

0.1 Linguaggio

possiamo definire un *linguaggio* L su E un sottoinsieme di E^* tale che $L \subseteq E^*$. Per esempio, preso $E = \{a, b, c\}$, un linguaggio L potrebbe essere $L_1 = \{aa, cbc\}$. Un linguaggio può essere finito (vedi L_1), oppure infiniti (es. $L_2 = \{w \in E^* \mid w \text{ contiene lo stesso numero di } a \text{ e } c\}$).

Preso un linguaggio $L \subseteq E^*$, possiamo affermare che:

1. $\emptyset \subseteq L$;
2. $\varepsilon \subseteq L$;
3. $E^* \subseteq L$;

sono tutti linguaggi. La principale caratteristica di un linguaggio è che esso deve essere riconosciuto e interpretato da una macchina (o automa) ed essa deve anche essere in grado di generarlo tramite una **grammatica**.

Problema di Decisione. *Il problema di decisione si presenta nel momento in cui, dato un quesito, le possibili risposte sono sempre e sole "sì" o "no".*

Problema di Membership. *Il problema di Membership è legato al concetto di stringa (come input), di linguaggio e di appartenenza ad un determinato linguaggio. Data una stringa w in input, una determinata macchina deve essere in grado di dire se essa appartiene ad un linguaggio oppure no.*

DEFINIZIONI Una **forma sentenziale** è una stringa di simboli terminali e non terminali: $\gamma \in (V \cup T)^*$

0.2 Grammatica NON context-free

Il linguaggio di esempio (di tipo 2): $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w = a^n b^n c^n, n \geq 1\}$ è generato dalla seguente grammatica (NON context-free):

$$G = (\{S, X, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

e dove le regole di produzione sono:

1. $S \rightarrow aSBC$
2. $S \rightarrow aBC$
3. $CB \rightarrow XB$

$$4. XB \rightarrow XC$$

$$5. XC \rightarrow BC$$

$$6. aB \rightarrow ab$$

$$7. bB \rightarrow bb$$

$$8. bC \rightarrow bc$$

$$9. cC \rightarrow cc$$

Le grammatiche 3,4,5 possono essere "collassate" in $CB \rightarrow BC$ Si può dimostrare, usando il Pumping Lemma per i CFL, che non è context-free.

Esempio di Derivazione:

Deriviamo la stringa abc (corrispondente a $n = 1$), indicando anche ad ogni passo la regola usata.

$$S(2) \rightarrow aBC(6) \rightarrow abC(8) \rightarrow abc$$

Deriviamo la stringa aabbcc (corrispondente a $n = 1$), indicando anche ad ogni passo la regola usata.

$$S(1) \rightarrow aSBC(2) \rightarrow aaBCBC(3) \rightarrow aaBXBC(4) \rightarrow aaBXCC(5) \rightarrow$$

$$\rightarrow aaBBCC(6) \rightarrow aabBCC(7) \rightarrow aabbCC(8) \rightarrow aabbccC(9) \rightarrow aabbcc$$

In generale, per derivare $a^n b^n c^n$, per $n > 1$:

$$S(n-1 \text{ volte } \rightarrow (1))a^{n-1}S(BC)^{n-1} \rightarrow (2)a^n(BC)^n(n(n-1)/2 \text{ volte la}$$

$$\text{sequenza } \rightarrow (3), \rightarrow (4), \rightarrow (5))a^n B^n C^n \dots \text{slide}$$

Esercizio: creo una CFG su $L = \{a^{n+m} x c^n y d^m, \text{ con } n, m \geq 0\}$: