

## Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un arbore ponderat  $T$  cu  $n > 3$  vârfuri și un vârf  $s$ .

Informațiile despre arbore se citesc din fișierul *graf.in* cu structura:

- pe prima linie este  $n$
- pe următoarele  $n$  linii sunt listele de adiacență ale lui  $G$ ; linia  $i$  începe cu gradul vârfului  $i$  și apoi conține vecinii vârfului  $i$ , fiecare vecin fiind urmat de costul muchiei:

<grad> <vecin1> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin1> <vecin2> <cost\_muchie\_de\_la\_i\_la\_vecin2>  
etc

- pe ultima linie este vârful  $s$

(vârfurile sunt numerotate de la 1)

Pentru un lanț  $P$  în  $T$  definim capacitatea lanțului  $P$  ca fiind capacitatea minimă a unei muchii din  $P$ .

- Să se afișeze pentru fiecare vârf  $v$  capacitatea unicului lanț elementar de la  $s$  la  $v$  (sub forma  $v$ : capacitate lanț) **Complexitate  $O(n)$**
- Să se afișeze care este capacitatea minimă a unui lanț cu o extremitate în  $s$  și să se afișeze un astfel de lanț

<i>graf.in</i>	<i>iesire pe ecran</i>
6 2 2 3 3 2 2 1 3 4 6 3 1 2 5 1 6 3 1 2 6 1 3 1 1 3 3 1	1: 0 2: 3 3: 2 4: 3 5: 1 6: 2  Capacitatea minima este 1 pentru lantul 1 3 5
Explicații: informațiile de pe linia 2 2 3 3 2 corespunzătoare vârfului 1 se citesc astfel: varful 1 are gradul 2; primul său vecin este 2 și costul muchiei de la el la 2 este 3; al doilea sau vecin este 3, iar costul muchiei de la el la 3 este 2	



## Subiectul 2 (3 puncte)

Se citesc informații despre un graf **neorientat** ponderat conex  $G$  din fișierul `graf.in`.

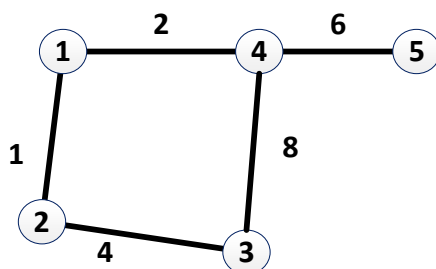
Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de muchii  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere pozitive reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unei muchii din graf
- pe ultima linie sunt un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) și un șir de  $k$  vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului  $s_1, \dots, s_k$

Să se afișeze muchiile unui graf parțial al lui  $G$  în care fiecare vârf  $v$  este conectat prin cel puțin un lanț de o sursă. Dacă există mai multe astfel de grafuri parțiale, să se determine unul cu costul total minim. Se vor afișa muchiile acestui graf parțial. De asemenea, să se afișeze și care este vârful sursă cel mai important **în acest graf parțial**, importanța unui vârf sursă fiind dată de numărul de vârfuri accesibile din acea sursă (care sunt conectate la acea sursă prin lanț). **Complexitate  $O(m \log(n))$ .**

Exemplu

<code>graf.in</code>	Iesire pe ecran (nu conteaza ordinea în care sunt afisate muchiile)
5 5 1 2 1 1 4 2 2 3 4 2 3 4 3 4 8 4 5 6 2 1 2	1 4 4 5 2 3 1



**Două surse: 1 și 2**

În graful parțial cu muchiile

1 4

4 5

2 3

din sursa 1 sunt accesibile încă două vârfuri (4 și 5), iar din

2 doar unul (3), deci 1 este mai important

### Subiectul 3 (3 puncte)

Propuneți un algoritm bazat pe algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp pentru rezolvarea următoarei probleme.

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex cu  $V_1 = \{1, \dots, p\}$  și  $V_2 = \{p+1, \dots, n\}$ :

- pe prima linie sunt 2 numere naturale  $n$  și  $m$  reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe a doua linie este  $p$
- pe următoarele  $m$  linii sunt perechi de numere  $x$   $y$  (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii,  $x \in V_1$  și  $y \in V_2$ .

Scrieți un program care citește datele despre graful  $G$  din fișierul graf.in și afișează:

a) Un cuplaj de cardinal  $k$  în  $G$ , cu  $k$  citit de la tastatură. Dacă nu există un astfel de cuplaj se va afișa mesajul “nu exista” **Complexitate  $O(km)$**

b) Muchiile unui 2-factor în  $G$ , dacă există (2-factor = graf parțial în care toate vârfurile au gradul 2) **Complexitate  $O(nm)$**

graf.in	Iesire pe ecran (soluția nu este unică)
8 10	a)
4	pentru $k=2$
1 5	1 5
1 6	2 6
1 7	b) un 2-factor:
2 5	1 5
2 6	1 6
3 5	2 5
3 7	2 6
3 8	3 7
4 7	3 8
4 8	4 7
	4 8

