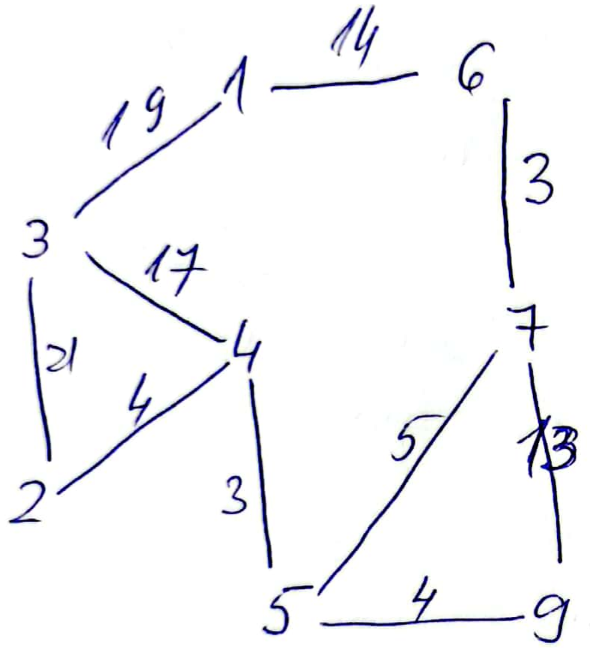
Dani Bacain

Q: 4,

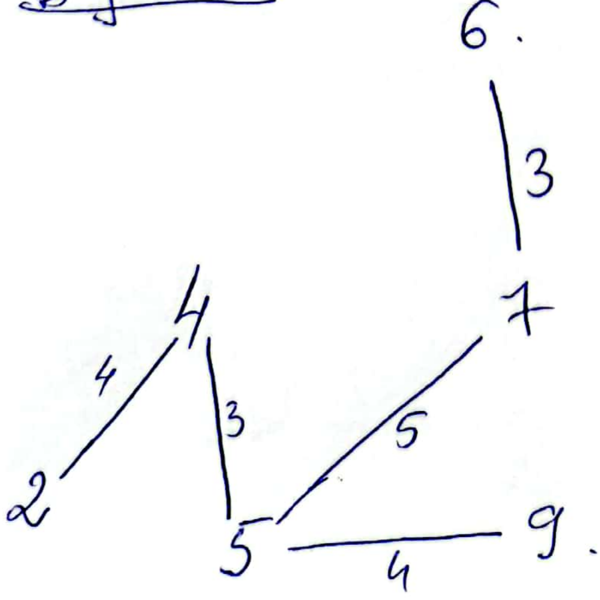
1. Dijkstra (4).

alegem X un vf din coada.
pentru fiecare vecin verificam relatia:
dc $(d[x] + w(x,y) < d[y])$ atunci:
$d[y] = d[x] + w(x,y)$.
$tata[y] = x$.



Dijkstra ia de fiecare dată nodul cu eticheta minimă din vectorul de distanțe

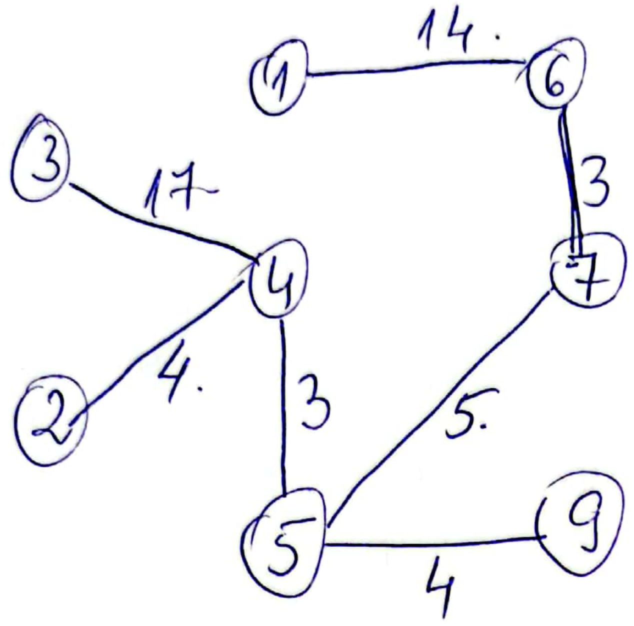
Dijkstra:



$dist(4,6) =$
$= 3+5+3 = 11.$

1

2) Kruskal: la fiecare pas alegem o muchie de cost minim ce nu închide un ciclu (din comp conexe disjuncte) și o adaugăm la arborele creat.



Acesta este APCM al rezultat după alg lui Kruskal.

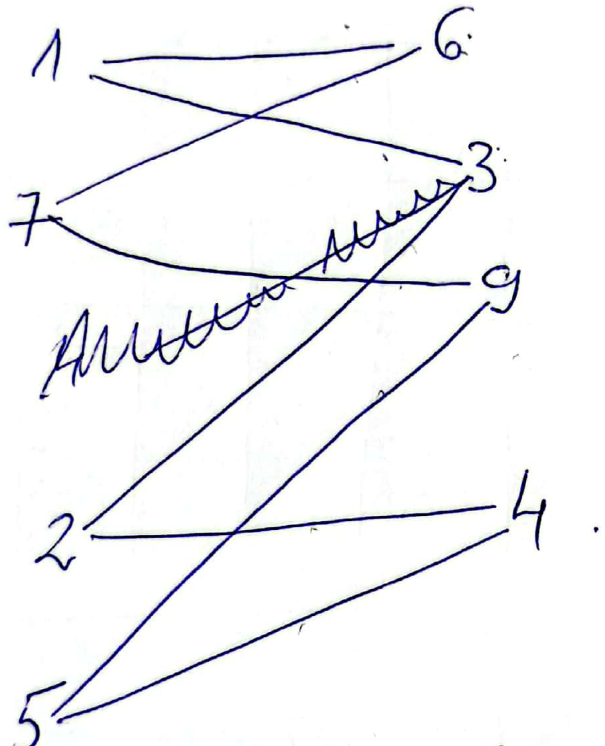
Pas 1: alegem (6,7)
2: alegem (4,5).
3: alegem (5,9)
4: alegem (2,4).
5: alegem (5,7)
6: alegem (1,6).
7: alegem (3,4)
STOP (final algoritm)

3. Graful NU este bipartit deoarece are ciclui impare. Pentru a-l face bipartit trebuie să eliminăm ciclurile impare.

Nr minim de muchii care treb elim este 2 și acestea pot fi ~~oricare~~ unele din ciclurile (3, 4, 2) și (7, 9, 5) (una din fiecare ciclu)

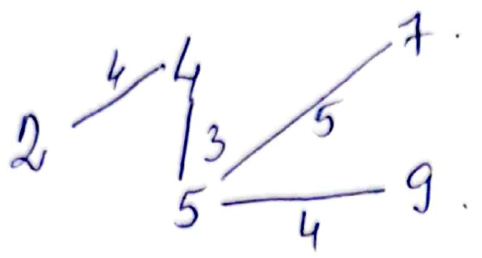
Ex: eliminăm (3, 4) și (5, 7).

pornim din 1:



Nu putem elimina (3, 4) și (5, 7) ptc. există un ciclu impar (1, 6, 7, 9, 5, 4, 3, 1)

Continuare 1:



Nod 8 nu există

d/tata	1	2	3	4	5	6	7	~~8~~	9
1:	∞/0	4/4	17/4	0/0	3/4	∞/0	~~∞/0~~ 8/6	~~∞/0~~	~~∞/0~~ 7/6
2:				—	—		8/5		7/5
3:		—							
4:									—
5:						11/7	—		
						—			

Continuare 3:

Nr max de vârfuri este atunci când avem 4 noduri într-o parte și 5 în cealaltă

$m = 4 \cdot 5$ (de la fiecare nod ducem muchii către toate nodurile din partea cealaltă

$\sum d_i = 2m = \cancel{4 \cdot 5 \cdot 2} = 40$

$\Rightarrow m = 20$.

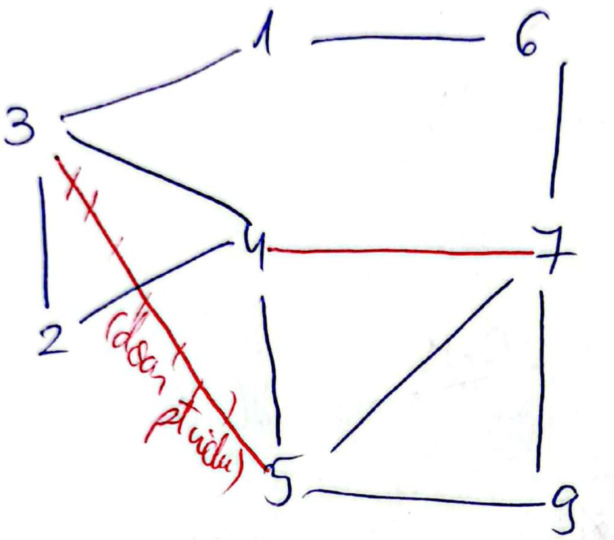
Scanned with CamScanner

4. Un graf are un lanț eulerian dacă e conex, fără vf izolate și toate gradele nodurilor sunt pare.

G are gradele nodurilor: $\{2_1, 2_2, 3_3, 3_4, 3_5, 2_6, 3_7, 2_9$

Avem ~~3~~ 4 vf de gradul 3 $\Rightarrow$ trb să adăugăm 2 muchii pt a avea un ciclu eulerian.

Lanț eulerian:



3 1 6 7 5 9 7 4 3 2 4 5

unde adăugăm doar o muchie (7,4)

ca să avem lanț $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ max. 2 vf cu grad impar care au muchie directă (eliminăm muchia dintre ele în cazul ciclu)

Avem ciclul: 6 7 5 9 7 4 3 2 4 5 3

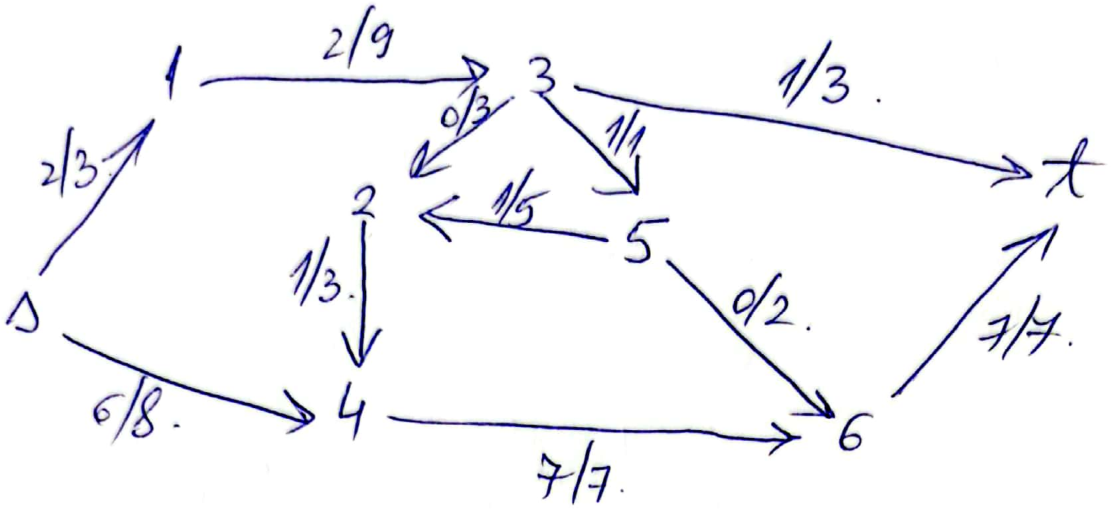
---

5. flux = cantitate de informație ce poate fi transmisă din sursă în destinație a.î. în fiecare nod intermediar cât care intră e egală cu cea care iese.

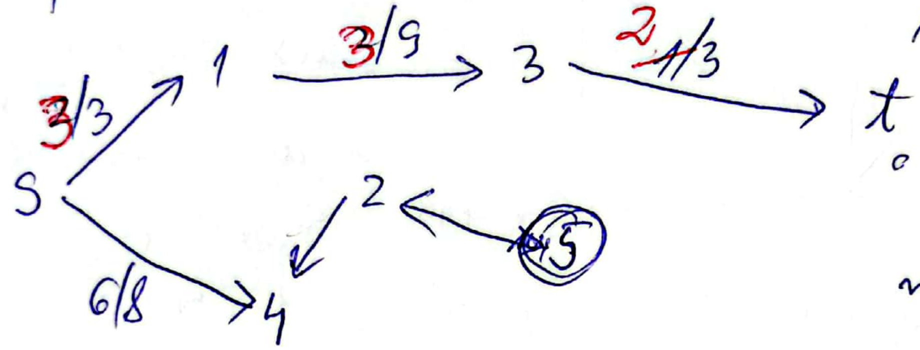
Tăietură = o tăietură în rețea e o bipartiție a nodurilor $G = X \cup Y$, $X \cap Y = \emptyset$ unde sursa $\in X$ și dest $\in Y$.

tăietura minimă = o ~~partiție~~ tăietură a î suma muchiilor de la X către Y e minimă

lanț nesaturat = lanț pe care mai pot trimite flux

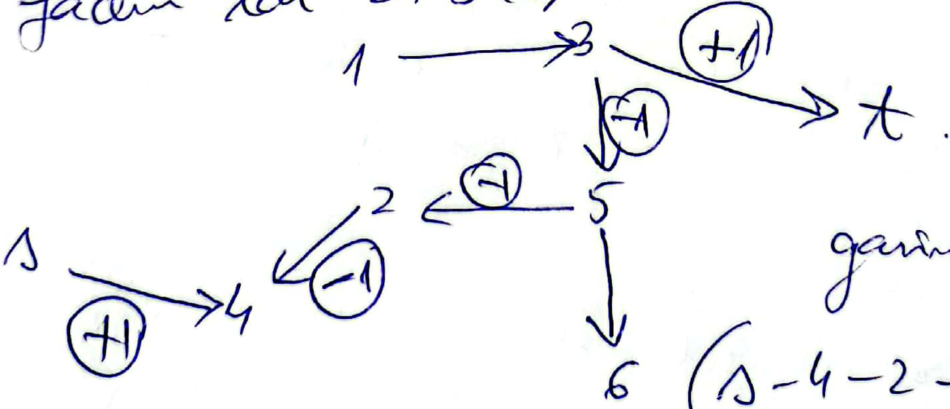


1.) facem BFS din S.



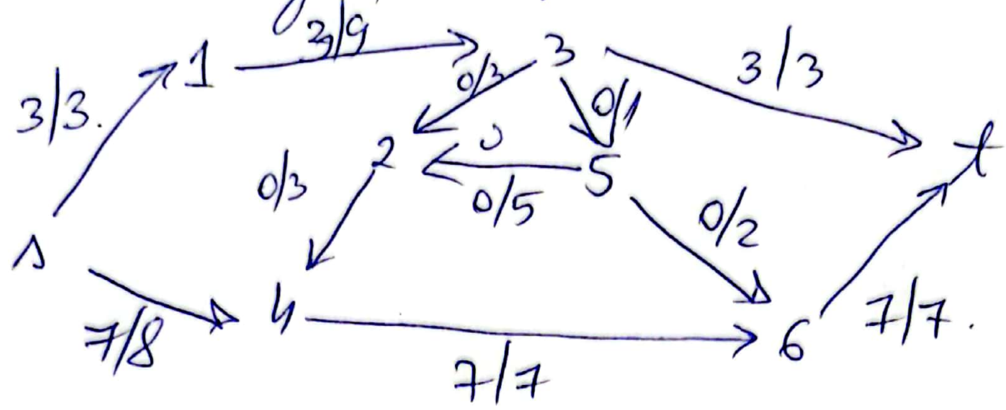
unde am găsit lanțul s-1-3-t. pe care mai pot vede o unitate.

2) facem iar BFS(s).



găsim lanțul (s-4-2-5-3-t). unde mai trimit o unitate.

Acum avem graful rezultat:



Min-cut: $K = \{ \{s,4\}, \{1,2,3,5,6,t\} \}$
care are costul 10.

Mai există și alte tăieturi minime decât de arcele $(3,t)$ și $(6,t)$.

arce directe: $\{(s,1)\ (4,6)\}$.

arce inverse: $\{(2,4)\}$.

6. a) $\sum d_i = 2m$

$\sum f_i = 2m$ (suma gradelor fețelor)

ciclu de lungime g minim $\Rightarrow$ gradul unei fețe este minim g.

$f_i \geq g$.

grade minim.

$\Rightarrow \sum f_i \geq g \cdot |F|$

nr. de fețe.

$\Rightarrow 2m \geq g \cdot |F|$.

Euler: $n - m + |F| = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow |F| = 2 + m - n$.

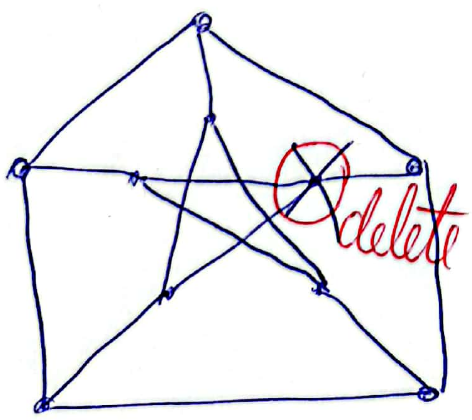
$2m \geq 2g + gm - g \cdot n$.

$m(2-g) \geq g(2-n). \quad |(-1)$.

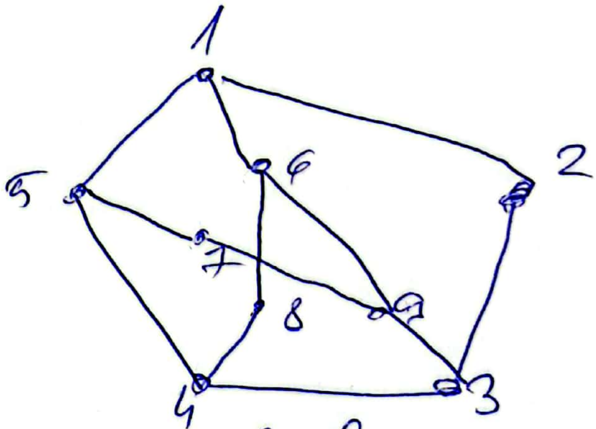
$(g-2)m \leq g(n-2)$.

---

b) Un graf NU este planar dacă are ca și ~~graf parțial~~ ~~pe K_5 sau $K_{3,3}$~~ ~~graf parțial~~. graf izomorf K_5 și $K_{3,3}$.
Acest graf seamănă cu $K_{3,3}$ așa că îl vom încerca să îl transformăm. Încercă să elim un nod din centru.

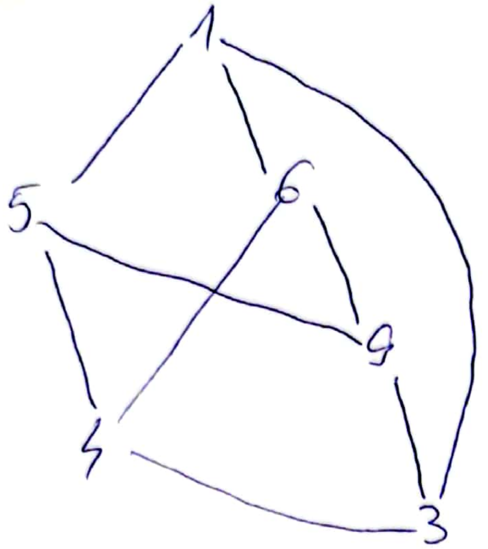


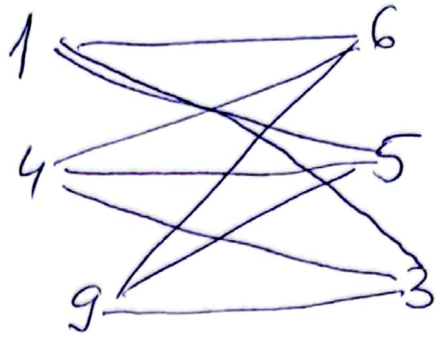
$\rightarrow$



și îl facem bipartit eliminând 7, 8, 2

1





$K_{3,3}$ =>

=> Graful NU este planar =>

=> nu poate fi desenat.

Graful Petersen are 15 muchii și 10 vf.