UNIVERZITET U NIŠU
ELEKTRONSKI FAKULTET

Danica Đorđević

Komparativna analiza algoritama klasifikacije

Tehnike i metode analize podataka

Mentor: Suzana Stojković
Student: Danica Đorđević 1121

Niš, 2021. god.

Sadržaj

1. UVOD 3

2. DATA MINING 5

2.1. PREPROCESIRANJE PODATAKA 6

2.1.1. ČIŠĆENJE PODATAKA 7

2.1.2. TRANSFORMACIJA PODATAKA 9

2.1.3. REDUKCIJA PODATAKA 10

2.2. MAŠINSKO UČENJE 11

2.2.1. NENADGLEDANO UČENJE 13

2.2.2. NADGLEDANO UČENJE 16

2.2.2.1. REGRESIJA 16

2.2.2.2. KLASIFIKACIJA 18

2.3. STABLA ODLUKE 19

2.4. NAIVNI BAJESOV ALGORITAM 25

2.5. K-NAJBLIŽI SUSEDI ALGORITAM 30

2.6. POREĐENJE ALGORITAMA 32

3. IMPLEMENTACIJA 33

4. ZAKLJUČAK 44

5. LITERATURA 45

1. UVOD

Tehnološki razvoj je doveo do digitalizacije i automatizacije velikog broja procesa. Mnoga ljudska zanimanja su prethodnih decenija zamenile mašine, kompjuteri i različiti softveri. Kako bi mašina mogla da zameni čoveka, neophodno je da poseduje ljudske veštine i mogućnost donošenja zaključka na osnovu trenutnog stanja u okruženju. Ono što je potrebno mašinama jeste, zapravo, ljudska inteligencija. Zbog potreba automatizacije procesa, stvorila se nova grana u inženjerstvu - veštačka inteligencija. Veštačka inteligencija je vrsta inteligencije koju demonstriraju mašine, za razliku od prirodne inteligencije koju iskazuju ljudi i životinje, koja obuhvata i svest i emotivnost. Ovo znači da mašine poseduju neki nivo inteligencije i sposobne su da samostalno donose zaključke i rešavaju probleme.

Razvoj veštačke inteligencije je počeo 50ih godina XX veka, kada je i termin "veštačka inteligencija" prvi put iskorišćen. Tada nastupa i "zlatno doba" veštačke inteligencije (1956-1974). Programi razvijani u ovom periodu su za većinu ljudi bili fascinantni. Kompjuteri su rešavali probleme iz algebre, dokazivali teoreme iz geometrije i učili da govore Engleski jezik. Nakon ovog "zlatnog" perioda nastupa prva "zima" veštačke inteligencije (1974-1980). U ovom periodu je veštačka inteligencija bila predmet mnogih kritičara, a imala je i brojne finansijske neuspehe. Istraživači koji su se bavili veštačkom inteligencijom nisu uspeli da shvate težinu problema sa kojima su se suočavali. Ogroman optimizam podigao je veoma visoka očekivanja, a kada se obećani rezultati nisu ostvarili, finansiranje veštačke inteligencije je nestalo. Uprkos poteškoćama sa javnom percepcijom veštačke inteligencije krajem 70-ih, nove ideje su istraživane u logičkom programiranju, zdravom razumu i mnogim drugim oblastima. Osamdesetih godina XX veka, veštačka inteligencija kreće da se razvija ponovo. U ovom periodu (1980-1987) su nastali takozvani "ekspert" sistemi, a znanje je postalo fokus svih glavnih istraživanja. Ovi sistemi predstavljaju program koji odgovara na pitanja ili rešava probleme u vezi sa određenim domenom znanja, koristeći logička pravila koja proizilaze iz znanja stručnjaka u tim domenima. Ekspertski sistemi ograničili su se na mali domen specifičnog znanja (čime su izbegli zdravorazumski problem znanja), a njihov jednostavan dizajn relativno je olakšao izgradnju novih programa i modifikaciju programa, koji su postojali pre. Nakon ovog perioda dolazi još jedna "zima" u razvoju veštačke inteligencije (1987-1993), u kome su finansiranja za njen razvoj još jednom predstavljala problem. Ponovni razvoj, polje veštačke inteligencije je postiglo krajem XX i početkom XXI veka (1993-2011). Područje veštačke inteligencije je, konačno postiglo neke od svojih najstarijih ciljeva. Ovo polje je počelo da se uspešno koristi u tehnološkoj industriji. U ovom periodu kreće razvoj naprednog mašinskog učenja, koje će znatno uticati na dalji razvoj ovog polja.

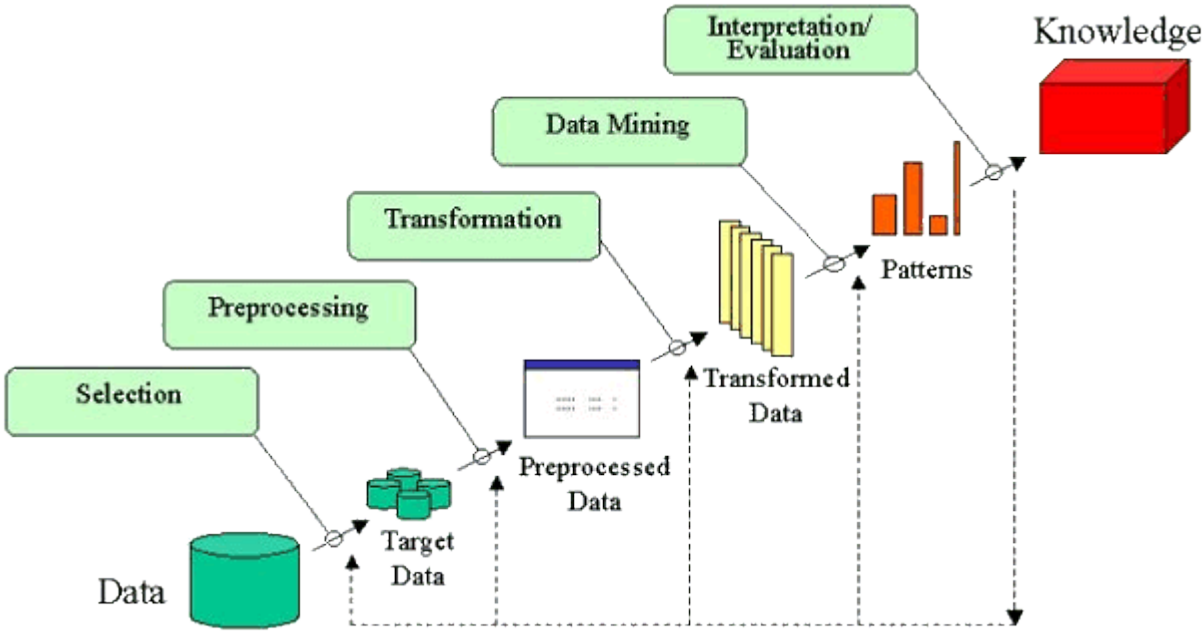
U nastavku rada će biti više reči o tehnikama i metodama analize podataka (*eng. data mining*), preprocesiranju i čišćenju podataka, mašinskom učenju, podeli mašinskog učenja, kao i o klasifikaciji. Biće izvršeno i upoređivanje tri algoritma za klasifikaciju: algoritma baziranog na stablima odlučivanja, algoritma K-najbližih suseda i Naiv Bajesovog algoritma.

2. DATA MINING

Data mining je proces pronalaženja anomalija, obrazaca i korelacija u velikim skupovima podataka radi predviđanja ishoda. Koristeći širok spektar tehnika, mogu se koristiti ove informacije za povećanje prihoda, smanjenje troškova, poboljšanje odnosa sa kupcima, smanjenje rizika i još mnogo toga. Širok proces pronalaženja znanja u podacima i primena određenih metoda data mining-a na visokom nivou se naziva procesom otkrivanja znanja. Ovim procesom se bave istraživači mašinskog učenja, prepoznavanja obrazaca, baza podataka, statistike, veštačke inteligencije, sticanja znanja za ekspertske sisteme i vizualizacije podataka. Cilj procesa otkrivanja znanja je izdvajanje znanja iz podataka u kontekstu velikih baza podataka. To se realizuje korišćenjem metoda (algoritama) za rukovanje podacima da bi se izdvojilo (identifikovalo) ono što se smatra znanjem, u skladu sa specifikacijama mera i granicama, koristeći bazu podataka zajedno sa potrebnom transformacijom ili preprocesingom te baze podataka. Celokupni proces pronalaženja i tumačenja obrazaca iz podataka uključuje ponovljenu primenu sledećih koraka:

- Razumevanje domena aplikacije, ciljeva krajnjih korisnika i relevantnog predznanja,
- Stvaranje ciljnog skupa podataka (*eng. dataset*) - što uključuje odabir skupa podataka ili fokusiranje na određeni podkup promenljivih ili uzoraka podataka na kojima treba izvršiti otkrivanje,
- Preprocesiranje podataka - što uključuje uklanjanje odstupanja (*eng. outlier*) i šumova, razvijanje strategije za rukovanje nedostajućim vrednostima polja podataka, itd.,
- Redukcija podataka i projekcija - ovaj korak uključuje pronalaženje korisnih karakteristika za predstavljanje podataka u zavisnosti od cilja zadatka, korišćenje metoda za smanjenje ili transformaciju dimenzionalnosti,
- Izbor metode data mining-a koja će se primeniti - to mogu biti regresija, klasifikacija, klasterizacija, itd.,
- Izbor data mining algoritma - što uključuje izvor metoda koje će se koristiti za traženje obrazaca u podacima, odabir prikladnih modela i parametara,
- Obučavanje - uključuje traženje obrazaca od interesa u određenom reprezentativnom obliku ili skupu takvih reprezentacija, kao što su pravila klasifikacije, regresija, klasterovanje, itd.,
- Interpretacija rezultata,
- Utvrđivanje otkrivenog znanja.

Ovaj proces je prikazan na slici broj 1.



Slika 1. Proces otkrivanja znanja

U nastavku će biti više reči o preprocesiranju podataka, kao i o data minig metodama.

2.1. Preprocesiranje podataka

Preprocesiranje podataka je u praksi veoma važno. To je data mining tehnika koja transformiše sirove podatke u razumljivije, korisnije i efikasnije formate. Data mining vodi računa o kvalitetu podataka, dok mašinsko učenje ne uzima u obzir kvalitet podataka. Podaci koji se prikupljaju sa različitih izvora mogu biti nepouzdani, pa je neophodno da se ti problemi otklone pre primenjivanja algoritma za mašinsko učenje, u suprotnom će donošenje odluka biti takođe nepouzdano.

Preprocesiranje podataka je često neophodno jer podaci mogu biti nepotpuni, nekonzistentni, duplicirani i puni šumova. Koraci u preprocesiranju podataka su sledeći:

- **Čišćenje podataka,**
- **Transformacija podataka,**
- **Redukcija podataka.**

2.1.1. Čišćenje podataka

U ovom koraku se vrši rukovanje nedostajućim podacima i šumovima. Do nedostatka vrednosti u poljima dataset-a može doći zbog brisanja te vrednosti usled nerazumevanja ili nekonzistentnosti, zbog smatranja da je taj podatak nerelevantan u trenutku prikupljanja podataka, zbog lošeg rada programa ili aplikacije, itd. Postoje razne strategije za rešavanje ovog problema. neke od njih su:

- **Brisanje redova koji imaju nedostajuće podatke** - ovim se može znatno smanjiti veličina dataseta i time ugroziti pouzdanost donošenja zaključaka,
- **Ponovno unošenje nedostajućih podataka** - ova metoda je u većini slučajeva neefikasna jer je proces ponovnog unošenja svih nedostajućih vrednosti često previše dug i zahtevan,
- **Korišćenje globalne konstantne** - kod ove metode se nedostajućim poljima mogu dodeliti vrednosti globalno definisanih promenljivih, poput *`Unknown`* ili *0*,
- **Srednja vrednost kolone** - ova metoda popunjava nedostajuća polja srednjom vrednošću, koja predstavlja srednju vrednost svih poznatih vrednosti u toj koloni,
- **Srednja vrednost klase** - ova metoda popunjava nedostajuća polja srednjom vrednošću, koja predstavlja srednju vrednost svih poznatih vrednosti te klase,
- **Medijana** - ova metoda popunjava nedostajuća polja medijanom te kolone,
- **Nasumična dodela vrednosti** - kod ove metode se poljima koja nemaju unetu vrednost dodeljuje nasumična vrednost nekog polja unutar te kolone,
- **Linearna interpolacija** - kod ove metode se nedostajuća vrednost popunjava srednjom vrednošću gornjeg i dodnjeg suseda unutar iste kolone,
- **Najučestalija vrednost** - kod ove metode se poljima koja nemaju unetu vrednost dodeljuje najučestalija vrednost unutar te kolone.

Šumovi predstavljaju podatke koji odstupaju od ostalih vrednosti ili su modifikovani. Šumovi nastaju zbog neispravnog prikupljanja podataka, grešaka pri unosu podataka, itd. Takođe, šumovi mogu nastati i prirodnim putem. Na primer, ako se prikupljaju podaci o prihodima ljudi, prihodi Mark Zuckerberg-a će biti daleko veći od prihoda ostalih ljudi i njegov prihod će se prikazivati kao šum. Da bi se šumovi iz podataka uklonili, neophodno je izvršiti izglađivanje podataka (*eng. data smoothing*). Postoje tri glavne strategije u uklanjanju šumova, a to su:

- **Bining** (*eng. binning*) - ova metoda radi nad sortiranim podacima. Svi podaci su podeljeni na segmente jednake veličine, a zatim se izvode različite metode za izglađivanje. Svaki segmentirani deo se obrađuje odvojeno. Svi podaci u segmentu mogu se zameniti srednjim vrednostima ili se granične vrednosti mogu koristiti za dovršavanje zadatka.
- **Regresija** - kod ove metode se podaci mogu izgladiti njihovim uklapanjem u regresionu funkciju. Korišćena regresija može biti linearna (koja ima jednu nezavisnu promenljivu) ili višestruka (koja ima više nezavisnih promenljivih).
- **Klasterizacija** - ova metoda grupiše slične podatke u klastere. Odstupanja mogu ostati neotkrivena ili se mogu detektovati ako ispadnu iz granica klastera.

U ovom radu je izvršena detekcija vrednosti koje odstupaju (*eng. outlier*) korišćenjem *Tukey* metode. Outlieri su definisani kao:

- Q1-1.5(Q3-Q1) - za vrednosti ispod granice,
- Q3+1.5(Q3-Q1) - za vrednosti iznad granice.

Gde Q1 predstavlja prvi kvartil, a Q3 treći kvartil. Cela metoda pronalaženja odstupanja se zasniva na kvartilima podataka. Prvi kvartil Q1 je vrednost ≥ 1/4 podataka, drugi kvartil ili medijana je vrednost ≥ 1/2 podataka, a treći kvartil K3 je vrednost ≥ 3/4 podataka. Interkvartilni opseg (IQR) predstavlja razliku trećeg i prvog kvartila (Q3-Q1). Kvantili I interkvantilni opseg su prikazani na slici broj 2.

Slika 2. Kvantili i interkvantilni opseg

2.1.2. Transformacija podataka

Ovaj korak se preduzima da bi se podaci transformisali u odgovarajuće forme, pogodne za data mining. Transformacija podataka može uključivate sledeće metode:

- **Normalizacija** - radi se nad numeričkim tipovima podataka, radi skaliranja vrednosti podataka u određenom opsegu (najčešće u opsegu od 0 do 1 ili od -1 do 1). Najčešće se koristi *Min-Max* tehnika, koja koristi formulu na slici 3, gde A' predstavlja normalizovanu vrednost, a A originalnu vrednost,

$$A' = \frac{A - Min}{Max - Min}(newMax - newMin) + newMin$$

Slika 3. Formula koja se koristi u Minmax tehnici

- **Standardizacija** - radi se nad numeričkim tipovima podataka, radi skaliranja vrednosti podataka u zavisnosti od standardne normalne distribucije (nakon standardizacije, srednja vrednost je 0, a standardna devijacija 1). Najčešće se koristi *z-score* tehnika, koja koristi formulu prikazanu na slici 4, gde A' predstavlja normalizovanu vrednost, a A originalnu vrednost,

$$A' = \frac{A - Mean}{StandardDeviation}$$

Slika 4. Formula koja se koristi u Z-score tehnici

- **Decimalno skaliranje** - radi se nad numeričkim tipovima podataka, radi skaliranja vrednosti podataka. Kod ove metode se decimalni zarez vrednosti A pomera za *j* pozicija, gde *j* predstavlja minimalni broj pozicija tako da apsolutni maksimum uzima vrednosti u opsegu [0,1]. Ova metoda koristi formulu sa slike 5, gde A' predstavlja normalizovanu vrednost, a A originalnu vrednost,

$$A' = \frac{A}{10^j}$$

Slika 5. Formula koja se koristi kod decimalnog skaliranja

- **Selekcija atributa** - kod ovog metoda se novi atributi izvode iz datog skupa atributa kako bi pomogli procesu data mining-a.
- **Diskretizacija** - ovde se vrši transformacija kontinualnih atributa u diskretne,
- **Generisanje kocepta hijararhije** - ovde se atributi pretvaraju iz nižeg nivoa u viši nivo u hijerarhiji. Na primer, atribut „grad“ može se pretvoriti u „država“.

2.1.3. Redukcija podataka

Data mining je tehnika koja se koristi za rukovanje ogromnom količinom podataka. Prilikom rada sa ogromnom količinom podataka, analiza je sve teža. Da bi analiza bila lakša za obavljanje, koristi se tehnika za smanjenja podataka. Cilj redukcije podataka je povećati efikasnost skladištenja i smanjiti troškove skladištenja i analize podataka. Neki od koraka u redukciji podataka su:

Agregacija podataka - ova tehnika podrazumeva kombinovanje dva ili više atributa (ili objekata) u jedan atribut (objekat). Podaci se smanjuju primenom OLAP operacija poput *slice*, *dice*, *rollup*. Koristi najmanji nivo neophodan za rešavanje problema,

Redukcija dimenzionalnosti - u ovoj metodi se atributi ili dimenzije podataka smanjuju. Nisu svi atributi neophodni za data mining. Najprikladniji podskup atributa bira se tehnikama poput PCA (Principal Componenet Analysis) i Wavelet-ove transformacije,

Brojno smanjenje (eng. Numerosity reduction) - ova tehnika smanjuje obim podataka odabirom manjih obrazaca za reprezentaciju podataka. Brojno smanjenje se može izvršiti pomoću histograma, klasterovanja ili semplovanja podataka. Brojno smanjenje je ponekad neophodno jer je obrada celokupnog skupa podataka skupa i dugotrajna.

Selekcija podskupa atributa - kod ove metode se relevantni atributi koriste, a nerelevantni odbacuju. Za obavljanje izbora atributa može se koristiti nivo značajnosti i p-vrednost atributa. Atribut koji ima p-vrednost veću od nivoa značajnosti može se odbaciti.

2.2. Mašinsko učenje

Mašinsko učenje predstavlja deo veštačke inteligencije i proučava računarske algoritme, koji se progresivno poboljšavaju kroz iskustvo. Algoritmi mašinskog učenja grade model zasnovan na uzroku podataka, poznatom kao trening podaci, kako bi radio predikciju ili donosio odluke, a da za to nije izričito programiran. Algoritmi mašinskog učenja koriste se u širokom spektru aplikacija, poput filtriranja elektronske pošte i računarskog vida, gde je teško ili neizvodljivo razviti konvencionalne algoritme za izvršavanje potrebnih zadataka. Podskup mašinskog učenja usko je povezan sa računarskom statistikom, koja se fokusira na predviđanje pomoću računara. Ali nije svo mašinsko učenje statističko učenje. Studija matematičke optimizacije obezbeđuje metode, teoriju i domene primene u polju mašinskog učenja. Mining podataka je srodno područje proučavanja, fokusirajući se na istraživačku analizu podataka kroz nenadgledano učenje. U svojoj primeni na poslovne probleme, mašinsko učenje se naziva i prediktivnom analitikom.

Mašinsko učenje obuhvata računare koji otkrivaju kako mogu da izvršavaju zadatke, a da za to nisu specifično programirani. Uključuje računare koji uče na osnovu obezbeđenih podataka, kako bi kasnije izvršavali određene zadatke. Za jednostavne zadatke dodeljene računarima, moguće je programirati algoritme koji mašini govore kako da izvrši sve korake potrebne za rešavanje datog problema, to znači da mašini nije potrebno učenje jer ima sve moguće korake koji joj pomažu da reši problem. Napredniji zadaci mogu predstavljati izazov za čoveka, jer on ručno kreira potrebne algoritme. U praksi se može ispostaviti efikasnije pomoći mašini da razvije sopstveni algoritam, umesto da ljudski programeri preciziraju svaki potreban korak. Disciplina mašinskog učenja koristi različite pristupe za podučavanje računara da izvršavaju zadatke tamo gde nije dostupan potpuno zadovoljavajući algoritam. U slučajevima kada postoji ogroman broj potencijalnih odgovora, jedan od pristupa je označavanje nekih tačnih odgovora kao validnih. To se zatim može koristiti kao podaci za obuku računara, za poboljšanje algoritma koji koristi za utvrđivanje tačnih odgovora. Postoje različiti pristupi u mašinskom učenju, koji se dele u tri kategorije:

- **Nenadgledano učenje** - Algoritmu učenja nisu dostupne vrednosti željenih izlaza, a cilj je otkrivanje skrivenih obrazaca u podacima i učenje karakterisika.
- **Nadgledano učenje** - Računaru su dostupni ulazi i željeni izlazi, a cilj je naučiti opšte pravilo koje mapira ulaze na izlaze.
- **Pojačano učenje** - Računarski program komunicira sa dinamičkim okruženjem u kojem mora da postigne određeni cilj (npr. vožnja vozilom ili

igranje igre protiv protivnika). Dok se kreće kroz problem, programu se daju povratne informacije koje su analogne nagradama, koje pokušava da maksimizira.

Mašinsko učenje i analiza podataka se koriste da bi iz neke količine podataka izvukle znanje. Izdvajanje znanja je proces prikupljanja informacija iz strukturiranih i nestrukturiranih izvora kako bi se stvorila baza znanja za identifikovanje smislenih i korisnih obrazaca iz velikih i semantički nejasnih (*eng. fuzzy*) skupova podataka. Nejasni skupovi podataka su skupovi čiji elementi imaju određeni nivo članstva. Stepen članstva definisan je funkcijom članstva koja se vrednuje između 0 i 1. Izdvojeno znanje se ponovo koristi, zajedno sa izvornim podacima. Proces otkrivanja znanja uključuje programsko istraživanje velike količine podataka za obrasce koji se mogu nabrojati kao znanje. Stečeno znanje je predstavljeno kao više modela prema kojima se mogu postaviti određena ispitivanja, po potrebi. Otkrivanje znanja spaja koncepte računarske nauke i mašinskog učenja (kao što su baze podataka i algoritmi) sa statistikama radi rešavanja korisnički orijentisanih upita i problema. Znanje se može opisati u različitim oblicima, kao što su klase učesnika, modeli pridruživanja atributa i zavisnosti. Otkrivanje znanja u velikim podacima koristi osnovne mašinske algoritme koji su dizajnirani za klasifikaciju, klasterizaciju, smanjenje dimenzionalnosti i zajedničko filtriranje.

U nastavku će biti reči o nenadgledanom i nadgledanom učenju.

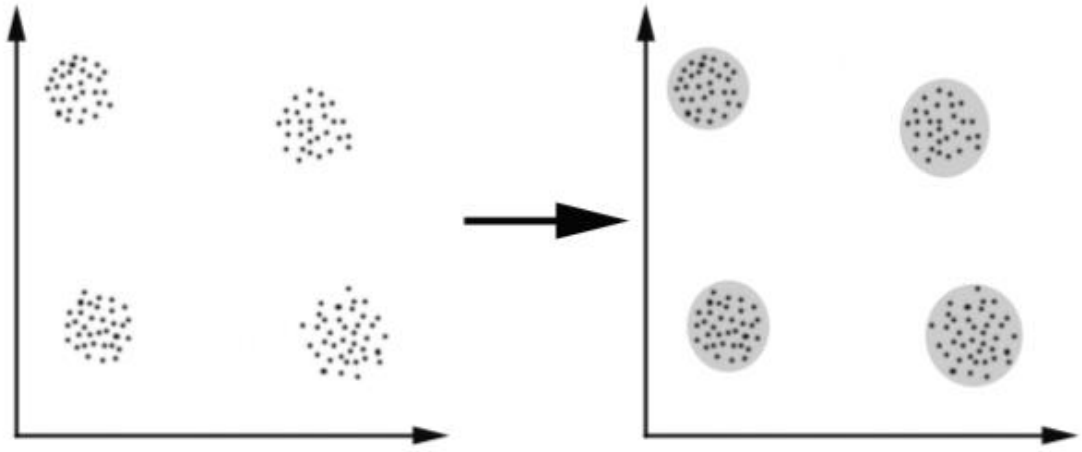
2.2.1. Nenadgledano učenje

Nenadgledano učenje je vrsta algoritma koja uči obrasce iz neobeleženih podataka. U nekim problemima sa prepoznavanjem obrazaca, trening podaci se sastoje od skupa ulaznih vektora *x* bez odgovarajućih ciljnih vrednosti. Cilj takvih nenadgledanih problema učenja može biti otkrivanje grupa sličnih primera unutar podataka, gde se to naziva grupisanjem, ili utvrđivanje načina na koji se podaci distribuiraju u prostoru, poznatom kao procena gustine. Jednostavnije rečeno, za n-uzorkovani prostor x_1 do x_n, prave oznake klasa nisu predviđene za svaki uzorak, što je poznato kao učenje bez "nastavnika". Nenadgledano učenje je teže u poređenju sa zadacima nadgledanog učenja. Kod ovog oblika učenja je teže proceniti da li su rezultati od značaja, s obzirom da nisu dostupne realne vrednosti rešenja tj. podaci su neoznačeni. Za procenu rezultata neophodno je da stručnjak pogleda i analizira rezultate, a to se naziva eksterno vrednovanje. Pored eksternog vrednovanja, neophodno je definisati i ciljnu funkciju klasterovanja tj. uraditi internu evaluaciju. Iako je nenadgledano učenje teže, ono ima i svoje prednosti. Obeležavanje velikih datasetova je vrlo skupo, a ručno obeležavanje može biti dugotrajan proces. Stoga je lakše raditi sa neoznačenim podacima, kao što je to slučaj prilikom prepoznavanja govora. Postoje i slučajevi kada ne znamo na koliko klasa su podaci podeljeni, što je slučaj kod mining-a podataka. Takođe, možda ima potrebe za korišćenjem klasterizacije da bi se stekao određeni uvid u strukturu podataka pre dizajniranja klasifikatora. Nenadgledano učenje se može podeliti u dve kategorije:

- **Parametarsko nenadgledano učenje** - U ovom slučaju pretpostavljamo parametarsku distribuciju podataka. Pretpostavlja se da podaci uzorka potiču iz populacije koja sledi raspodelu verovatnoće na osnovu fiksnog skupa parametara. Teoretski, u normalnoj porodici distribucija, svi članovi imaju isti oblik i parametrišu se srednjom i standardnom devijacijom. To znači da ako su srednja i standardna devijacija poznate veličine i da je distribucija normalna, poznata je i verovatnoća bilo kog budućeg posmatranja. Parametarsko nenadgledano učenje uključuje izgradnju Gausovih mešovitih modela i korišćenje algoritma očekivanja-maksimizacije (*eng. Expectation-Maximization*) za predviđanje klase uzorka. Ovaj slučaj je mnogo teži od standardnog nadgledanog učenja, jer ne postoje oznake klasa, pa stoga ne postoji tačna mera tačnosti za proveru rezultata.
- **Neparametarsko nenadgledano učenje** - U neparametrizovanoj verziji učenja bez nadzora, podaci su grupisani u klastere, gde svaki klaster govori nešto o kategorijama i klasama prisutnim u podacima. Ova metoda se obično koristi za modeliranje i analizu podataka sa malim veličinama uzoraka. Za razliku od parametarskih modela, neparametrijski modeli ne

zahtevaju od modelara bilo kakve pretpostavke o raspodeli populacije, pa se tako ponekad nazivaju metodom bez raspodele.

Klasterovanje se može smatrati najvažnijim problemom nenadglednaog učenja. Kao i svaki drugi problem ove vrste, i ovaj problem se bavi pronalaženjem strukture u kolekciji neobeleženih podataka. Oskudna definicija klasterizacije može biti proces organizovanja objekata u klastere čiji su članovi na neki način slični. Klaster je stoga kolekcija objekata koji su slični među sobom i koji se razlikuju od objekata koji pripadaju drugim klasterima. Primer izdvajanja klastera je prikazan na slici 6.



Slika 6. Izdvajanje uzoraka u kalstere

Skup tačaka, sa određenim rastojanjem između tačaka, se grupišu u određeni broj klastera, tako da:

- **interno rastojanje** tačaka unutar klastera bude malo, što znači da su objekti unutar klastera međusobno slični,
- **eksterno rastojanje** tačaka između klastera bude veliko, što znači da su objekti unutar tih klastera međusobno različiti.

Cilj klasterizacije je odrediti interno grupisanje u skupu neobeleženih podataka. Postavlja se pitanje kako odlučiti šta predstavlja dobro grupisanje. Može se pokazati da ne postoji apsolutni „najbolji“ kriterijum koji bi bio nezavisan. Shodno tome, korisnik je taj koji treba da pruži ovaj kriterijum na takav način da rezultat klasterizacije odgovara njihovim potrebama.

Nadgledano i nenadgledano učenje se često zajedno spominju zajedno. Za razliku od nadgledanog učenja, nenadgledano učenje koristi neobeležene podatke. Iz tih podataka otkriva obrasce koji pomažu u rešavanju problema. Ovo je posebno korisno kada stručnjaci za predmet nisu sigurni u uobičajena svojstva u skupu podataka. Uobičajeni algoritmi klasterovanja su hijerarhijski, K-srednji (*eng. K-means*) i mešani Gaussovi modeli.

Do polunadgledanog učenja dolazi kada je označen samo deo zadatih ulaznih podataka. Nenadgledano i polunadgledano učenje mogu biti privlačnije alternative, jer može biti dugotrajno i skupo osloniti se na stručnost domena za označavanje podataka na odgovarajući način za nadgledano učenje. U nastavku će biti više reči o nadgledanom učenju.

2.2.2. Nadgledano učenje

Nadgledano učenje je najčešće korišćena podgrana mašinskog učenja danas. Nadgledani algoritmi mašinskog učenja dizajnirani su za učenje na primerima. Naziv „nadgledano“ učenje potiče od ideje da je obuka ove vrste algoritma kao da nastavnik nadgleda čitav proces.

Kada se trenira algoritam nadgledanog učenja, trening podaci sastojaće se od ulaza uparenih sa tačnim izlazima. Tokom treninga, algoritam će tražiti obrasce u podacima koji su u korelaciji sa željenim rezultatima. Nakon treninga, nadgledani algoritam učenja unosiće nove neviđene ulaze i određivaće na osnovu kojih podataka će biti označeni novi ulazi na osnovu prethodnih trening podataka. Cilj nadgledanog modela učenja je da predvidi tačnu oznaku za nove ulazne podatke. U svom najosnovnijem obliku, nadgledani algoritam učenja može se napisati jednostavno kao:

$$Y = f(x)$$

Gde je *Y* predviđeni izlaz koji je određen funkcijom mapiranja koja dodeljuje klasu ulaznoj vrednosti *x*. Funkciju koja se koristi za povezivanje ulaznih karakteristika sa predviđenim izlazom stvara model mašinskog učenja tokom treninga. Nadgledano učenje se može podeliti u dve potkategorije:

- klasifikacija i
- regresija.

2.2.2.1. Regresija

Regresija je prediktivni statistički proces gde model pokušava da pronađe važnu vezu između zavisnih i nezavisnih promenljivih. Cilj algoritma regresije je predvideti kontinualni broj kao što su prodaja, prihod i rezultati testova. Jednačina za osnovnu linearnu regresiju može se napisati na sledeći način:

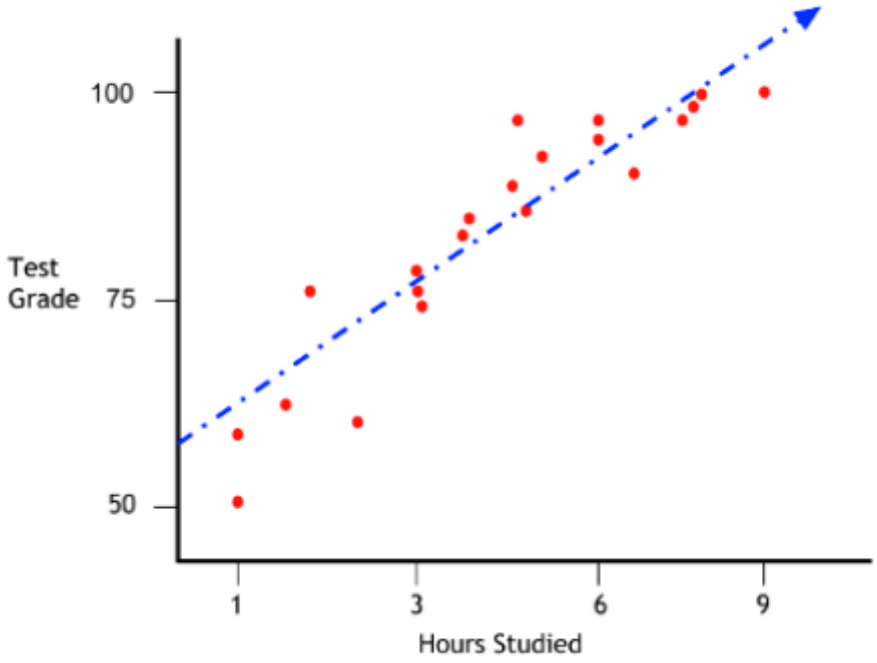
$$\hat{y} = w[0] * x[0] + w[1] * x[1] + \cdots + w[i] * x[i] + b$$

Gde je x[i] karakteristika(x) za podatke, a gde su w[i] i b parametri koji se razvijaju tokom treninga. Za jednostavne modele linearne regresije sa samo jednom osobinom u podacima, formula izgleda ovako:

$$\hat{y} = wx + b$$

Gde je w nagib, x je pojedinačna karakteristika, a b je presek na y osi. Ova jednačina zapravo predstavlja jednačinu prave. Za jednostavne regresione probleme kao što je ovaj, predviđanja modela predstavljena su linijom koja najbolje odgovara. Za modele koji koriste dve karakteristike, koristiće se ravan. A za model koji koristi više od dve osobine koristiće se hiperravan.

Recimo da je zadatak predvideti ocenu studenta na testu u zavisnosti od toga koliko je sati učio pred taj test. Pretpostavimo da nacrtani podaci sa linijom koja najbolje odgovara izgledaju ovako (slika 7):



Slika 7. Zavisnost ocene na testu i broja sati koje je student proveo učeći

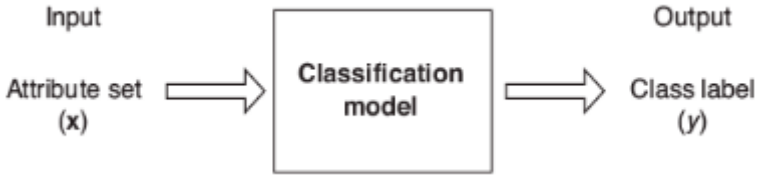
Postoji jasna pozitivna korelacija između količine sati koje je student proveo učeći za test (nezavisna promenljiva) i konačnog rezultata testa studenta (zavisna promenljiva). Kroz tačke podataka može se povući linija koja najbolje odgovara, kako bi se prikazala predviđanja modela kada se dobije novi ulaz. Recimo da treba da se sazna koliko dobro će student proći na testu, ako je za njega učio pet sati. Može se koristiti linija koja najbolje odgovara za predviđanje rezultata testa na osnovu performansi drugih učenika. Sa slike 7, se može videti da student sa 5 sati učenja može da očekuje da na testu osvoji 80 poena. Postoji mnogo različitih vrsta algoritama regresije. Tri najčešća su:

- Linearna regresija

- Logistička regresija
- Polinomska regresija

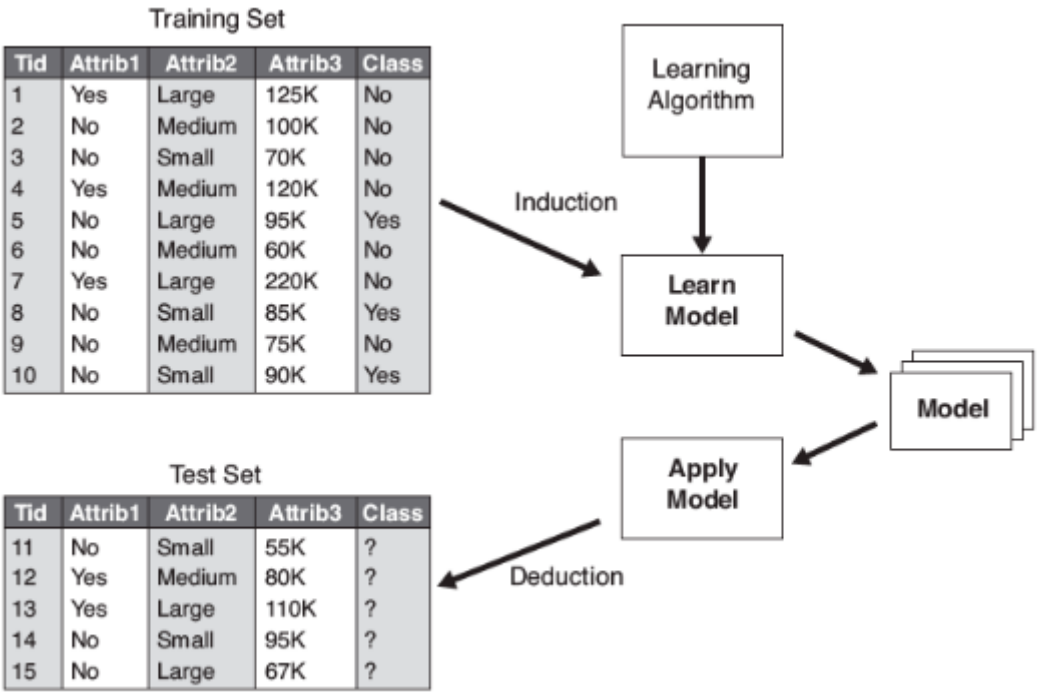
2.2.2.2. Klasifikacija

Klasifikacija je postupak predviđanja klase zadatih podataka. Klase se ponekad nazivaju ciljnim atributima ili karakteristikama. Klasifikaciono prediktivno modeliranje je zadatak približavanja funkcije mapiranja (f) od ulaznih promenljivih (X) do diskretnih izlaznih promenljivih (y). Prikaz rada klasifikacionog modela na dat na sledećoj slici (slika 8):



Slika 8. Rad klasifikacionog modela

Sve tehnike klasifikacije koriste algoritme učenja da bi pronašli model koji najbolje opisuje vezu između atributa i klasne labele trening podataka. Model bi trebalo da vrši predikciju i nepoznatih podataka, koji se nazivaju test podaci. Na sledećoj slici (slika 9) je prikazan proces izgradnje modela za klasifikaciju:



Slika 9. Proces izgradnje modela za klasifikaciju

Na primer, otkrivanje neželjene pošte kod dobavljača usluga e-pošte može se identifikovati kao problem klasifikacije. Ovo je binarna klasifikacija, jer postoje samo 2 klase: neželjena pošta i željena pošta. Klasifikator koristi neke trening podatke da bi razumeo kako se date ulazne promenljive odnose na klasu. U ovom slučaju, poznati podaci o neželjenoj i željenoj pošti moraju se koristiti kao trening podaci. Kada se klasifikator pravilno obuči, može se koristiti za otkrivanje nepoznate e-pošte.

Mnogo je primena klasifikacije u mnogim domenima, poput odobrenja kredita, medicinske dijagnoze, ciljnog marketinga itd. Postoje dve vrste učenika koji se svrstavaju u:

- **Lenje učesnike** - oni jednostavno čuvaju podatke o treningu i čekaju dok se ne pojave podaci o testiranju. Kada se to dogodi, klasifikacija se vrši na osnovu podataka koji su najviše povezani u uskladištenim trening podacima. U poređenju sa željnim učenicima, lenji učenici imaju manje vremena za obuku, ali više vremena za predviđanje. Primeri: K-najbliži sused, rezonovanje zasnovano na slučaju.
- **Željne učesnike** - oni konstruišu model klasifikacije na osnovu datih trening podataka pre nego što dobiju podatke za klasifikaciju. Zbog konstrukcije modela, željnim učenicima treba puno vremena za treniranje i manje vremena za predviđanje. Primeri: stablo odlučivanja, naivni Bajesov algoritam, veštačke neuronske mreže.

Danas je dostupno mnogo algoritama za klasifikaciju, ali nije moguće zaključiti koji je superiorniji od drugog. U nastavku će biti obrađena tri algoritma za klasifikaciju: algoritam baziran na stablima odluke, algoritam K najbližih suseda i Naiv Bajesov algoritam.

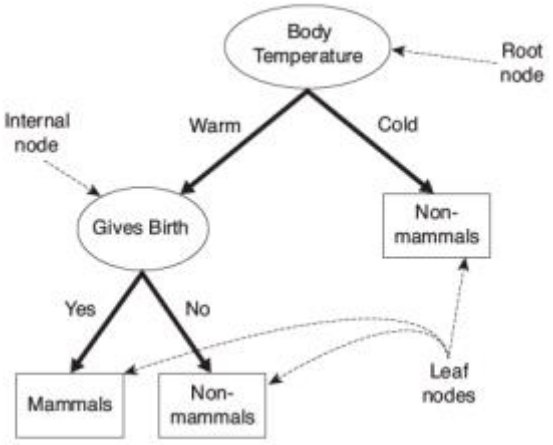
2.3. Stabla odluke

Klasifikacija korišćenjem stabla odluke je jednostavna i često korišćena tehnika prilikom klasifikacije podataka. Ovakav klasifikator rešava problem tako što postavlja niz pitanja u vezi atributa, kako bi došao do zaključka. Svaki odgovor na postavljeno pitanje sledi podpitanje, sve dok se ne dođe do zaključka tj. sve dok se ne odredi kojoj klasi objekat pripada. Postavljena pitanja i odgovori na ista se mogu organizovati u vidu stabla odluke. Takvo stablo ima određenu hijararhiju i sastoji se od tipa čvora:

- **Koren** - čvorovi koji ne poseduju ulazne grane, a imaju više ili nijednu izlaznu granu,

- **Interni čvorovi** - čvorovi koji ima tačno jednu ulaznu granu, a dve ili više izlaznih,
- **Listovi** - čvorovi koji imaju tačno jednu ulaznu granu, a nijednu izlaznu.

U stablu odluke se svakom listu dodeljuje klasna labela. Neterminalni čvorovi, koji uključuju koren i ostale interne čvorove, imaju testirajuće uslove atributa, koji razdvajaju različite karakteristike objekata. Na sledećoj slici (slika 10) je prikazano stablo odluke prilikom klasifikacije sisara:



Slika 10. Stablo odluke pri klasifikaciji sisara

U zavisnosti od dobijenog seta atributa, može se konstruisati mnogo različitih stabla odluke. Neka od tih stabla vrše precizniju klasifikaciju od drugih. Pronalaženje optimalnog stabla je računski neizvodljivo zbog eksponencijalne veličine prostora za pretragu. Uprkos tome, efikasni algoritmi su uspešno razvijeni da se u razumnom vremenskom intervalu indukuje razumno tačno, mada suboptimalno stablo odluka. Ovi algoritmi najčešće koriste pohlepnu (*eng. greedy*) strategiju za odabir atributa na kome će da se vrši podela. Jedan takav algoritam se zove Hantov algoritam, koji prestavlja osnovu mnogih drugih algoritama kao što su CART, C4.5 i ID3.

U Hantovom algoritmu se stablo odluke rekurzivno gradi, particionisanjem trening skupa na sukcesivne podskupove. Neka je D_t skup trening podataka, koji su povezani sa čvorom t i neka je $y=\{y_1, y_2, ..., y_c\}$skup klasnih atributa. U nastavku je data rekurzivna definicija Hantovog algoritma:

- **Korak 1**: Ako svi objekti u skupu D_t pripadaju istoj klasi y_t, onda je čvor t list, označen sa y_t klasom.
- **Korak 2**: Ako skup D_t sadrži objekte koji pripadaju više klasama, testirajući uslov atributa je selektovan radi particionisanja objekta na manje delove. Čvor potomak se kreira za svaki ishod testirajućeg uslova i objekati u skupu D_t se distibuiraju potomcima u zavisnosti od ishoda. Algoritam se, zatim rekurzivno primenjuje na svaki čvor potomak.

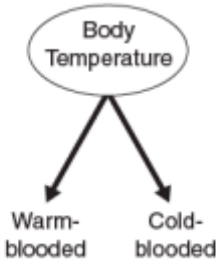
Hantov algoritam će raditi ako je svaka kombinacija vrednosti atributa prisutna u trening podacima i ako svaka kombinacija ima jedinstvenu oznaku klase. Ove pretpostavke su suviše stroge za upotrebu u većini praktičnih situacija. Potrebni su dodatni uslovi za rešavanje sledećih slučajeva:

- Moguće je da su neki od čvorova potomaka, kreiranih u koraku 2, prazni tj. ne postoje objekti povezani sa ovim čvorovima. To se može dogoditi ako nijedan objekat u trening skupu nema kombinaciju vrednosti atributa povezanih sa takvim čvorovima. U ovom slučaju, čvor se proglašava čvorom lista sa istom oznakom klase kao i većina klasa koje imaju objekti trening skupa povezani sa njegovim roditeljskim čvorom.
- U koraku 2, ako svi objekti povezani sa D_t imaju identične vrednosti atributa (osim oznake klase), tada te zapise nije moguće dalje deliti. U ovom slučaju, čvor je proglašen čvorom lista sa istom oznakom klase kao i većina klasa koje imaju objekti trening skupa povezani sa ovim čvorom.

Algoritam učenja za indukciju stabla odluke mora da obradi sledeća dva pitanja:

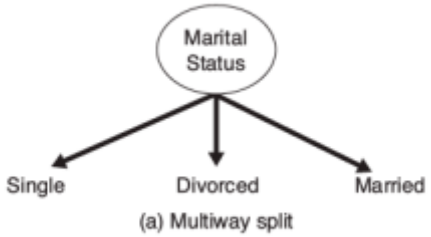
- **Kako bi trebalo podeliti trening skup?** - svaki rekurzivni korak u procesu rasta stabla odluke mora odabrati uslov ispitivanja atributa da bi se zapisi podelili na manje podskupove. Da bi primenio ovaj korak, algoritam mora da obezbedi metod za specifikaciju uslova testa za različite tipove atributa, kao i objektivnu meru za procenu kvaliteta svakog testa.
- **Kako bi procedura deljenja trebalo biti zaustavljena?** - Uslov zaustavljanja je potreban da bi se zaustavio proces rasta stabla odluke. Moguća strategija je nastavak širenja čvora sve dok svi objekti ne pripadaju istoj klasi ili svi objekti imaju identične vrednosti atributa. Iako su oba uslova dovoljna da zaustave bilo koji algoritam indukcije stabla odluka, mogu se nametnuti i drugi kriterijumi koji će omogućiti da se postupak rasta stabala ranije završi.

Algoritmi indukcije stabla odluka moraju da obezbede metodu za izražavanje uslova ispitivanja atributa i njegovih odgovarajućih ishoda za različite tipove atributa. Uslov testa za binarni atribut generiše dva potencijalna ishoda, kao što je prikazano na slici 11:



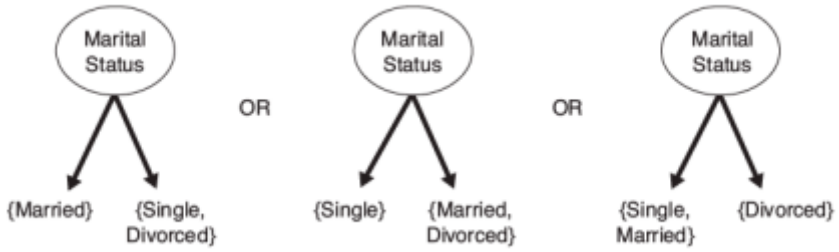
Slika 11. Generisanje dva potencijalna ishoda kod binarnog atributa

S obzirom da nominalni atribut može imati mnogo vrednosti, njegovo probno stanje može se izraziti na dva načina. Za višestruko razdvajanje, broj ishoda zavisi od broja različitih vrednosti za odgovarajući atribut. Na primer, ako atribut kao što je bračni status ima tri različite vrednosti: samac, oženjen ili razveden - njegovo testno stanje će proizvesti trosmernu podelu. Ova podela je prikazana na slici 12:



Slika 12. Trosmerna podela atributa

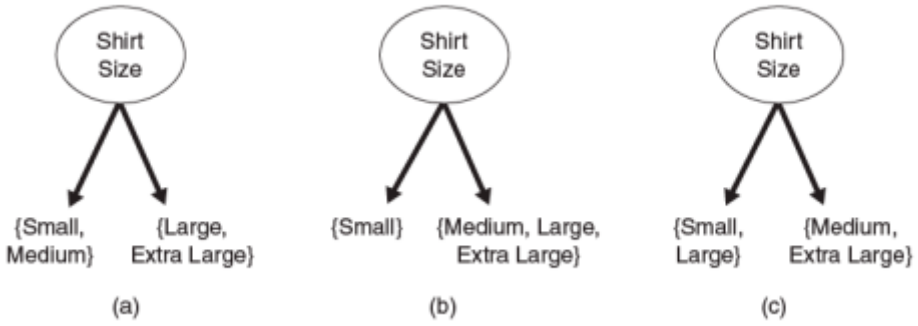
S druge strane, neki algoritmi stabla odlučivanja, poput CART, proizvode samo binarne podele razmatrajući sve $2^{k-1} - 1$ načina stvaranja binarne particije vrednosti k atributa. Slika ispod (slika 13) ilustruje tri različita načina grupisanja vrednosti atributa za bračno stanje u dva podskupa.



Slika 13. Tri različita načina grupisanja vrednosti atributa za bračno stanje

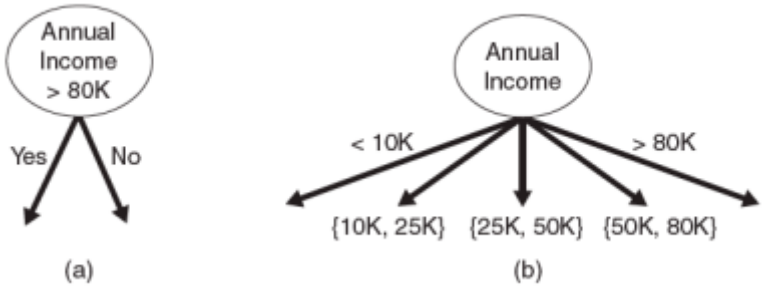
Ordinalni atributi takođe mogu proizvesti binarne ili višestruke podele. Redovne vrednosti atributa mogu se grupisati sve dok grupisanje ne krši

svojstvo redosleda vrednosti atributa. Slika 14 ilustruje različite načine razdvajanja zapisa o treningu na osnovu atributa veličina košulje. Grupisanja prikazana na slikama 14 (a) i 14 (b) čuvaju redosled vrednosti atributa, dok grupisanje prikazano na slici 14 (c) krši ovo svojstvo jer kombinuje vrednosti atributa Small i Large u istu particiju dok se Medium i Extra Large kombinuju u drugu particiju.



Slika 14. Različiti načini razdvajanja atributa „veličina košulje“

Za kontinualne atribute, uslov testa može se izraziti kao test upoređivanja ($A < v$) ili ($A \geq v$) sa binarnim ishodima ili upit opsega sa ishodima oblika $v_i \leq A < v_{i+1}$, za $i = 1, ..., k$. Razlika između ovih pristupa prikazana je na slici 15. Za binarni slučaj, algoritam stabla odlučivanja mora uzeti u obzir sve moguće podeljene položaje v i bira onaj koji je najbolji. Za višestruko razdvajanje, algoritam mora uzeti u obzir sve moguće opsege kontinualnih vrednosti. Jedan od pristupa je primena strategija diskretizacije. Nakon diskretizacije, svakom rednom intervalu će se dodeliti nova redna vrednost. Susedni intervali se takođe mogu agregirati u šire opsege.



Slika 15. Razlika između različitih pristupa kod kontinualnih atributa

Stvaranje binarnog stabla odluka zapravo je proces podele ulaznog prostora. Pohlepni (*eng. greedy*) pristup se koristi za podelu prostora koji se naziva rekurzivno binarno cepanje. Ovo je numerički postupak u kojem su sve vrednosti poređane i različite tačke podele se isprobavaju i testiraju pomoću

funkcije troška. Bira se podela sa najboljim troškovima (najniži trošak jer troškove treba minimizirati). Sve ulazne promenljive i sve moguće tačke razdvajanja procenjuju se i biraju na pohlepan način (npr. najbolja tačka podele se bira svaki put). Za klasifikaciju se koristi funkcija Gini indeksa koja daje pokazatelj koliko su čvorovi lista „čisti" tj. on meri stepen ili verovatnoću da je određena promenljiva pogrešno klasifikovana kada je slučajno izabrana.. Gini indeks se definiše kao:

$$G = \sum p_k(1 - p_k)$$

Gde je G Ginijev indeks za sve klase, p_k je procenat trening primera sa klasom k u pravougaoniku od interesa. Čvor koji ima sve klase istog tipa (savršena čistoća klase) imaće G = 0, dok će kao G koji ima 50-50 podela klasa za binarni problem klasifikacije (najlošija čistoća) imati G = 0,5. Za rešavanje binarnog problema, prethodna formula se može napisati kao:

$$G = 2 \cdot p_1 \cdot p_2$$

ili

$$G = 1 - (p_1^2 + p_2^2)$$

Vrednost Gini indeksa za svaki čvor procenjen je ukupnim brojem instanci u roditeljskom čvoru. Ginijev rezultat za odabranu tačku podele u binarnom problemu klasifikacije izračunava se na sledeći način:

$$G = \left(1 - (g_{11}^2 + g_{12}^2)\right)\frac{n_{g_1}}{n} + \left(1 - (g_{21}^2 + g_{22}^2)\right)\frac{n_{g_2}}{n}$$

Gde je G Ginijev indeks za tačku razdvajanja, g_{11} je procenat primeraka u grupi 1 za klasu 1, g_{12} za klasu 2, g_{21} za grupu 2 i klasu 1, g_{22} grupa 2 klase 2, n_{g1} i n_{g2} su ukupan broj slučajeva u grupi 1 i 2, i n je ukupan broj instanci koje pokušavamo da grupišemo od roditeljskog čvora.

Gore opisani postupak rekurzivnog binarnog cepanja mora da zna kada treba da zaustavi cepanje dok prolazi kroz stablo sa trening podacima. Najčešći postupak zaustavljanja je korišćenje minimalnog broja trening primera dodeljenih svakom čvoru lista. Ako je broj manji od nekog minimuma, razdvajanje se ne prihvata i čvor se uzima kao završni čvor lista. Broj članova treninga prilagođen je skupu podataka. Definiše koliko će drvo biti specifično za trening podatke. Previše specifično (npr. Ako je broj jednak jedinici) i stablo će prekomerno opremiti trening podatke i verovatno će imati loše performanse na skupu testova.

Kriterijum zaustavljanja je važan jer znatno utiče na performanse stabla odluke. Jedna od tehnika koja se koristi za poboljšanje performansa je *pruning*.

Pruning je tehnika kompresije podataka u algoritmima mašinskog učenja i pretraživanja koja smanjuje veličinu stabala odluka uklanjanjem delova stabla koji su nekritični i suvišni za klasifikaciju instanci. Pruning smanjuje složenost konačnog klasifikatora, a time i poboljšava tačnost predviđanja smanjenjem prekomerne opremnjenosti (*eng. overfitting*). Složenost stabla odluke definiše se kao broj cepanja u stablu. Poželjnija su jednostavnija stabla. Lako ih je razumeti, a manja je verovatnoća da će prekomerno opremiti podatke. Najbrža i najjednostavnija metoda pruninga je proći kroz svaki čvor lista na drvetu i proceniti efekat uklanjanja pomoću skupa testova za zadržavanje. Čvorovi lista uklanjaju se samo ako to rezultuje padom funkcije ukupnih troškova na celom skupu testova. Prestaje se sa uklanjanjem čvorova kada ne mogu da se naprave dodatna poboljšanja. Mogu se koristiti sofisticiranije metode pruninga, poput obrezivanja složenosti troškova (takođe se naziva pruning najslabije veze), gde se parametar učenja (alfa) koristi za odluku da li se čvorovi mogu ukloniti na osnovu veličine podstabla.

Dobre strane ovog algoritma jesu to što nije neophodno pripremati, skalirati i normalizovati podatke pre primene algoritma, nedostajuće vrednosti ne utiču značajno na proces izgradnje stabla odluke i ovaj algoritam je veoma lako razumeti. Loše strane su to što mala promena podataka može prouzrokovati veliku promenu u strukturi stabla i može izazvati nestabilnost modela. Sračunavanja koja se vrše u ovom algoritmu ponekad mogu biti mnogo složenija u poređenju sa ostalim algoritmima i cešto je vreme za obuku modela duže.

2.4. Naivni Bajesov algoritam

Naivni Bajesov algoritam je jednostavan, ali iznenađujuće moćan algoritam za prediktivno modeliranje. U mašinskom učenju često postoji zainteresovanost za odabir najbolje hipoteze (h) datih podataka (d). U klasifikacionom problemu, hipoteza (h) može biti klasa koju treba dodeliti za novu instancu podataka (d). Bajesova teorema daje način na koji se može izračunati verovatnoća hipoteze, s obzirom na prethodno znanje. Bajesova teorema navodi se kao:

$$P(\mathrm{h}|\mathrm{d}) = \frac{P(\mathrm{d}|\mathrm{h}) \cdot P(\mathrm{h})}{P(\mathrm{d})}$$

Gde je P(h|d) verovatnoća hipoteze h, s obzirom na podatke d. To se naziva posterior verovatnoća. P(d|h) je verovatnoća podataka d, obzirom da je hipoteza h bila tačna. P(h) je verovatnoća da je hipoteza h tačna (bez obzira na podatke). To se naziva prethodnom verovatnoćom h. P(d) je verovatnoća podataka (bez obzira na hipotezu).

Od interesa je izračunavanje posterior verovatnoće P(h|d) iz prethodne verovatnoće p(h) sa P(d) i P(d|h). Nakon izračunavanja posteriorne verovatnoće za niz različitih hipoteza, može se odabrati hipoteza sa najvećom verovatnoćom. Ovo je maksimalno verovatna hipoteza i formalno se može nazvati maksimum a posteriori (MAP) hipotezom. Procena maksimalne posteriori verovatnoće (MAP) je procena nepoznate veličine koja je jednaka modu posteriorne raspodele. MAP se može koristiti za dobijanje bodovne procene neopažene veličine na osnovu empirijskih podataka. Usko je povezan sa metodom procene maksimalne verodostojnosti (*eng. maximum likelihood*), ali koristi prošireni cilj optimizacije koji uključuje prethodnu raspodelu (koja kvantifikuje dodatne informacije dostupne putem prethodnog znanja o povezanom događaju) nad količinom koju neko želi da proceni. Procena MAP-a se stoga može smatrati regularizacijom procene maksimalne verovatnoće. Ovo se može zapisati kao:

$$\mathrm{MAP(h)} = \max\left(P(\mathrm{h}|\mathrm{d})\right)$$

ili

$$\mathrm{MAP(h)} = \max\left(\frac{P(\mathrm{d}|\mathrm{h}) \cdot P(\mathrm{h})}{P(\mathrm{d})}\right)$$

ili

$$\mathrm{MAP(h)} = \max\left(P(\mathrm{d}|\mathrm{h}) \cdot P(\mathrm{h})\right)$$

P(d) je normalizujući pojam koji omogućava izračunavanje verovatnoće. Može se izostaviti kada nas zanima najverovatnija hipoteza, jer je konstantna i koristi se samo za normalizaciju. Ako u trening podacima postoji paran broj primeraka u svakoj klasi, verovatnoća svake klase (npr. P (h)) biće jednaka. Ovo bi bio konstantan pojam u jednačini i P(h) bi se mogao izostaviti, tako da jednačina sada izgleda ovako:

$$\mathrm{MAP(h)} = \max\left(P(\mathrm{d}|\mathrm{h})\right)$$

Naivni Bajes je algoritam klasifikacije za binarne i višeklasne probleme klasifikacije. Tehniku je najlakše razumeti kada se opisuje pomoću binarnih ili kategoričkih ulaznih vrednosti. Nazvan je naivnim Bajesom ili idiotskim Bajesom, jer je proračun verovatnoće za svaku hipotezu pojednostavljen kako bi njihov proračun bio izvodljiv. Umesto da pokušavaju da izračunaju vrednosti svake vrednosti atributa P (d1, d2, d3 | h), pretpostavlja se da su uslovno nezavisne s obzirom na ciljnu vrednost i izračunate kao P (d1 | h) * P (d2 | H) itd. Ovo je vrlo moćna pretpostavka koja je malo verovatna u stvarnim podacima, tj. malo je verovatno da atributi ne interaguju međusobno. Ipak, pristup iznenađujuće dobro radi na podacima za koje ova pretpostavka ne važi.

Reprezentacija za naivni Bajesov algoritam je verovatnoća. Lista verovatnoća se čuva u evidenciji za naučeni naivni Bajesov model. Ovo uključuje:

- **Verovatnoću klase**: Verovatnoće svake klase u skupu trening podataka.
- **Uslovne verovatnoće**: Uslovne verovatnoće svake ulazne vrednosti date za svaku vrednost klase.

Trening je brz jer treba izračunati samo verovatnoću svake klase i verovatnoću svake klase s obzirom na različite ulazne vrednosti. Postupcima optimizacije nije potrebno podešavati koeficijente.

Verovatnoće klase su jednostavno učestalost instanci koje pripadaju svakoj klasi podeljena ukupnim brojem instanci. Na primer, u binarnoj klasifikaciji verovatnoća instance koja pripada klasi 1 izračunava se kao:

$$P\ (klasa = 1)\ = \frac{broj\ (klasa = 1)}{broj\ (klasa = 0)\ +\ broj\ (klasa = 1)}$$

U najjednostavnijem slučaju svaka klasa bi imala verovatnoću od 0,5 ili 50% za binarni problem klasifikacije sa istim brojem instanci u svakoj klasi.

Uslovne verovatnoće su učestalost svake vrednosti atributa za datu vrednost klase podeljena učestalošću slučajeva sa tom vrednošću klase. Na primer, ako atribut „vreme“ ima vrednosti „sunčano“ i „kišovito“, a atribut klase ima vrednost klase „izlazak“ i „ostani kod kuće“, tada su uslovne verovatnoće svake vremenske vrednosti za svaku klasu vrednost se može izračunati kao:

$$P\ (vreme = sunčano \mid klasa = izlazak) = \frac{broj\ (instance\ sa\ vremenom = sunčano\ i\ klasa\ =\ izlazak)}{broj\ (instance\ sa\ klasom\ =\ izlazak)}$$

$$P\ (vreme = sunčano \mid klasa\ =\ boravak\ kod\ kuće) = \frac{broj\ (instance\ sa\ vremenom\ =\ sunčano\ i\ klasa\ =\ boravak\ kod\ kuće)}{broj\ (instance\ sa\ nastavom\ =\ boravak\ kod\ kuće)}$$

$$P\ (vreme = kiša \mid klasa\ =\ izlazak) = \frac{broj\ (instance\ sa\ vremenom\ =\ kiša\ i\ klasa\ =\ izlazak)}{broj\ (instance\ sa\ klasom\ =\ izlazak)}$$

$$P\ (vreme = kiša \mid klasa\ =\ boravak\ kod\ kuće) = \frac{broj\ (instance\ sa\ vremenom\ =\ kiša\ i\ klasa\ =\ boravak\ kod\ kuće)}{broj\ (instance\ sa\ nastavom\ =\ boravak\ kod\ kuće)}$$

S obzirom na naivni Bajesov model, može se vršiti predviđanje novih podataka korišćenjem Bajesove teoreme:

$$\text{MAPA}\,(h) \;=\; \max\left(P\,(d \mid h)\;\cdot\;P\,(h)\right)$$

Koristeći gornji primer, ako postoji nova instanca sa sunčanim vremenom, može se izračunati:

$$izlazak \;=\; P\,(vreme \;=\; sunčano \mid klasa \;=\; izlazak)\;\cdot\;P\,(klasa \;=\; izlazak)$$

$$ostati\ kod\ kuće \;=\; P\,(vreme \;=\; sunčano \mid klasa \;=\; ostati\ kod\ kuće)\;\cdot\;P\,(klasa \;=\; ostati\ kod\ kuće)$$

Može se odabrati klasa koja ima najveću izračunatu vrednost. Ove vrednosti se mogu pretvoriti u verovatnoće normalizacijom na sledeći način:

$$P\,(izlazak \mid vreme \;=\; sunčano) \;=\; \frac{izlazak}{izlazak \;+\; ostati\ kod\ kuće}$$

$$P\,(ostati\ kod\ kuće \mid vreme \;=\; sunčano) \;=\; \frac{ostati\ kod\ kuće}{izlazak \;+\; ostati\ kod\ kuće}$$

Ako bi postojalo više ulaznih promenljivih gornji primer bi se mogao proširiti. Na primer, ako se doda atribut „automobil“ sa vrednostima „radi“ i „pokvaren“. Ovu verovatnoću treba pomnožiti u jednačinu.

U proračunu ispod je prikazana jednačina za oznaku klase „izlazak“ sa dodatkom ulazne promenljive automobila podešene na „radi“:

$$izlazak \;=\; P\,(vreme \;=\; sunčano \mid klasa \;=\; izlazak)\;\cdot\;P\,(automobil \;=\; radi \mid klasa \;=\; izlazak)\;\cdot\;P\,(klasa \;=\; izlazak)$$

Iznad su izračunate verovatnoće za ulazne vrednosti za svaku klasu korišćenjem frekvencije. Pomoću unosa sa stvarnom vrednošću može se izračunati srednja i standardna devijacija ulaznih vrednosti za svaku klasu da bi se sumirala raspodela. To znači da pored verovatnoće za svaku klasu, moramo sačuvati i srednju vrednost i standardna odstupanja za svaku ulaznu promenljivu za svaku klasu. Ovo je jednostavno izračunavanje srednjih vrednosti i vrednosti standardne devijacije svake ulazne promenljive (k) za svaku vrednost klase.

$$srednja\ vrednost\ (k)\ =\ \frac{1}{n}\ suma\ (k)$$

Gde je n broj slučajeva, a k vrednosti za ulaznu promenljivu u trening podacima. Standardnu devijaciju možemo izračunati pomoću sledeće jednačine:

$$standardna\ devijacija\ (k) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(x_i - srednja\ vrednost(k)^2)}$$

Ovo je kvadratni koren prosečne kvadratne razlike svake vrednosti k od srednje vrednosti k, gde je n broj primeraka, x_i je specifična vrednost k promenljive za i-tu instancu, srednja vrednost (k) je navedena u formuli iznad.

Verovatnoće novih k vrednosti izračunavaju se pomoću Gausove funkcije gustine verovatnoće (*eng. Gaussian Probability Density Function - PDF*). Prilikom predviđanja ovi parametri se mogu uključiti u Gausov PDF sa novim ulazom za promenljivu, a zauzvrat Gausov PDF će dati procenu verovatnoće te nove vrednosti unosa za tu klasu.

$$PDF(x, mean, sd) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ sd} e^{-\frac{x-mean^2}{2sd^2}}$$

Gde je pdf(k) Gausov PDF, *mean* i *sd* su srednja vrednost i standardna devijacija izračunate gore, PI je numerička konstanta, e je numerička konstanta ili Ojlerov broj podignut na stepen i k je ulazna vrednost za ulaznu promenljivu. Tada možemo uključiti verovatnoće u gornju jednačinu da bismo predviđali ulaze sa stvarnom vrednošću. Na primer, prilagođavanje jednog od gornjih proračuna numeričkim vrednostima za vreme i automobil:

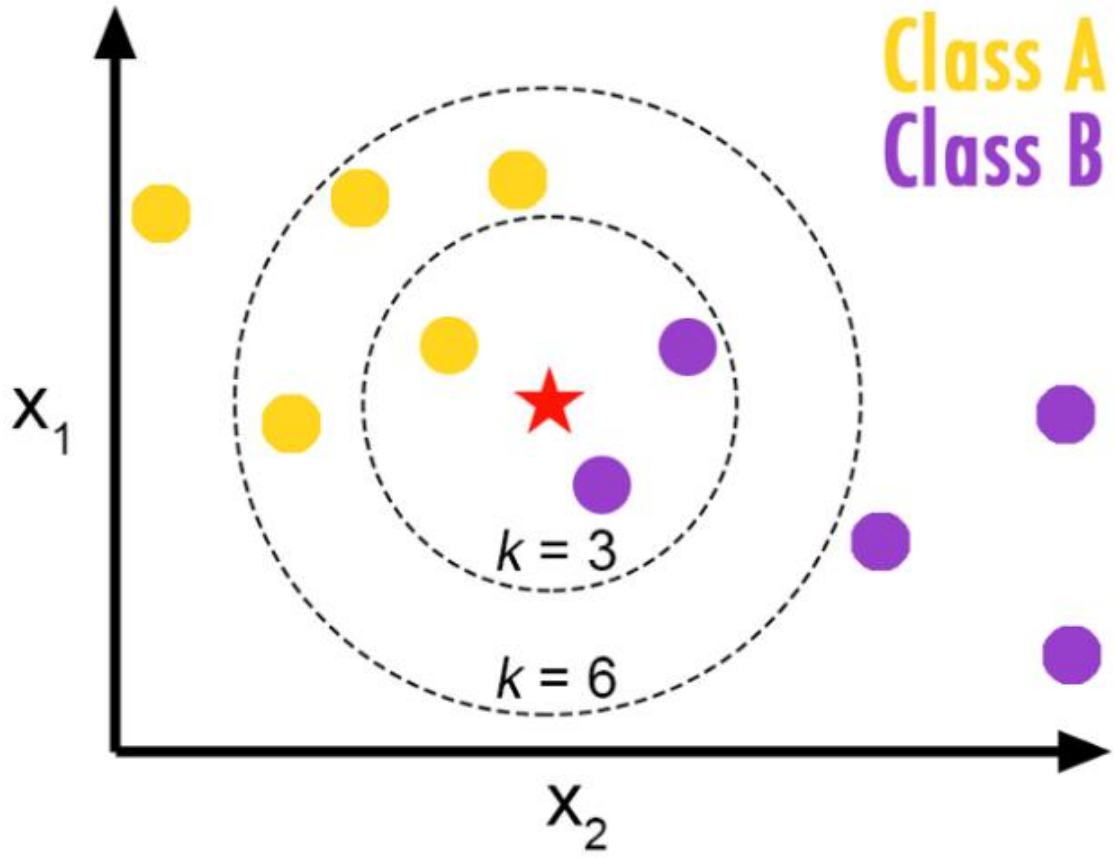
$$izlazak\ =\ P\ (pdf\ (vreme)|klasa =\ izlazak)\ *\ P\ (pdf\ (automobil)\ |\ klasa\ =\ izlazak)\ *\ P\ (klasa\ =\ izlazak)$$

Ovaj algoritam je dobar jer zahteva malu količinu trening podataka da bi procenio test podatke tj. ima kraći period obuke. Takođe, lako ga je implementirati, ali loša strana je to što naivni Bajesov algoritam pretpostavlja da su svi atributi međusobno nezavisni. U stvarnom životu gotovo je nemoguće da dobijemo skup atributa koji su potpuno nezavisni. Jos jedna loša strana ovo algoritma je to što će svi objekti sa kategoričkim promenljivama, koje nisu

zabeležene prilikom treninga, a prisutne su u test skupu, imati verovatnoći jednaku nuli. Ovo je često poznato kao nulta frekvencija.

2.5. K-najbliži susedi algoritam

Algoritam K-najbližih suseda (KNN) je jednostavan algoritam, koji se primenjuje kod nadgledanog učenja za rešavanje problema klasifikacije i regresije. Klasifikacioni problem vrši predikciju diskretnih vrednosti, a regresioni vrši predikciju realnih vrednosti. Ovaj algoritam pretpostavlja da se slične stvari nalaze u neposrednoj blizini. Algoritam izračunava udaljenost nove tačke podataka do svih ostalih tačaka trening podataka. Udaljenost može biti bilo koje vrste, npr. Euklido ili Manhattanso rastojanje itd. Zatim se bira K najbližih tačka, gde K može biti bilo koji ceo broj. Na kraju algoritam, tačku dodeljuje klasi kojoj pripada većina tačaka K podataka. Ovaj algoritam spada u grupu neparametarskih i budući da je takav, često je uspešan u situacijama klasifikacije kada je granica odluke vrlo nepravilna.



Slika 16. Primer primene algoritma K-najbližih suseda

Koraci u KNN algoritmu su sledeći:

- Učitati podatke
- Inicijalizovati K
- Za svaku tačku u podacima odraditi:
  - Izvračunati udaljenost između upitne tačke i trenutne tačke
  - Dodati rastojanje i indeks u uređenu kolekciju
- Sortirati uređenu kolekciju rastojanja i indeksa u rastućem redosledu, prema rastojanjima
- Izabrati prvih K elemenata iz sortirane kolekcije
- Izdvojiti labele izabranih K elemenata
- Vratiti labelu koja se najviše pojavljuje u tih K elemenata

Rad ovog algoritma se može opisati sa gornje slike. Crvena zvezda predstavlja test tačku čija je vrednost (2, 1, 3). Test tačka okružena je žutim i ljubičastim tačkama koje predstavljaju podatke, koji pripadaju dvema klasama. Zatim se izračunama udaljenost od test tačke do svake tačke na grafikonu. Pošto ima 10 tačaka, dobijaju se 10 rastojanja. Utvrđuje se najniža udaljenost i predviđa da pripada istoj klasi najbližeg suseda. Ako je žuta tačka najbliža, onda predviđamo da je test tačka takođe žuta tačka. Ali, u nekim slučajevima mogu se dobiti i dve razdaljine koje su tačno jednake. Onda se uzima u obzir treća tačka podataka i izračunava njena udaljenost od test tačke (test podataka). Na gornjem dijagramu (slika 16), test tačka se nalazi između žute i ljubičaste tačke. Tada se razmatra udaljenost od treće tačke podataka i predviđa da test tačka pripada ljubičastoj klasi. U ovom primeru je za K uzeta vrednost 3.

Da bi se izabralo K koje najviše odgovara izabranim podacima, pokreće se KNN algoritam nekoliko puta sa različitim vrednostima K i bira K koje smanjuje broj grešaka na koje se nailazi, zadržavajući sposobnost algoritma da tačno pravi predviđanja kada dobije podatke koje nema i koje nije video ranije. Treba imati na umu da sa porastom vrednosti K, predviđanja postaju stabilnija.

KNN algoritam izračunava udaljenost između tačaka podataka. Za ovo se koristi jednostavna formula Euklidovog rastojanja. Formula je prikazana na slici 17.

$$\mathrm{d}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \mathrm{d}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + \cdots + (q_n - p_n)^2}$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (q_i - p_i)^2}.$$

Slika 17. Formula za izračunavanje Euklidskog rastojanja

Gornja formula uzima n broj dimenzija tj. u mašinskom učenju n predstavlja broj atributa. Podrazumeva se da tačka podataka koja se nalazi na minimalnoj udaljenosti od ispitne tačke pripada istoj klasi. Gornja formula deluje isto u n broju dimenzija i stoga se može koristiti sa n brojem karakteristika tj. atributa.

Dobre strane ovog algoritma jesu jednostavna implementacija i to što se novi podaci, koji neće uticati na tačnost algoritma, mogu neprimetno dodavati, s obzirom da ovaj algoritam ne zahteva nikakav trening pre predviđanja. Loše strane jesu te što je neophodno izvršiti standardizaciju i normalizaciju podataka pre primene KNN algoritma na bilo koji skup podataka, ne radi dobro sa velikim dimenzijama jer sa velikim brojem dimenzija postaje teško izračunati udaljenost u svakoj dimenziji, ne radi dobro sa prevelikim skupovima podataka jer su troškovi izračunavanja udajenosti velike i osetljiv je na odstupanja (*eng. outlier*) i nedostajuće podatke.

2.6. Poređenje algoritama

Sva tri algoritma imaju svoje prednosti i mane. Nijedan od njih nije superiorniji od drugih u svim pogledima. Svaki od njih će davati različite rezultate nad istim skupom podataka. Rezultati tj. performanse algoritma zavise od brojnih faktora, kao što su: struktura podataka, međusobna zavisnost između atributa, tip podataka, itd. Na primer, ako postoji skup podataka u kome su atributi međusobno povezani, korišćenje naivnog Bajesovog algoritma najverovatnije nije dobra odluka. Ovaj algoritam pretpostavlja da su svi atributi međusobno nezavisni i kao takav, neće davati najbolje rezultate u ovom primeru, te se treba okrenuti drugim alternativnim algoritmima. Sa druge strane, ako postoji skup podataka u kome su atributi međusobno nezavisni, naivni Bajesov algoritam bi bio najbolja opcija.

Algoritam K-najbližih suseda je veoma lak za implementaciju i lako razumljiv. Kako je ovde proces testiranja zanemarljiv, ovaj algoritam je dobra opcija ako je cilj uštedeti vreme koje je potroši na testiranje. Sa druge strane, ako skup podataka ima veliki broj atributa, onda ovaj algoritam treba zaobići jer

je vreme, koje je potrebno za sračunavanje rastojanja, preveliko. Takođe, ovaj algoritam zahteva prethodno skaliranje podataka, što predstavlja dodatni zahtev prilikom njegovog korišćenja.

Mnogi smatraju da su algoritmi bazirani na stablima odluka najmoćniji prilikom klasifikacije. Klasifikator predviđa kojoj od klasa pripada nova tačka podataka na osnovu stabla odlučivanja. Ovaj algoritam je lako razumeti, radi i na linearnim i na nelinearnim problemima. A kao njegova najveća prednost se uzima to što nije neophodno izvršiti nikakvo skaliranje podataka pre upotrebe algoritma. U poglavlju 3 se može videti da preprocesiranje podataka ima najmanji uticaj na performanse algoritma baziranog na stablima odluke. To znači da ovaj algoritam može biti pouzdan iako podaci nisu prethodno modifikovani. Loša strana ovog algoritma je to što može imati loše rezultate nad vrlo malim skupovima podataka i lako može doći do overfitting-a. Ako je cilj obraditi podatke bez nekog velikog preprocesiranja, onda je ovaj algoritam dobra opcija, jer preprocesiranje ne utiče znatno na njegove performanse.

3. IMPLEMENTACIJA

U ovom radu je odrađeno preprocesiranje podataka, kao i upoređivanje tri algoritama za klasifikaciju. Algoritmi koji su korišćeni za klasifikaciju su:

- Naivni Bajesov algoritam,
- CART algoritam,
- K-najbližih suseda algoritam.

Iskorišćeni su algoritmi implementirani u biblioteci *sklearn*. Pre propuštanja podataka kroz algoritme, odrađeno je preprocesiranje podataka u cilju poboljšanja performansi modela.

U projektu je korišćen dataset koji je izvučen iz popisnog biroa. Treba predvideti da li osoba godišnje zaradi preko 50 hiljada dolara. Dataset ima 15 atributa, uključujući i atribut za koji se vrši predikcija tj. uključujući i klasni atribut. Ovaj dataset inicijalno sadrži 48,842 redova, ali za potrebe ovog projekta je izdvojeno 6204 reda. Svaki red sadrži sledeće atribute:

- **age** - atribut kazuje koliko godina ima pojedinac,
- **workclass** - atribut predstavlja u kom radnom odnosu je pojedinac. Ovaj atribut ima 8 jedinstvenih vrednosti,

- **fnlwgt** - atribut predstavlja finalnu težinu, koju cenzus određuje,
- **education** - atribut predstavlja nivo obrazovanja koji je pojedinac postigao. Ovaj atribut ima 16 jedinstvenih vrednosti,
- **education_num** - atribut predstavlja stepen obrazovanja,
- **marital_status** - atribut predstavlja bračni stanje pojedinca. Ovaj atribut ima 7 jedinstvenih vrednosti,
- **occupation** - atribut predstavlja čime se pojedinac bavi. ovaj atribut ima 14 jedinstvenih vrednosti,
- **relationship** - atribut koji predstavlja šta je pojedinac u odnosu na druge. Ovaj atribut ima 6 jedinstvenih vrednosti,
- **race** - atribut koji predstavlja rasu pojedinca. Ovaj atribut ima 5 jedinstvenih vrednosti,
- **sex** - atribut koji kazuje da li je osoba muškog ili ženskog pola (atribut ima 2 jedinstvene vrednosti),
- **capital_gain** - atribut koji predstavlja stečeni kapital osobe,
- **capital_loss** - atribut koji predstavlja izgubljeni kapital osobe,
- **hours_per_week** - atribut koji predstavlja broj radnih sati pojedinca na nedeljnom nivou,
- **native_country** - atribut koji kazuje iz koje države potiče pojedinac. Ovaj atribut ima 40 jedinstvenig vrednosti,
- **income** - labela koja govori da li osoba zarađuje manje ili više od 50 hiljada godišnje.

```
Atribut 'workclass' ima 8 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'education' ima 16 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'marital_status' ima 7 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'occupation' ima 14 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'relationship' ima 6 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'race' ima 5 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'sex' ima 2 jedinstvenih vrednosti
Atribut 'native_country' ima 40 jedinstvenih vrednosti
```

Slika 18. Prikaz broja jedinstvenih vrednosti za svaki od atributa

Prvo je izvršeno učitanje dataseta korišćenjem *pandas* biblioteke. Ova biblioteka učitane fajlove predstavlja u obliku DataFrame-a. DataFrame predstavlja tabelarnu reprezentaciju podataka. Podaci imaju dve dimenzije: redove i kolone. Zatim je izvršena podela tog DataFrame-a na dva dela:

- ***X*** - predstavlja redove sa svim karakteristikama, bez kolone za koju se vrši predikcija (bez klasnog atributa) tj. bez *income* kolone,
- ***y*** - predstavlja kolonu za koju se vrši predikcija i sadrži vrednosti kolone *income*.

Za dalju obradu podataka, neophodno je da se uoče distribucije vrednosti kako bi se videlo koji atributi se mogu potencijalno modifikovati. Distribucije kategoričkih atributa su date na slikama 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 i 27:

```
United-States    5545
Mexico            138
?                 108
Philippines        32
Canada             28
Germany            28
Puerto-Rico        23
Jamaica            22
China              18
South              18
Name: native_country, dtype: int64
```

Slika 19. Distribucija vrednosti atributa *native_country*

```
Private             4338
Self-emp-not-inc     501
Local-gov            380
?                    356
State-gov            245
Self-emp-inc         213
Federal-gov          170
Never-worked           1
Name: workclass, dtype: int64
```

Slika 20. Distribucija vrednosti atributa *workclass*

```
HS-grad         2007
Some-college    1451
Bachelors        997
Masters          311
Assoc-voc        263
Assoc-acdm       205
11th             202
10th             187
7th-8th          134
Prof-school      112
Name: education, dtype: int64
```

Slika 21. Distribucija vrednosti atributa *education*

```
Married-civ-spouse       2844
Never-married            2056
Divorced                  852
Separated                 207
Widowed                   164
Married-spouse-absent      77
Married-AF-spouse           4
Name: marital_status, dtype: int64
```

Slika 22. Distribucija vrednosti atributa *marital_status*

```
Prof-specialty       793
Exec-managerial      755
Adm-clerical         751
Craft-repair         741
Sales                717
Other-service        627
Machine-op-inspct    384
?                    357
Transport-moving     311
Handlers-cleaners    255
Name: occupation, dtype: int64
```

Slika 23. Distribucija vrednosti atributa *occupation*

```
Husband           2506
Not-in-family     1559
Own-child         1004
Unmarried          640
Wife               302
Other-relative     193
Name: relationship, dtype: int64
```

Slika 24. Distribucija vrednosti atributa *relationship*

```
White                5332
Black                 565
Asian-Pac-Islander    185
Amer-Indian-Eskimo     62
Other                  60
Name: race, dtype: int64
```

Slika 25. Distribucija vrednosti atributa *race*

```
Male      4143
Female    2061
Name: sex, dtype: int64
```

Slika 26. Distribucija vrednosti atributa *sex*

```
<=50K    4721
>50K     1483
Name: income, dtype: int64
```

Slika 27. Distribucija vrednosti atributa i*ncome*

Pošto atribut income ima nenumeričke vrednosti, neophodno je te vrednosti prevesti u numeričke tipa int. Ovo je urađeno u funkciji prikazanoj na sledećoj slici (slika 28):

```
def _replace_outcome_values(y):
    for i in range(len(y)):
        val = y[i].strip()
        if val == ">50K":
            y[i] = 1
        else:
            y[i] = 0
    return y
```

Slika 28. Prikaz funkcije koja vrši prevođenje tipa klasnog atributa u tip int

Ova funkcija prolazi kroz niz *y* i vrši zamenu vrednosti “>50K” jedinicom, a vrednosti “<=50K” nulom.

Na slici distribucije atributa *native_country* se može videti da je većina ljudi (skoro 90%) iz Sredinjenih Američkih Država, pa se modifikacija može uraditi baš na ovom atributu. Cilj je smanjiti broj jedinstvenih vrednosti za ovaj atribut i umesto četrdeset jedinstvenih vrednosti, imati dve. Treba zameniti vrednosti sa niskom frekventnošću pojavljivanja labelom *Other*. Tako da sada postoje samo dve jedinstvene vrednosti za atribut *native_country*: *Other* i *United-States*. Zamena je izvršena u funkciji prikazanoj na sledećoj slici (slika 29):

```
def _replace_low_frequency_countries_with_other(X):
    X['native_country'] = ['United-States ' if x ==
                           'United-States' else 'Other' for x in X['native_country']]
    return X
```

Slika 29. Funkcija koja vrši zamenu vrednosti sa niskom frekvencom pojavljivanja labelom *Other*

Ovaj dataset poseduje veliki broj kategoričkih atributa tj. atributa koji nemaju numeričku vrednost. Pošto modeli rade samo sa numeričim vrednostima, neophodno je ove atribute prevesti iz nenumeričke u numeričke oblike. Biblioteka *pandas* nudi rešenje za ovaj problem, korišćenjem *dummies* atributa. Ovaj metod za svaku jedinstvenu vrednost koju kolona poseduje, pravi nove kolone, a staru kolonu briše. Tako, na primer, ako se primeni ova metoda

na kolonu *race*, dobiće se 5 novih kolona sa binarnim vrednostima, dok će stara *race* kolona biti izbrisana. Primer primenjivanja ove metode na kolonu *race* je dat na slici 30:

	Amer-Indian-Eskimo	Asian-Pac-Islander	Black	Other	White
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	1

Slika 30. Primenjivanje *dummies* metode na kolonu *race*

U ovom primeru se mogu videti 5 novih kolona, gde vrednost 1 u koloni označava da pojedinac pripada toj rasi, a vrednost 0 označava da pojedinac ne pripada toj rasi.

Korišćeni dataset ima nedostajućih vrednosti, pa je neophodno popuniti ta polja određenim vrednostima, u zavisnosti od korišćene strategije. Za popunjavanje nedostajućih vrednosti je korišćena strategija srednje vrednosti, što znači da su se nedostajuće vrednosti u kolonama popunjavale srednjom vrednošću tih kolona. Za popunjavanje polja je korišćen *SimpleImputer* iz *sklearn* biblioteke. Ovo je implementirano u funkciji prikazanoj na slici 31:

```
def _impute_missing_values(X):
    si = SimpleImputer(missing_values=np.nan, strategy='mean')
    si.fit(X)
    X = pd.DataFrame(data=si.transform(X), columns=X.columns)
    return X
```

Slika 31. Funkcija koja vrši zamenu nedostajućih vrednosti

Zatim je izvršena detekcija outlier-a za određene kolone. Nije vršeno uklanjanje istih, već samo detekcija. Detekcija je izvršena *tukey* metodom u funkciji prikazanoj na slici 32:

```
def _find_outliers_tukey(x):
    q1 = np.percentile(x, 25)
    q3 = np.percentile(x, 75)
    iqr = q3-q1
    limit_min = q1 - 1.5*iqr
    limit_max = q3 + 1.5*iqr
    outlier_indices = list(x.index[(x < limit_min) | (x > limit_max)])
    outlier_values = list(x[outlier_indices])

    return outlier_indices, outlier_values
```

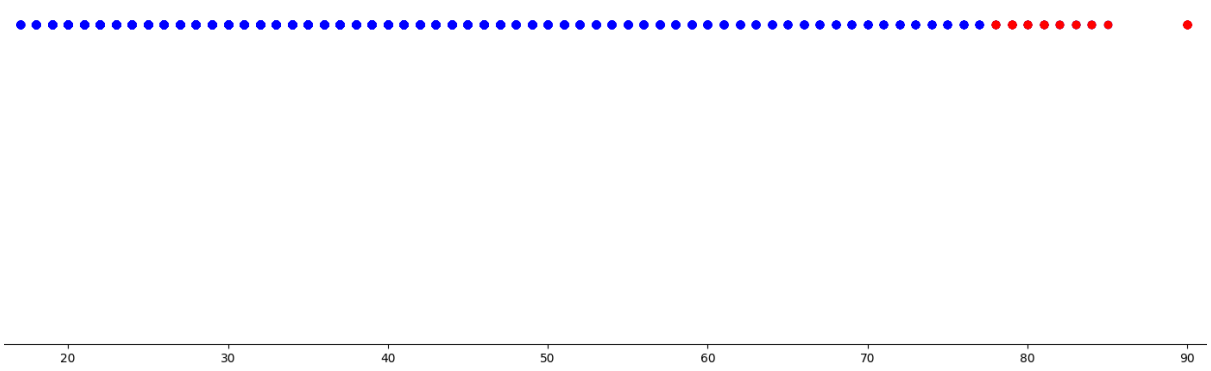
Slika 32. Funkcija koja vrši detekciju outlier-a

Vrednosti outlier-a kolone *age* su prikazani na sledećoj slici (slika 33):

```
'Outliers tukey'
array([78., 78., 78., 78., 79., 79., 79., 79., 79., 79., 80., 80., 80.,
       80., 81., 81., 81., 81., 82., 82., 83., 83., 84., 84., 85., 90.,
       90., 90., 90., 90., 90., 90., 90., 90., 90., 90.])
```

Slika 33. Odstupanja tj. outlier-i za kolonu *age*

Vizuelni prikaz distribucije vrednosti outlier-a i svih vrednosti kolone *age* su prikazani na slici 34:



Slika 34. Vizuelni prikaz odstupanja vrednosti kolone *age*

Na ovoj slici se mogu videti vrednosti izvan granica i one su prikazane crvenom bojom, dok su vrednosti koje ne odstupaju od uobičajenih vrednosti prikazane plavom bojom.

Često ulazne karakteristike interaguju na neočekivan i nelineralni način prilikom prediktivnog modeliranja. Te interakcije se modu identifikovati i modelirati pomoću algoritma za učenje. Drugi pristup je osmišljavanje novih karakteristika koje uočavaju ove interakcije i utvrđivanje da li poboljšavaju performanse modela. Pored toga, transformacije poput podizanja ulaznih promenljivih na stepen mogu pomoći u boljem uočavanju važnih odnosa između ulaznih promenljivih i ciljne promenljive tj. promenljive za koju se vrši predikcija. Ove karakteristike nazivaju se interakcije i polinomne karakteristike i omogućavaju upotrebu jednostavnijih algoritama za modeliranje, jer se tumačenja složenih ulaznih promenljivih i njihovih odnosa pomeraju u fazu pripreme podataka. Ponekad ove karakteristike mogu poboljšati performanse modeliranja, iako po cenu dodavanja hiljada ili čak miliona dodatnih ulaznih promenljivih. U implementaciji je izvršeno dodavanje interakcija i polinominalnih karakteristika. To je urađeno u funkciji prikazanoj na sledećoj slici (slika 35):

```python
def _add_interactions(df):
    combos = list(combinations(list(df.columns), 2))
    colnames = list(df.columns) + ['_'.join(x) for x in combos]

    poly = PolynomialFeatures(interaction_only=True, include_bias=False)
    df = poly.fit_transform(df)
    df = pd.DataFrame(df, columns=colnames)

    all_zero_values = [i for i, x in enumerate(list((df == 0).all())) if x]
    df = df.drop(df.columns[all_zero_values], axis=1)

    return df
```

Slika 35. Funkcija koja vrši dodavanje interakcija

Dodate interakcije znatno povećavaju broj kolona. Prvih 5 redova dataframe-a sa dodatim interakcijama je prikazan na sledećoj slici (slika 36):

	age	fnlwgt	education_num	capital_gain	...	race_ White_sex_ Male	race_ White_native_country_Other	sex_ Female_native_country_Other	sex_ Male_native_country_Other
0	38.0	234962.0	9.0	2829.0	...	1.0	1.0	0.0	1.0
1	72.0	177226.0	9.0	0.0	...	1.0	1.0	0.0	1.0
2	31.0	259931.0	4.0	0.0	...	1.0	1.0	0.0	1.0
3	55.0	189528.0	4.0	0.0	...	1.0	1.0	0.0	1.0
4	38.0	34996.0	10.0	0.0	...	0.0	1.0	1.0	0.0

[5 rows x 1630 columns]

Slika 36. Izgled prvig 5 redova dataframe-a nakon dodavanja interakcija

Na ovoj slici se može videti da dataframe sada ima 1630 kolona, što je znatno više od početnih 15. Procesiranje tolikog broja kolona nije efikasno, pa je neophodno izvršiti i redukciju broja kolona tj. neophodno je izvršiti redukciju dimenzionalnosti. To je može uraditi korišćenjem PCA(Principal Component Analysis) metode iz biblioteke *sklearn*. Prikaz funkcije koja implementira ovu funkcionalnost je dat na sledećoj slici (slika 37):

```python
def _pca(X):
    pca = PCA(n_components=10)
    X_pca = pd.DataFrame(pca.fit_transform(X))
    return X_pca
```

Slika 37. Implementacija PCA metode

Dataframe nakon redukcije dimenzionalnosti ima 10 kolona, ali te kolone nisu više povezane sa prethodnim, već nove kolone dobijaju nove numeričke nazive. Izgled dataframe-a nakon redukcije dimenzionalnosti korišćenjem PCA metode je prikazan na slici 38:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	4.603680e+08	-1.565683e+07	7.088114e+05	1.704761e+06	1.473788e+05	-52838.823539	233399.450121	153546.197217	167612.864361	-86417.009491
1	-2.043396e+08	-1.651429e+07	-5.935961e+05	8.347809e+06	1.072941e+05	-685.779770	162372.075717	86929.540199	-19285.642779	-80394.262033
2	-2.043383e+08	-1.648310e+07	2.642779e+06	-1.177344e+06	-1.268122e+06	-27744.038930	209406.504532	124026.132287	48292.490478	96700.176617
3	-2.043374e+08	-1.646142e+07	4.896327e+06	-9.190717e+04	-1.858992e+06	-32092.377953	93546.539915	42950.529469	-38964.830372	68647.632896
4	-2.043425e+08	-1.659134e+07	-8.516450e+06	1.705205e+04	-2.587862e+05	-45291.892752	1504.131647	-54915.983056	3047.100899	24799.014780
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
6199	-2.043395e+08	-1.651589e+07	-7.595636e+05	-3.905519e+06	-2.964177e+05	-35100.408105	-190262.990397	-66513.436771	128721.817277	-60992.357319
6200	-2.043389e+08	-1.649903e+07	9.907504e+05	2.198097e+06	-4.030509e+05	-29237.665461	-221283.534397	-33696.082799	74679.528787	-74820.967918
6201	-2.043352e+08	-1.640423e+07	1.075960e+07	2.442868e+06	-9.611259e+05	-12889.197566	-225086.311551	177070.498337	-209992.013130	-88907.992400
6202	-2.043399e+08	-1.652669e+07	-1.881780e+06	-2.694645e+06	1.389111e+05	-33471.930392	-218206.516380	6130.424226	65592.354062	-130637.564220
6203	-2.043373e+08	-1.645879e+07	5.129190e+06	5.330803e+04	-5.904585e+05	-20196.586251	-116003.375779	176838.162313	-13040.662382	-122795.358481

Slika 38. Izgled kolona nakon redukcije PCA metodom

Na slici se može videti da imena novih kolona nemaju nikakvo značenje, a i vrednosti u kolonama je teško razumeti. Zbog teškog tumačenja atributa i njihovih vrednosti, odlučeno je da se u implementaciji ne koristi PCA metoda za redukciju dimenzionalnosti.

Za redukciju dimenzionalnosti je iskorišćena metoda *SelectKBest* iz biblioteke *sklearn*. Ova metoda pronalazi k najrelevantnijih atributa. Rangiranje se vrši korišćenjem *f_classif* algoritma. Ovaj algoritam je nezavisan od prediktivnog metoda koji se koristi. Ovom metodom su izdvojeni samo 16 najbitnijih kolona. Kod koji vrši selekciju najbitnijih atributa je prikazan na sledećoj slici (slika 39):

```
select = sklearn.feature_selection.SelectKBest(f_classif,k=16)
selected_features = select.fit(X_train, y_train)
indices_selected = selected_features.get_support(indices=True)
colnames_selected = [X.columns[i] for i in indices_selected]

X_train_selected = X_train[colnames_selected]
X_test_selected = X_test[colnames_selected]
```

Slika 39. Selekcija k najrelevantnijih atributa

Imena selektovanih kolona su prikazana na slici 40:

```
'Selected columns: 16'
['marital_status_ Married-civ-spouse',
 'relationship_ Husband',
 'age_education_num',
 'age_marital_status_ Married-civ-spouse',
 'age_relationship_ Husband',
 'education_num_marital_status_ Married-civ-spouse',
 'education_num_relationship_ Husband',
 'hours_per_week_marital_status_ Married-civ-spouse',
 'hours_per_week_relationship_ Husband',
 'marital_status_ Married-civ-spouse_relationship_ Husband',
 'marital_status_ Married-civ-spouse_race_ White',
 'marital_status_ Married-civ-spouse_sex_ Male',
 'marital_status_ Married-civ-spouse_native_country_Other',
 'relationship_ Husband_race_ White',
 'relationship_ Husband_sex_ Male',
 'relationship_ Husband_native_country_Other']
```

Slika 40. Rezultat izvršene selekcije k najrelevantnijih atributa

Takođe, izvršena je i kros validacija skupa podataka na trening i test skup. Veličina trening skupa predstavlja 90% celokupnog skupa podataka. Kros

validacija je izvršena korišćenjem biblioteke *sklearn*, a kod je prikazan na slici 41:

```
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    X, y, train_size=0.9, random_state=1)
```

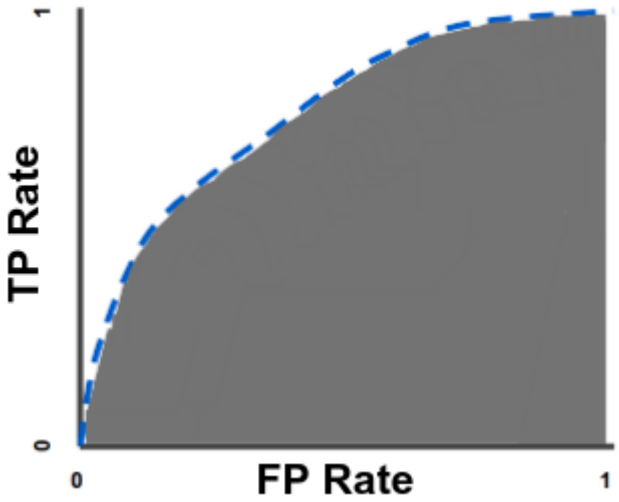
Slika 41. Kros validacija

Ovim je korak preprocesiranja podataka završen. Zatim se prelazi na treniranje modela i upoređivanje rezultata pre i nakon preprocesiranja podataka. Iz skupa neprocesiranih podataka su izbačene kolone sa nenumeričkim podacima, kao i redovi sa nedostajućim vrednostima. Nenumeričke podatke je neophodno izbaciti, da bi primenjivanje bilo kog algoritma bilo moguće. Izgled skupa neprocesiranih podataka je dat na sledećoj slici (slika 42):

	age	fnlwgt	education_num	capital_gain	capital_loss	hours_per_week
0	38	234962	9	2829	0	30
1	72	177226	9	0	0	8
2	31	259931	4	0	0	40
3	55	189528	4	0	0	60
4	38	34996	10	0	0	40

Slika 42. Izgled prvih 5 redova neprocesiranih podataka

Izvršena je klasifikacija korišćenjem tri algoritama. Za evaluaciju algoritama je korišćena AUC (*Area Under the ROC Curve*) mera. AUC meri celokupno dvodimenzionalno područje ispod cele ROC krive od (0,0) do (1,1). Izgled područja ispod ROC krive je prikazano na sledećoj slici (slika 43):



Slika 43. Područje ispod ROC krive

Jedan od načina tumačenja AUC je verovatnoća da model rangira slučajni pozitivni primer više od slučajnog negativnog primera. AUC se kreće u opsegu

od 0 do 1. Model čija su predviđanja 100% pogrešna ima AUC od 0,0. Onaj model čija su predviđanja 100% tačna ima AUC 1,0. Rezultati klasifikacije pre i nakon preprocesiranja podataka su prikazani na slici 44:

```
'-------------------------- TREE ----------------------
'AUC modela sa preprocesiranjem: 0.7206521739130434'
'AUC modela bez preprocesiranja: 0.6681677018633541'
'Poboljsanje modela: 7.8549848942597995%'
'------------------------------------------------------
'-------------------------- BAYES ---------------------
'AUC modela sa preprocesiranjem: 0.7244733999459898'
'AUC modela bez preprocesiranja: 0.5723737510126924'
'Poboljsanje modela: 26.57348431233783%'
'------------------------------------------------------
'-------------------------- K NEIGHBORS ---------------
'AUC modela sa preprocesiranjem: 0.8059006211180123'
'AUC modela bez preprocesiranja: 0.5988320280853363'
'Poboljsanje modela: 34.57874384153143%'
'------------------------------------------------------
```

Slika 44. Performanse sva tri algoritma pre i nakon preprocesiranja

Sa slike se vidi da su performanse preprocesiranih podataka u sva tri slučaja bolje. Najveće poboljšanje performansi je uočeno kod algoritma K najbližih suseda. Kod ovog algoritma je klasifikator takoreći nagađao vrednosti ciljnog atributa (atribut *income*) sa performansama od 0.598. Dok su se nakon preprocesiranja podataka performanse znatno poboljšale na 0.8. Ovi rezultati ukazuju na veliki značaj koji ima preprocesiranje podataka, kao i izbor algoritma za kreiranje modela.

4. ZAKLJUČAK

U radu su najpre objašnjeni pojmovi data mining-a i procesa otkrivanja znanja. Detaljnije su opisane tehnike preprocesiranja podataka, kao i pojmovi nadgledano i nenadgledano učenje. Zatim su obrađena i tri algoritma za klasifikaciju. Klasifikacija predstavlja jednu od moćnijih metoda nadgledanog učenja, koja se često koristi u praksi. Na primer, model klasifikacije može se koristiti za identifikovanje podnosilaca zahteva za kredit kao niske, srednje ili visoke kreditne rizike. Različite metode klasifikacije daju različite rezultate. Ne postoji "savršen" model, kao ni model koji je superiorniji u odnosu na ostale. Klasifikacioni modeli se koriste u zavisnosti od reprezentacije podataka koji se koriste, vrste problema koji se rešava, vrste izlaznih rezultata i mnogih drugih faktora. U zavisnosti od tih faktora će modeli imati manju ili veću preciznost u radu. Stoga je dobra praksa sistematično procenjivati skup različitih algoritama kandidata i otkrivati šta dobro ili najbolje deluje na podatke. Poznato je da neki algoritmi rade lošije ako postoje ulazne promenljive koje su irelevantne. Postoje i algoritmi na koje će negativno uticati ako su dve ili više ulaznih promenljivih u visokoj korelaciji. U tim slučajevima možda treba identifikovati i ukloniti nebitne ili visoko korelirane promenljive ili koristiti alternativne algoritme.

Kao veoma važan faktor u procesu klasifikacije, se nalazi i preprocesiranje podataka. Kao što je u radu i dokazano, preprocesiranje može znatno poboljšati performanse modela i u praksi predstavlja veoma važan korak. Kolone skupa podataka mogu imati različite tipove atributa, te tako neke promenljive mogu biti numeričke, kao što su: celi brojevi, vrednosti sa pokretnom zarezom, procenti, itd. Ostale promenljive mogu biti imena, kategorije ili oznake predstavljene znakovima ili rečima, a neke mogu biti binarne, predstavljene sa 0 i 1 ili Tačno i Netačno. Problem je što algoritmi mašinskog učenja u svojoj osnovi rade na numeričkim podacima. Brojevi uzimaju kao ulaz, a broj predviđaju kao izlaz. Svi podaci se vide kao vektori i matrice, koristeći terminologiju iz linearne algebre. Kao takvi, neobrađeni podaci moraju se promeniti pre treninga, procene i upotrebe modela mašinskog učenja. Ponekad promenama podataka može interno upravljati algoritam mašinskog učenja. Čak i ako neobrađeni podaci sadrže samo brojeve, često je potrebna neka priprema podataka.

Postoji međusobna zavisnost između podataka i izbora algoritama. Algoritmi prvenstveno nameću očekivanja podacima, a poštovanje tih očekivanja zahteva da podaci budu na odgovarajući način pripremljeni. Suprotno tome, oblik podataka može pomoći u odabiru algoritama za procenu za koje postoji veća verovatnoća da će biti efikasni.

5. LITERATURA

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Supervised_learning

[2] https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Adult

[3] https://www.ibm.com/cloud/learn/machine-learning

[4] https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_artificial_intelligence#The_birth_of_artificial_intelligence_1952%E2%80%931956

[5] https://en.wikipedia.org/wiki/Timeline_of_machine_learning

[6] https://en.wikipedia.org/wiki/Machine_learning

[7] https://en.wikipedia.org/wiki/Dimensionality_reduction

[8] https://www.guru99.com/unsupervised-machine-learning.html

[9] https://towardsdatascience.com/unsupervised-learning-and-data-clustering-eeecb78b422a

[10] https://en.wikipedia.org/wiki/Artificial_intelligence

[11] https://www.ibm.com/cloud/learn/supervised-learning

[12] https://towardsdatascience.com/a-brief-introduction-to-supervised-learning-54a3e3932590

[13] https://www.guru99.com/supervised-vs-unsupervised-learning.html

[14] http://www2.cs.uregina.ca/~dbd/cs831/notes/kdd/1_kdd.html#:~:text=The%20terms%20knowledge%20discovery%20and,of%20what%20qualifies%20as%20knowledge.

[15] https://www.geeksforgeeks.org/kdd-process-in-data-mining/

[16] https://www.mygreatlearning.com/blog/what-is-regression/

[17] https://towardsdatascience.com/machine-learning-basics-with-the-k-nearest-neighbors-algorithm-6a6e71d01761

[18] http://theprofessionalspoint.blogspot.com/2019/02/advantages-and-disadvantages-of-knn.html

[19] https://equipintelligence.medium.com/k-nearest-neighbor-classifier-knn-machine-learning-algorithms-ed62feb86582

[20] https://dhirajkumarblog.medium.com/top-5-advantages-and-disadvantages-of-decision-tree-algorithm-428ebd199d9a

[21] https://machinelearningmastery.com/naive-bayes-for-machine-learning/

[22] https://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_a_posteriori_estimation

[23] https://machinelearningmastery.com/data-preparation-is-important/

[24] https://www.kdnuggets.com/2020/05/guide-choose-right-machine-learning-algorithm.html

[25] https://www.researchgate.net/figure/Advantage-and-Disadvantage-of-Various-Classification-Techniques_tbl1_258285203

[26] https://www.geeksforgeeks.org/advantages-and-disadvantages-of-different-classification-models/

[27] https://cs.elfak.ni.ac.rs/nastava/pluginfile.php/9517/mod_resource/content/1/Introduction-to-Data-Mining.pdf

[28] https://theprofessionalspoint.blogspot.com/2019/03/advantages-and-disadvantages-of-naive.html?fbclid=IwAR0dQRHvv-DRZDKTpBT2Ub9REXuR3wGT6BqVZq3FXP-XlBa5mYvQKbSH37A

[29] https://www.researchgate.net/figure/Advantage-and-Disadvantage-of-Various-Classification-Techniques_tbl1_258285203

[30] https://www.geeksforgeeks.org/advantages-and-disadvantages-of-different-classification-models/