

## Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat ponderat  $G$  cu  $n > 3$  vârfuri,  $m$  muchii și un vârf  $s$ .

Informațiile despre graf se citesc din fișierul **graf.in** cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este un vârf sursă  $s$ .

Pentru un lanț  $P$  în  $G$  definim ponderea lanțului  $P$  ca fiind produsul ponderilor muchiilor care îl compun.

Dacă  $G$  este arbore, să se afișeze pentru fiecare vârf  $v$  ponderea unicului lanț elementar de la  $s$  la  $v$  (sub forma  $v$ : pondere lanț de la  $s$  la  $v$ ), altfel să se afișeze un arbore parțial al componente care conține  $s$ . **Complexitate  $O(n+m)$**

<b>graf.in</b>	<b>iesire pe ecran</b>
6 5 1 2 3 1 3 2 2 4 2 3 5 1 3 6 3 1	Este arbore 1: 0 2: 3 3: 2 4: 6 5: 2 6: 6



## Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fișierul `graf.in`.

Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de muchii  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf

a) Să se afișeze costul unui arbore parțial de cost minim în G. **Complexitate  $O(m \log(n))$ .**

b) Se citesc de la tastatură două muchii **noi** date tot prin extremitatea inițială, extremitatea finală și cost. Știind că **doar una** dintre aceste muchii se va adăuga la graful G, decideți pe care o adăugați astfel încât noul graf să aibă un arbore parțial de cost minim cu cost cât mai mic și afișați muchiile unui arbore parțial de cost minim în acest graf. **Complexitate  $O(n)$**

Exemplu

<code>graf.in</code>	Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 3 4 8 4 5 6  Intrare de la tastatura 3 5 5 1 3 5	a) 13 b) adaugam 3 5 1 2 1 4 2 3 3 5



### Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru  $n$  proiecte, numerotate  $1, \dots, n$  s-au înscris  $m$  studenți numerotați  $1, \dots, m$ , fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

- Dat un număr  $k$  de la tastatură, să se determine o listă de  $k$  asocieri proiect – student prin care  $k$  studenți diferiți sunt asociați la  $k$  proiecte diferite **Complexitate  $O(km)$**
- Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul “nu este posibil”. **Complexitate  $O(nm)$**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale  $n$  și  $m$
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale  $i, j$  cu  $i \in \{1, \dots, n\}$  și  $j \in \{1, \dots, m\}$  cu semnificația: studentul  $j$  s-a înscris la proiectul  $i$ .

graf.in	lesire pe ecran (soluția nu este unică)
4 4	a)
1 1	pentru $k=2$
1 2	asocieri proiect - student
1 3	1 1
2 1	2 2
2 2	b)
3 1	asocieri proiect-student
3 3	1 1
3 4	1 2
4 3	2 1
4 4	2 2
	3 3
(primul este indicele proiectului, al doilea al studentului)	3 4
	4 3
	4 4

