

Parte I

Introduzione alla logica

1 Logica e Ragionamento

Per poter iniziare a parlare di *linguaggi logici*, dobbiamo prima acquisire cosa è un *linguaggio*. Dobbiamo quindi capire come un **ragionamento** può essere **formalizzato** in un numero di **passi** (connessi da **regole**) a partire da **premesse** per raggiungere una **conclusione** .

Questo processo è quello che siamo abituati a riscontrare nella soluzione di *teoremi* tramite **dimostrazioni**.

Un esempio di applicazione di questo processo possiamo vederlo qui di seguito:

Teorema del triangolo isoscele. *Dato un triangolo isoscele, ovvero con due lati $AB = BC$, si dimostra che gli angoli $\angle A$ e $\angle C$ sono uguali.*

Conoscenze pregresse

1. Se due triangoli sono uguali, i due triangoli hanno lati e angoli uguali.
2. Se due triangoli hanno due lati e l'angolo sotteso uguali, allora i due triangoli sono uguali.
3. BH bisettrice di $\angle B$ cioè $\angle ABH = \angle HBC$.

Dimostrazione

- $AB = BC$ per ipotesi;
- $\angle ABH = \angle HBC$ per (3);
- Il triangolo HBC è uguale al triangolo ABH per (2);
- $\angle A$ e $\angle C$ per (1);

Quindi abbiamo trasformato (2) in "Se $AB = BC$ e $BH = BH$ e $\angle ABH = \angle HBC$, allora il triangolo ABH è uguale al triangolo HBC " e abbiamo trasformato (1) in "Se triangolo ABH è uguale al triangolo HBC , allora

$AB = BC$ e $BH = BH$ e $AH = HC$ e $\angle ABH = \angle HBC$ e $\angle AHB = \angle CHB$ e $\angle A = \angle C$ ".

L'obiettivo diventa a questo punto formalizzare e razionalizzare il processo che permette di affermare

$$AB = BC \vdash \angle A = \angle C$$

dove \vdash indica il simbolo di *derivazione logica*, che comunemente significa "consegue", "allora", ecc.

Formalizzazione

Abbiamo assunto che:

- $\mathbf{P} = \{AB = BC, \angle ABH = \angle HBC, BH = HB\}$.

Avevamo inoltre delle conoscenze pregresse (vedi *conoscenze pregresse* sopra riportate). Abbiamo quindi costruito una catena di **formule**:

P1: $AB = BC$

da **P**

P2: $\angle ABH = \angle HBC$

da **P**

P3: $BH = HB$

da **P**

P4: $AB = BC \wedge BH = HB \wedge \angle ABH = \angle HBC$ da P1, P2, P3 e *introduzione della congiunzione*