Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu $n>3$ vârfuri și m muchii și un vârf s.
a) Adăugați la G un număr minim de muchii astfel încât să devină conex. Construiți în memorie și afișați pe ecran listele de adiacență ale grafului astfel obținut. **Complexitate O(n+m)**
b) Determinați excentricitatea ecc(s) a vârfului s în noul graf G_1 obținut la a):

$$ecc(s) = \max(d(s,v) \mid v \text{ vârf în } G_1\}$$

unde d(s,v) este distanța de la s la v.
Complexitate O(n+m)
Informațiile despre graf se citesc din fișierul ***graf.in*** cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârful s

graf.in	***Iesire pe ecran (solutia nu este unica)***
6 4 1 3 1 5 3 5 2 4 6	a) 1 2 2 6 b) 3 Explicații: d(6,1)=2, d(6,2)=1, d(6,3)=3, d(6,4)=2, d(6,5)=3, deci ecc(6)=3

Subiectul 2 (3 puncte)

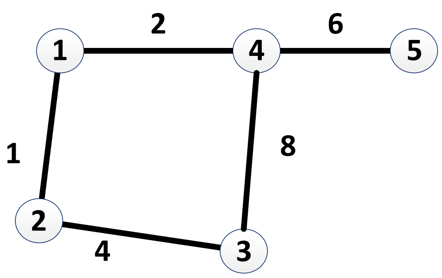
Se citesc informaţii despre un graf **neorientat** ponderat conex G din fişierul `graf.in`. Fişierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) şi numărul de muchii m ale grafului, **m>n**
- pe următoarele m linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea iniţială, extremitatea finală şi costul unei muchii din graf

a) Să se afişeze costul unui arbore parţial de cost minim în G. **Complexitate O(mlog(n))**.
b) Se citesc de la tastatură două muchii **noi** date tot prin extremitatea iniţială, extremitatea finală şi cost. Ştiind că **doar una** dintre aceste muchii se va adăuga la graful G, decideţi pe care o adăugaţi astfel încât noul graf să aibă un arbore parţial de cost minim cu cost cât mai mic şi afişaţi muchiile unui arbore parţial de cost minim în acest graf. **Complexitate O(n)**

Exemplu

graf.in	**Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)**
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 3 4 8 4 5 6 Intrare de la tastatura 3 5 5 1 3 5	a) 13 b) adaugam 3 5 1 2 1 4 2 3 3 5



Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un **algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** pentru rezolvarea următoarei probleme.

Pentru n proiecte, numerotate 1,..., n s-au înscris m studenți numerotați 1,..,m, fiecare student depunând o listă de opțiuni cu proiectele la care vrea să participe.

a) Dat un număr k de la tastatură, să de determine o listă de k asocieri proiect – student prin care k studenți diferiți sunt asociați la k proiecte diferite **Complexitate O(km)**

b) Să se determine, dacă există, o modalitatea de a asocia toți studenții la proiecte astfel încât un student să fie asociat la exact 2 proiecte, iar la un proiect să fie asociați exact 2 studenți și să se afișeze o astfel de modalitate sub forma prezentată în exemplul de mai jos. Altfel se va afișa mesajul "nu este posibil". **Complexitate O(nm)**

Datele despre proiecte și studenți se vor citi dintr-un fișier cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe următoarele linii sunt perechi de numere naturale i j cu $i \in \{1,\dots, n\}$ și $j \in \{1,\dots, m\}$ cu semnificația: studentul j s-a înscris la proiectul i.

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
4 4 1 1 1 2 1 3 2 1 2 2 3 1 3 3 3 4 4 3 4 4 (primul este indicele proiectului, al doilea al studentului)	a) pentru k=2 asocieri proiect - student 1 1 2 2 b) asocieri proiect-student 1 1 1 2 2 1 2 2 3 3 3 4 4 3 4 4