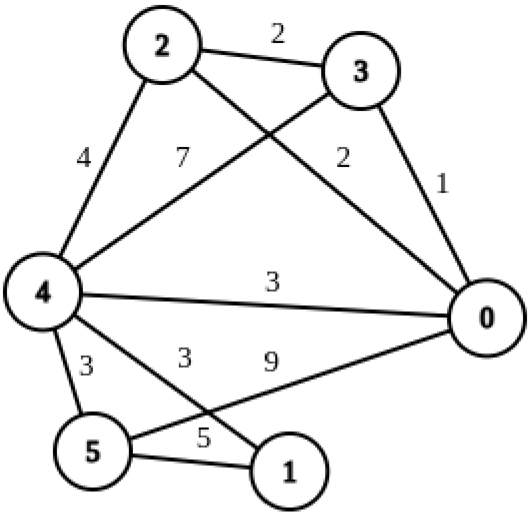
Pentru graful din stânga (vecinii se consideră în ordine lexicografică):



1) Exemplificați Dijkstra din 3, opriți-va după ce ați găsit distanța către vârful 1

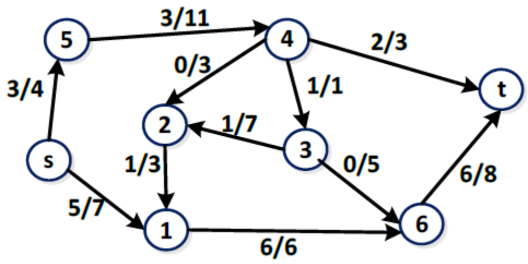
2) Cum funcționează algoritmul lui Prim din 1? Exemplificați alegerea primelor 4 muchii

3) Este graful bipartit ? Dacă nu eliminați un număr minim de muchii astfel încât el sa devina bipartit. Care este numărul maxim de muchii ale unui graf bipartit cu 7 vârfuri? Justificați.

4) Există lanț eulerian în graf? Dacă nu adăugați număr minim de muchii astfel încât graful format sa admită lanț eulerian, descriind și strategia după care ați adăugat muchiile. Indicați un lanț eulerian în graful obținut. Enunțați o condiție necesară și suficientă ca un graf neorientat să aibă un lanț eulerian.

0.5p fiecare problema 1)-4)

5) Definiți noțiunile de flux, tăietură, tăietură minimă și lanț nesaturat/drum de creștere. Ilustrați pașii algoritmului Ford-Fulkerson pentru rețeaua din figura următoare (pe un arcul e sunt trecute valorile f(e)/c(e) reprezentând flux/capacitate), pornind de la fluxul indicat și alegând la fiecare pas un s-t lanț f-nesaturat de lungime minimă (algoritmul Edmonds-Karp)**.** Indicați o tăietură (s-t tăietură) minimă în rețea (se vor indica vârfurile din bipartiție, arcele directe, arcele inverse) și determinați capacitatea acestei tăieturi. Mai există și o altă s-t tăietură minimă în această rețea? Justificați răspunsurile (**1p)**



6) a) Dați exemplu de un graf planar conex care are o hartă având exact o față de grad 4 și o hartă care nu are fețe de grad 4.
b) Fie M = (V,E, F) o hartă conexă în care lungimea minimă a unui ciclu este 4, cu $n = |V| \geq 4$ și $m=|E|$. Arătați că $m \leq 2n - 4$ și există în M cel puțin două vârfuri de grad mai mic sau egal cu 3. Mai mult, pentru orice $n \geq 4$ arătați că există un astfel de graf cu n vârfuri și $2n - 4$ muchii.
(**1.5p)**