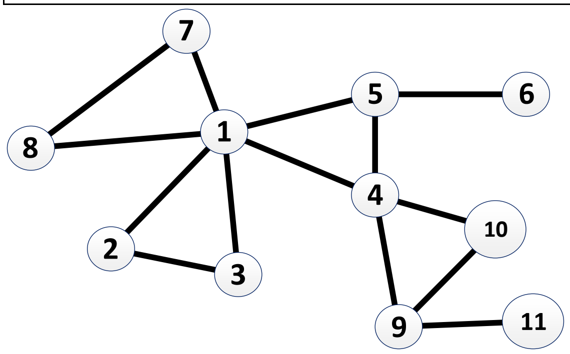
Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu n>3 vârfuri şi m>n muchii. Să se afişeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afişa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice. O(**m**)

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt cate 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	Iesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



Subiectul 2

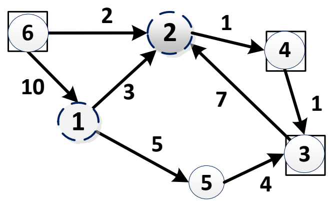
Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului $s_1,\ldots,s_k$
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t_1, t_2, t_3 din G.
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu $S=\{s_1,\ldots,s_k\}$ mulțimea vârfurilor sursă din G și cu $T=\{t_1, t_2, t_3\}$ mulțimea vârfurilor destinație din G. Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Să de determine pentru fiecare vârf destinație $t\in T$ un vârf sursă $s\in S$ cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t. Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate O(mlog(n))**

graf.in	Iesire pe ecran

`6 8`
`2 1 2`
`3 4 6`
`1 2 3`
`6 1 10`
`6 2 2`
`2 4 1`
`4 3 1`
`5 3 4`
`1 5 5`
`3 2 7`
	`t=3 s=2 drum minim 2 4 3`
	`t=4 s=2 drum minim 2 4`
	`t=6 nu exista s`



k=2 , S = {1, 2}

$t_1=3$, $t_2= 4$, $t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$

t=3: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3) ⇒ s=2, drum minim 2 4 3

t=4: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1 ⇒ s=2, drum minim 2 4

t=6: distanta(1,6)= ∞, distanta(2,6)=∞ ⇒ nu există s

Subiectul 3

Fişierul graf.in conţine următoarele informaţii despre un graf **bipartit** conex:

- pe prima linie sunt 2 numere naturale n şi m reprezentând numărul de vârfuri şi numărul de muchii
- pe următoarele m linii sunt perechi de numere x y (separate prin spaţiu) reprezentând extremităţile unei muchii

Se consideră graful G dat în fişierul graf.in. Notăm cu k numărul de vârfuri de grad impar din graf.

a) Folosind un algoritm de determinare a unui flux maxim într-o reţea de transport, determinaţi un cuplaj maxim în subgraful indus de mulţimea vârfurilor de grad impar din G.

b) Folosind punctul a) determinaţi dacă exista k/2 muchii care se pot elimina din G astfel încât să se obţină un graf cu următoarele proprietăţi:

- gradul fiecărui vârf din G' este egal cu cel din G sau cu unu mai mic.
- în G' în fiecare componentă conexă există câte un ciclu care conţine toate muchiile din componentă (o singura dată) **Complexitate $O(nm^2)$**

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
8 9 1 5 1 6 1 7 2 5 3 5 3 7 3 4 8 7 8 4	1 6 2 5 3 7