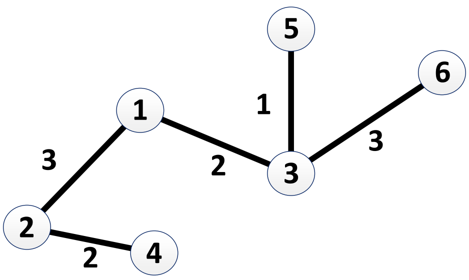
Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat ponderat G cu n>3 vârfuri, m muchii și un vârf s.
Informațiile despre graf se citesc din fișierul ***graf.in*** cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este un vârf sursă s.

Pentru un lanț P în G definim ponderea lanțului P ca fiind produsul ponderilor muchiilor care îl compun.
Dacă G este arbore, să se afișeze pentru fiecare vârf v ponderea unicului lanț elementar de la s la v (sub forma v: pondere lanț de la s la v), altfel să se afișeze un arbore parțial al componentei care conține s. **Complexitate O(n+m)**

graf.in	***Iesire pe ecran***
6 5 1 2 3 1 3 2 2 4 2 3 5 1 3 6 3 1	Este arbore 1: 0 2: 3 3: 2 4: 6 5: 2 6: 6



Subiectul 2 (3 puncte)

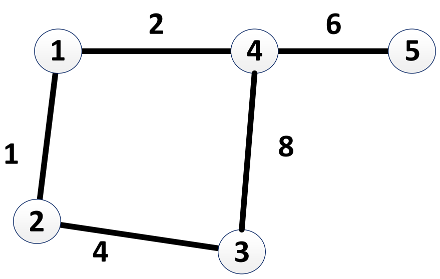
Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de muchii m ale grafului, **m>n**
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf
- pe ultima linie sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului $s_1,\ldots,s_k$

Să se afișeze muchiile unui graf parțial al lui G în care fiecare vârf v este conectat prin cel puțin un lanț de o sursă. Dacă există mai multe astfel de grafuri parțiale, să se determine unul cu costul total minim. Se vor afișa muchiile acestui graf parțial. De asemenea, să se afișeze și care este vârful sursă cel mai important **în acest graf parțial**, importanța unui vârf sursă fiind dată de numărul de vârfuri accesibile din acea sursă (care sunt conectate la acea sursă prin lanț). **Complexitate O(mlog(n))**.

Exemplu

graf.in	**Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)**
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 3 4 8 4 5 6 2 1 2	1 4 4 5 2 3 1



Două surse: 1 și 2

În graful parțial cu muchiile

1 4

4 5

2 3

din sursa 1 sunt accesibile încă două vârfuri (4 și 5), iar din 2 doar unul (3), deci 1 este mai important

Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru n proiecte, numerotate 1,..., n s-au înscris m studenți numerotați 1,..,m, fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

a) Dat un număr k de la tastatură, să de determine o listă de k asocieri proiect – student prin care k studenți diferiți sunt asociați la k proiecte diferite **Complexitate O(km)**

b) Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul "nu este posibil". **Complexitate O(nm)**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale i j cu $i \in \{1,\ldots, n\}$ și $j \in \{1,\ldots, m\}$ cu semnificația: studentul j s-a înscris la proiectul i.

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 4 1 1 1 2 1 3 2 1 2 2 3 1 3 3 3 4 4 3 4 4 (primul este indicele proiectului, al doilea al studentului)	a) pentru k=2 asocieri proiect - student 1 1 2 2 b) asocieri proiect-student 1 1 1 2 2 1 2 2 3 3 3 4 4 3 4 4