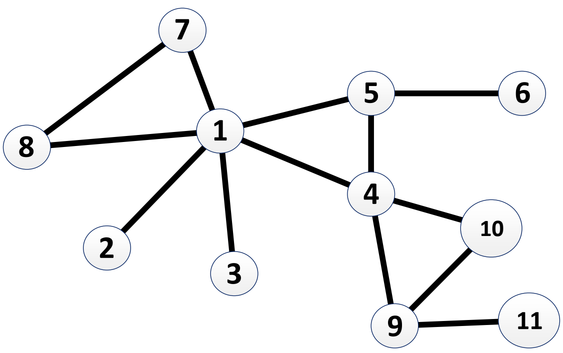
- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

Se citește de la tastatură un vârf v.

a) Să se afișeze muchiile critice care sunt incidente în v, dacă există (altfel se va afișa mesajul "nu exista"). O(**m**)

b) Să se afișeze listele de adiacență ale unui arbore parțial T al lui G în care vârful v are gradul cu 1 mai mic decât îl are în G: $d_T(v) = d_G(v) - 1$, dacă un astfel de arbore există O(**m**)

graf.in	Iesire pe ecran dacă se citește pentru v valoarea 1 (nu contează ordinea în care se afișează informațiile; soluția la b) nu este unică)
11 13 1 2 1 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	muchii critice: 1 2 1 3 Arbore: 1: 2 3 4 5 7 2: 1 3: 1 4: 1 9 10 5: 1 6 6: 5 7: 1 8 8: 7 9: 4 11 10: 4 11: 9



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite** G din fișierul `graf.in`.
Fișierul are următoarea structură:

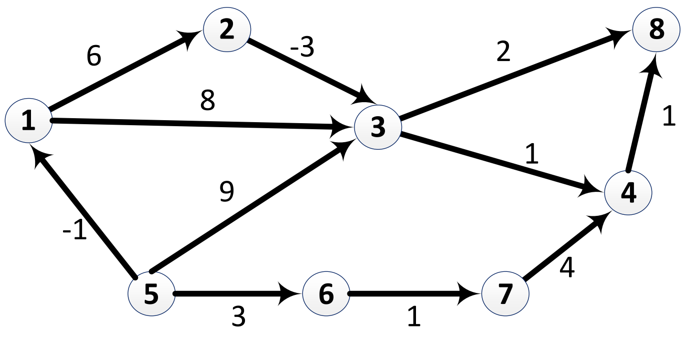
- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- pe ultima linie este un nod sursă s.

Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y.

a) Să se determine centralitatea vârfului s: cc(s) = suma distanțelor de la s la vârfurile t accesibile din s (=sum{d(s,t) | t este accesibil din s}). **Complexitate O(n+m)**

b) Să se afișeze un drum de cost maxim în G. **Complexitate O(n+m)**

graf.in	Iesire pe ecran (nu este unică)
8 11 1 2 6 2 3 -3 1 3 8 3 8 2 3 4 1 4 8 1 5 1 -1 5 3 9 5 6 3 6 7 1 7 4 4 1	18 5 3 8



Explicații:

d(1,2) = 6, d(1,3)=3, d(1,4) = 4, d(1,8) = 5 => cc(1) =6+3+4+5= 18

Drumul 5,3,8 are cel mai mare cost dintre toate drumurile din graf

Subiectul 3

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

La o conferință cu m sesiuni numerotate 1,...,m sunt n invitați numerotați 1,...,n. Un invitat poate participa la mai multe sesiuni. Pentru fiecare sesiune trebuie ales un coordonator dintre invitații care participă la ea, respectând însă următoarea restricție: un invitat poate coordona cel mult două sesiuni. Să se desemneze, dacă este posibil, câte un invitat coordonator pentru fiecare sesiune. Datele despre invitații de la fiecare sesiune se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele n linii sunt numere naturale cu semnificația: pe linia i+1 sunt indicii sesiunilor la care participă invitatul i, separați prin spațiu.

Dacă se pot desemna coordonatori pentru toate sesiunile, rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “nu este posibil” și numărul maxim de sesiuni pentru care se poate desemna un coordonator.

Complexitate O(n^2m) (pot fi cel mult mn asocieri (i, j) cu semnificația: invitatul i participă la sesiunea j)

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit invitați-sesiuni. Dacă un invitat poate coordona cel mult o sesiune, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit invitați-sesiuni și a verifica dacă orice vârf de tip sesiune este saturat. Se acordă 1p daca se rezolva problema pe cazul în care că un invitat poate coordona cel mult o sesiune.

conferinta.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 7 1 2 5 6 7 1 3 4 1 4 6 1 3 5	1 2 1 7 2 3 2 4 3 1 3 6 4 5 Dacă invitatul 4 nu mai participă la conferința 5 problema nu mai are soluție, putem desemna coordonatori pentru maxim 6 sesiuni