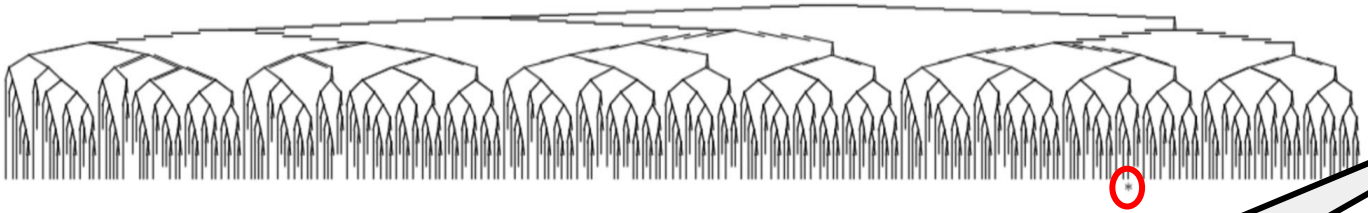
Algoritmos de búsqueda

UNIVERSIDAD Panamericana

Algoritmos de búsqueda

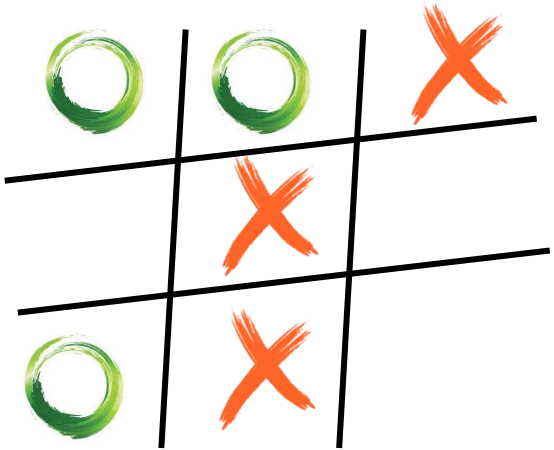
Los algoritmos de búsqueda sirven para ***encontrar una o más soluciones*** ante problemas que tienen ***resultados o posibilidades finitas***.

Está pensado para aquellos problemas donde hay una cantidad ***ENORME de posibles estados*** siguientes. (Esto representa un problema para casi cualquier sistema de inferencia)

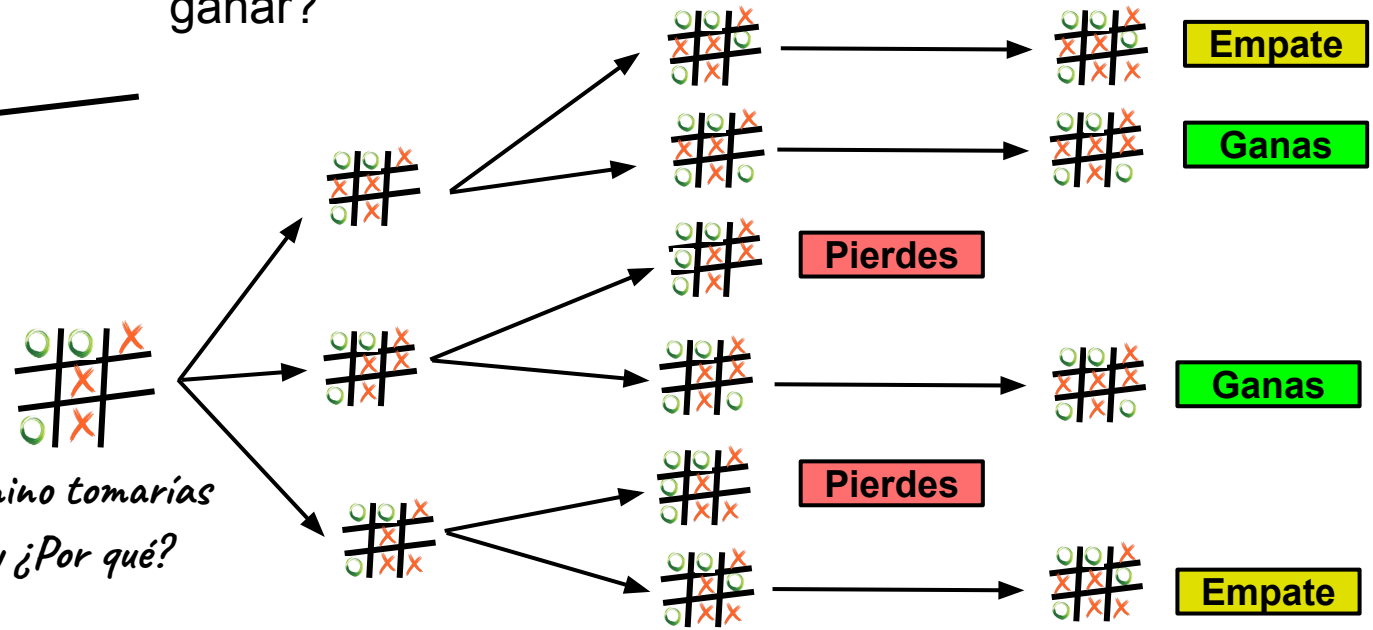


Un ejemplo simple

Imagina que tienes el siguiente juego de gato:



Tú eres el jugador que está poniendo las x, a continuación, es tu turno. Sabiendo esto, ¿En cuántos escenarios puedes ganar?



¿Qué camino tomarías aquí? y ¿Por qué?

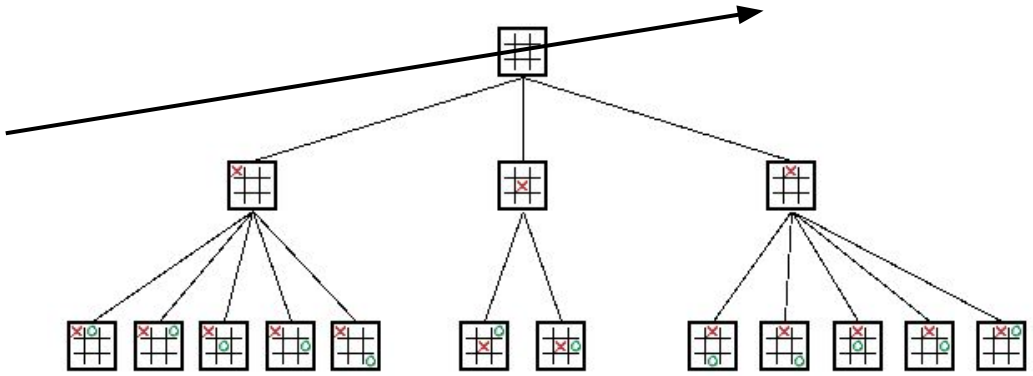
Un ejemplo simple

En realidad, los humanos también analizamos esas posibilidades, pero ***es muy complicado analizar todas*** las existentes a futuro.

En el caso del gato, sin importar quién empiece, existen 9 tiradas posibles inicialmente, después 8, después 7, etc. Lo cual se puede representar como:

$$Movimientos_{Totales} = 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 9! = 362,880\ Jugadas$$

Tóricamente, podrían haber 362,880 jugadas en el juego de gato, sin embargo, este número es menor porque en muchas de ellas el juego se gana y no se continúa con las jugadas posteriores



Algoritmos de búsqueda

En el gato existen 255,168 posibles jugadas para llegar a algún ganador. (Sigue siendo una cantidad muy grande de posibilidades). ¿Imaginas cómo sería para el caso del Ajedrez?

Comencemos por entender que, para analizar estos problemas, ***siempre contamos con estados (s) y acciones (a)***, cada acción debería de ***llevarnos a un nuevo estado s***, representado por ejemplo:

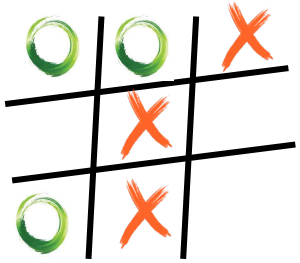
$$s' = a_1(s)$$

$$s'' = a_2(s)$$

La aplicación recursiva de **todas** *las acciones posibles a todos los estados, comenzando con el estado inicial, describe todo el árbol de búsqueda*

Definiciones

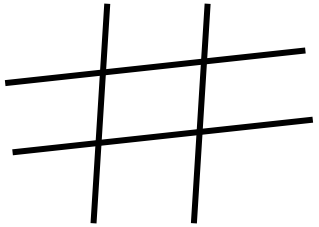
Estado: Descripción de dónde se encuentra el agente de búsqueda en un punto específico del tiempo.



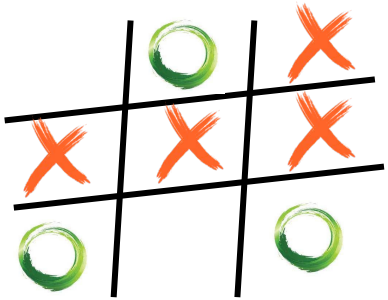
Este es un estado de ejemplo

Estado inicial: Es el primer estado o la primer posibilidad con las que se puede abrir un problema de búsqueda.

En el gato, este es el estado inicial



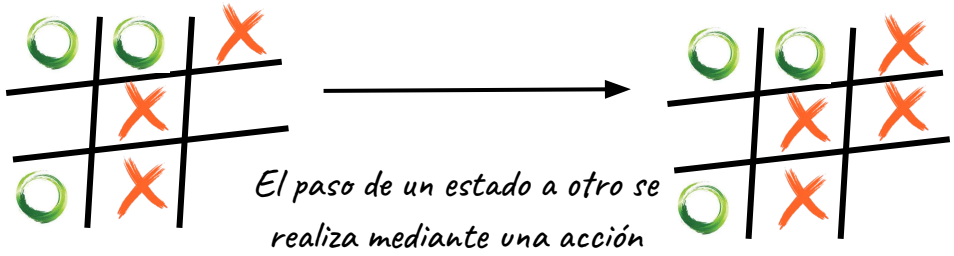
Estado Objetivo: Es el estado deseado al que queremos llegar, puede haber uno o muchos, y cuando se alcanza, se termina la búsqueda.



Este es un estado objetivo porque aquí, el jugador X ya ganó la partida

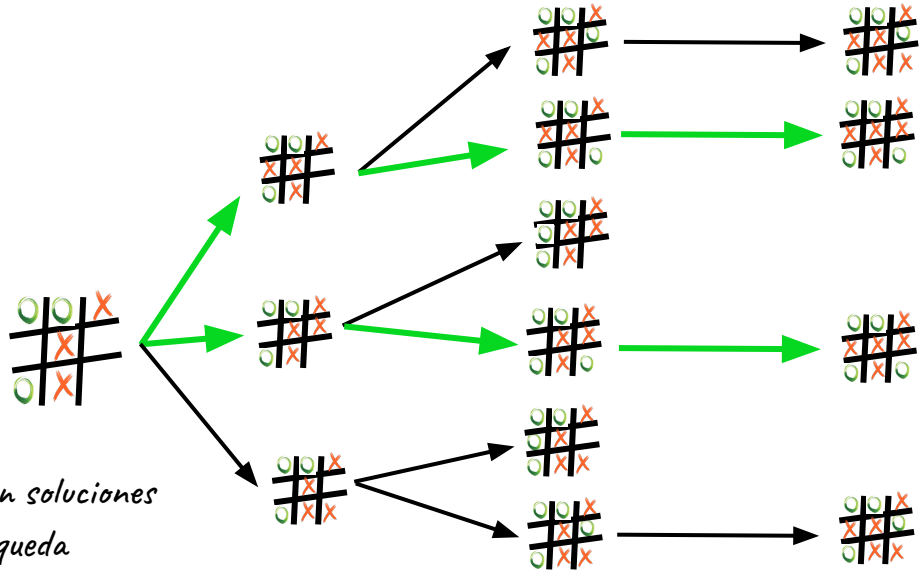
Definiciones

Acción: Todo lo que modifique un estado para pasar a uno nuevo.



El paso de un estado a otro se realiza mediante una acción

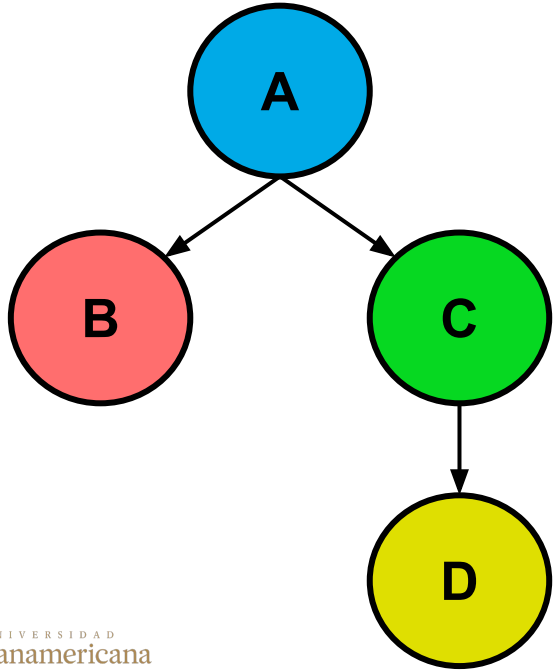
Solución: La ruta en el árbol de búsqueda desde el estado inicial, hasta el estado objetivo (Puede ser más de una).



Las rutas pintadas en verde son soluciones de este algoritmo de búsqueda

Uso de Grafos

Los problemas de búsqueda se pueden representar usualmente por medio de ***Grafos***. Los grafos ***representan los estados***, y las ***transiciones*** que éstos pueden hacer a estados siguientes, por ejemplo:

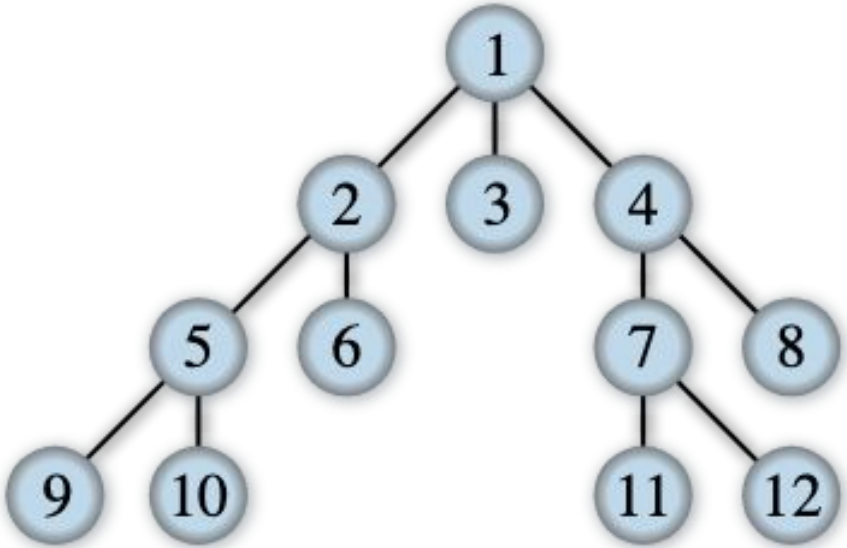


En el grafo, cada estado puede representar un punto exacto en una partida de Ajedrez, una ubicación exacta en un mapa, o cualquier conjunto de características que representan una secuencia.

En este ejemplo, si suponemos que el estado A es nuestro estado inicial, y D es nuestro estado objetivo, la única secuencia lógica para llegar hasta allá es:

$$Solución: A \rightarrow C \rightarrow D$$

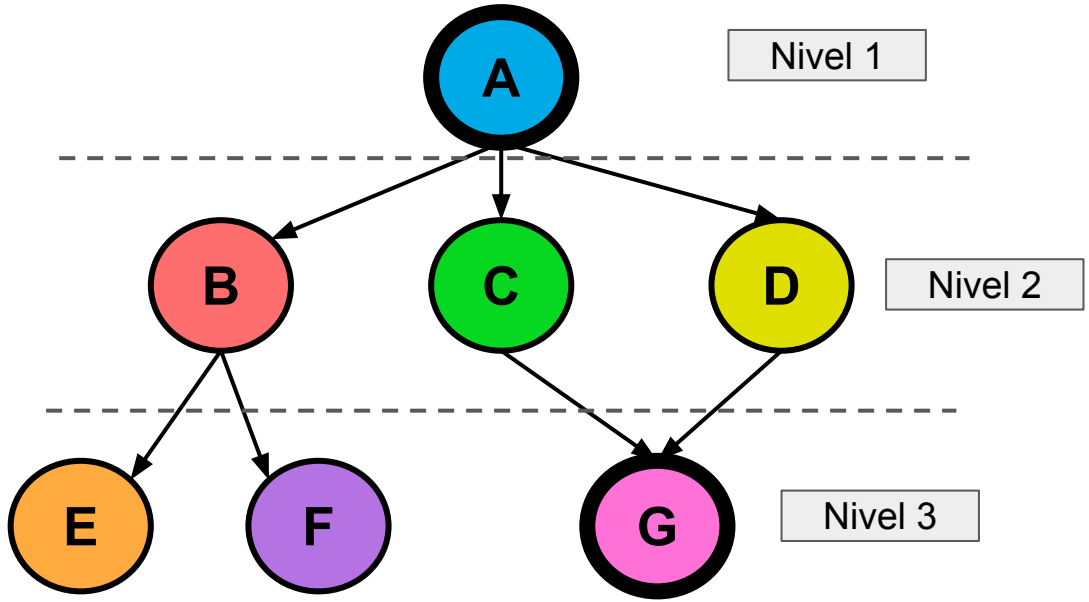
Búsqueda en Amplitud



UNIVERSIDAD Panamericana

Algoritmo de búsqueda en Amplitud

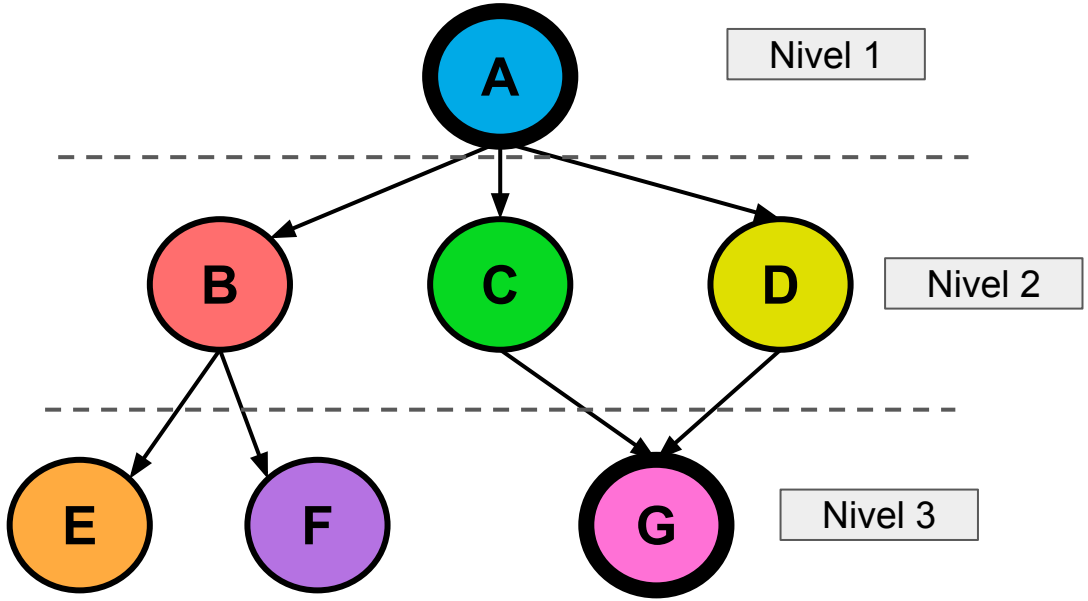
Existen ***diferentes algoritmos de búsqueda*** para atacar al mismo tipo de problemas, uno de ellos, es la búsqueda en amplitud, el cual consiste en buscar el estado objetivo ***por niveles***:



En este ejemplo, la búsqueda en amplitud, intentará recorrer de izquierda a derecha, cada estado desde el nivel 1, hasta el 3, buscando alguna ruta que lleve del estado inicial A, al estado final G.

Algoritmo de búsqueda en Amplitud

La secuencia, sería la siguiente:



Nodo A:
Caminos: [A, B], [A, C], [A, D]
(Ninguno es el estado final)

Nodo B:
Caminos: [A, B, E], [A, B, F]
(Ninguno es el estado final)

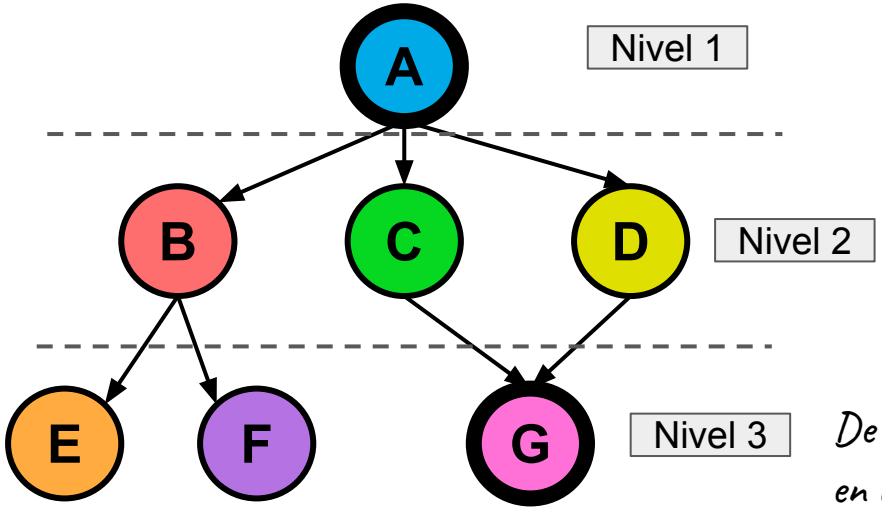
Nodo C:
Caminos: [A, C, G]
(Esta es una solución)

Nodo D:
Caminos: [A, D, G]
(Esta es una solución)

Después de la búsqueda, encontramos 2 soluciones después de evaluar 4 nodos.

Programación de Búsqueda en Amplitud

La búsqueda en amplitud, también conocida como “BFS” (Breadth-First Search), tiene el siguiente pseudocódigo:

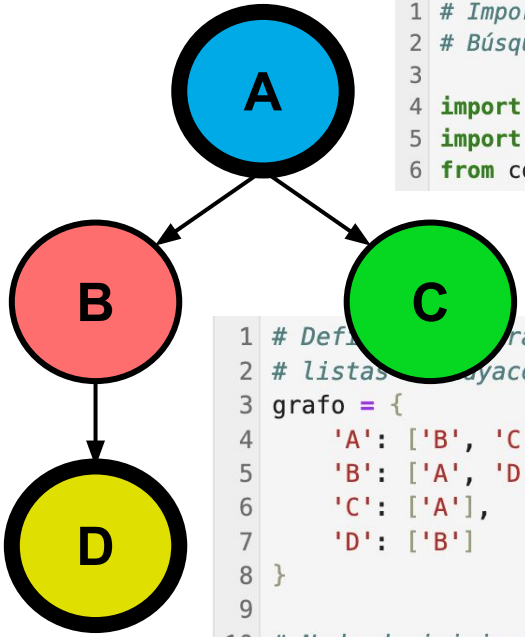



```
BREADTHFIRSTSEARCH(NodeList, Goal)
NewNodes = ∅
For all Node ∈ NodeList
    If GoalReached(Node, Goal)
        Return(“Solution found”, Node)
    NewNodes = Append(NewNodes, Successors(Node))
If NewNodes ≠ ∅
    Return(BREADTH-FIRST-SEARCH(NewNodes, Goal))
Else
    Return(“No solution”)
```

De manera general, se compara si en el estado actual ya se está en el nodo objetivo del grafo, de lo contrario, se analiza un nuevo nodo (siguiente nivel o a la derecha), y se va guardando el camino hasta ese nodo, hasta llegar a la solución final.

Ejemplo de búsqueda en amplitud

Resolvamos el siguiente ejemplo, utilizando python:



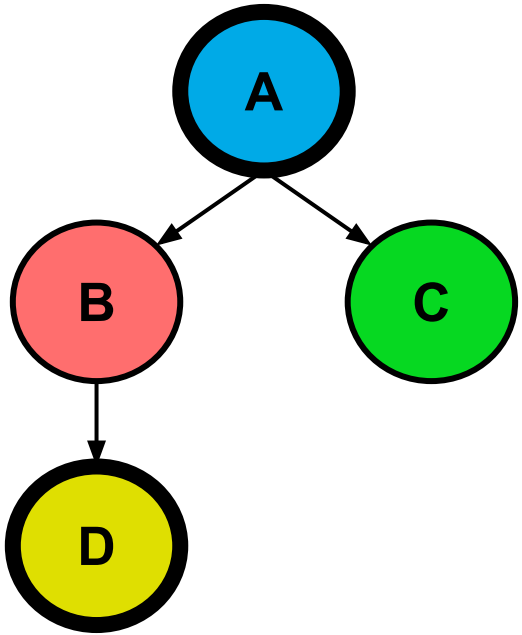

```python
# Importamos las librerías para trab
# Búsqueda en amplitud

import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
from collections import deque
```

```python
# Defi...rafo como un diccionario de
# listas ...yacencia
grafo = {
    'A': ['B', 'C'],
    'B': ['A', 'D'],
    'C': ['A'],
    'D': ['B']
}

# Nodo de inicio y nodo objetivo
nodo_inicio = 'A'
nodo_objetivo = 'D'
```

```python
# Definimos nuestro algoritmo de búsqueda:

def busqueda_amplitud(grafo, inicio, objetivo):
    # El método set crea un conjunto de datos SIMILAR a una lista pero que
    # NO puede tener elementos duplicados
    visitados = set()
    # (Doubly Ended Queue) Es un tio de lista que permite agregar y eliminar
    # elementos ya sea a la izquiera o a la derecha de la misma
    cola = deque([(inicio, [inicio])])

    i = 1
    while cola:
        # Aquí removemos el primer elemento del set (El de la izquierda)
        # y este será nuestro nodo actual, el resto, el camino (Path restante)
        nodo_actual, camino = cola.popleft()
        print("\nIteración:", i)
        print("Nodo actual:", nodo_actual)

        if nodo_actual == objetivo:
            print("Camino encontrado:", "->".join(camino))
            return camino

        if nodo_actual not in visitados:
            visitados.add(nodo_actual)
            print("Nodos visitados", visitados)
            for vecino in grafo[nodo_actual]:
                if vecino not in visitados:
                    nueva_ruta = camino + [vecino]
                    print("Nueva ruta:", nueva_ruta)
                    cola.append((vecino, nueva_ruta))
        i += 1
    print("No se encontró un camino al nodo objetivo.")
    return None
```

Ejemplo de búsqueda en amplitud

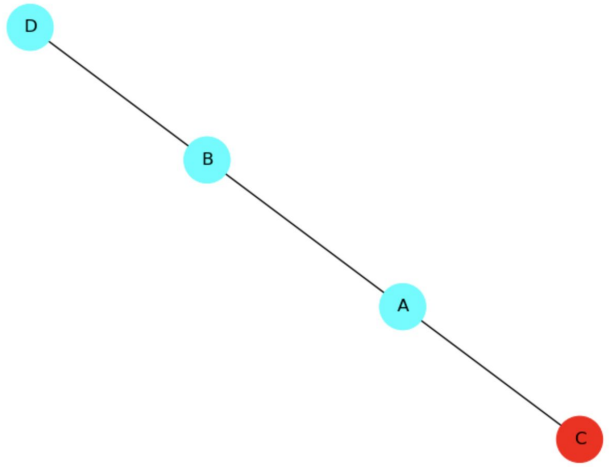
La solución debería de ser:



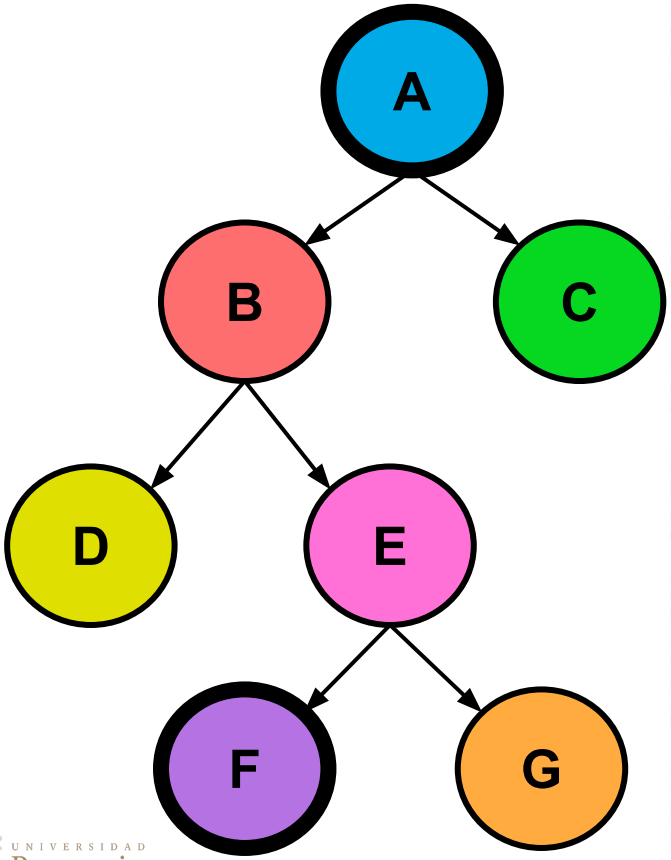

```python
# Realizamos la búsqueda en amplitud
camino = busqueda_amplitud(grafo, nodo_inicio, nodo_objetivo)
```

```
Iteración: 1
Nodo actual: A
Nodos visitados {'A'}
Nueva ruta: ['A', 'B']
Nueva ruta: ['A', 'C']

Iteración: 2
Nodo actual: B
Nodos visitados {'B', 'A'}
Nueva ruta: ['A', 'B', 'D']

Iteración: 3
Nodo actual: C
Nodos visitados {'B', 'C', 'A'}

Iteración: 4
Nodo actual: D
Camino encontrado: A->B->D
```

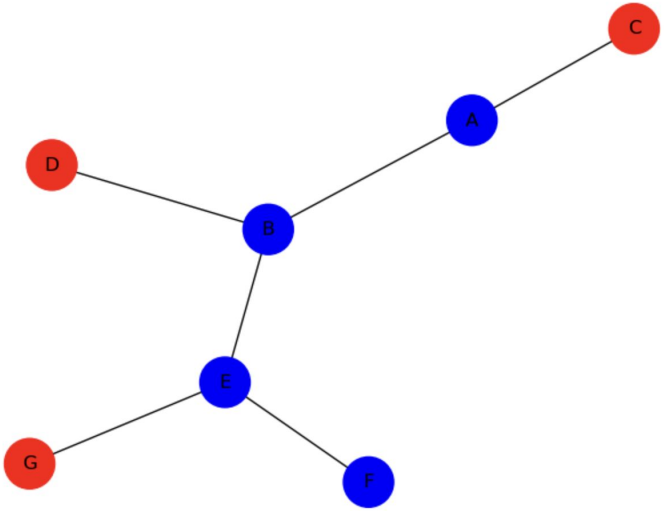
```python
# Creamos el gráfico
G = nx.Graph(grafo)

# Coloreamos los nodos según si están en el camino o no
colores = ['blue' if nodo in camino else 'red' for nodo in G.nodes()]

# Dibujamos el grafo
pos = nx.spring_layout(G)
nx.draw(G, pos, with_labels=True, node_color=colores, node_size=1000)
plt.title("Búsqueda en Amplitud")
plt.show()
```



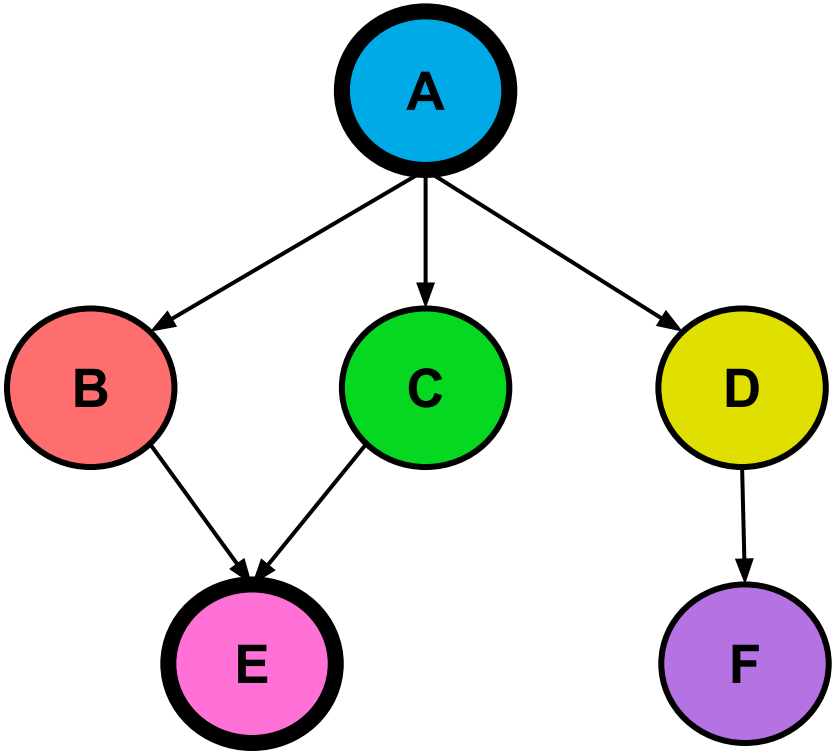
Ejemplo 2




```
Iteración: 1
Nodo actual: A
Nodos visitados {'A'}
Nueva ruta: ['A', 'B']
Nueva ruta: ['A', 'C']

Iteración: 2
Nodo actual: B
Nodos visitados {'A', 'B'}
Nueva ruta: ['A', 'B', 'D']
Nueva ruta: ['A', 'B', 'E']

Iteración: 3
Nodo actual: C
Nodos visitados {'A', 'B', 'C'}

Iteración: 4
Nodo actual: D
Nodos visitados {'A', 'B', 'D', 'C'}

Iteración: 5
Nodo actual: E
Nodos visitados {'A', 'B', 'D', 'C', 'E'}
Nueva ruta: ['A', 'B', 'E', 'F']
Nueva ruta: ['A', 'B', 'E', 'G']

Iteración: 6
Nodo actual: F
Camino encontrado: A->B->E->F
```

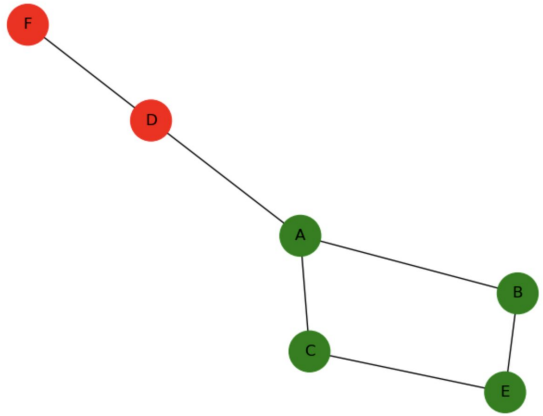


Ejemplo 3

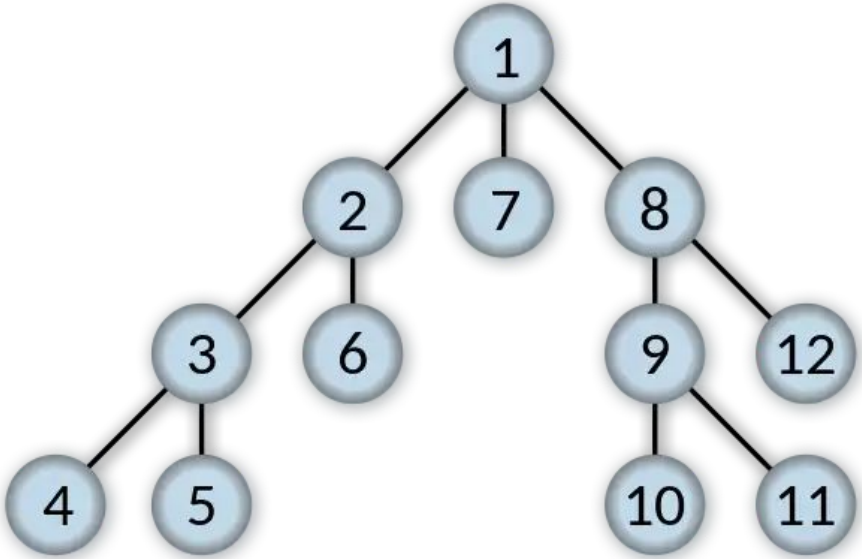



```
Iteración: 1
Nodo actual: A
Nodos visitados {'A'}
Nueva ruta: ['A', 'B']
Nueva ruta: ['A', 'C']
Nueva ruta: ['A', 'D']

Iteración: 2
Nodo actual: B
Nodos visitados {'A', 'B'}
Nueva ruta: ['A', 'B', 'E']

Iteración: 3
Nodo actual: C
Nodos visitados {'A', 'B', 'C'}
Nueva ruta: ['A', 'C', 'E']

Iteración: 4
Nodo actual: D
Nodos visitados {'A', 'D', 'B', 'C'}
Nueva ruta: ['A', 'D', 'F']

Iteración: 5
Nodo actual: E
Nodos visitados {'A', 'E', 'B', 'C', 'D'}

Iteración: 6
Nodo actual: E

Iteración: 7
Nodo actual: F
Nodos visitados {'A', 'E', 'B', 'F', 'C', 'D'}
```

```
Camino 1: A -> B -> E
Camino 2: A -> C -> E
```

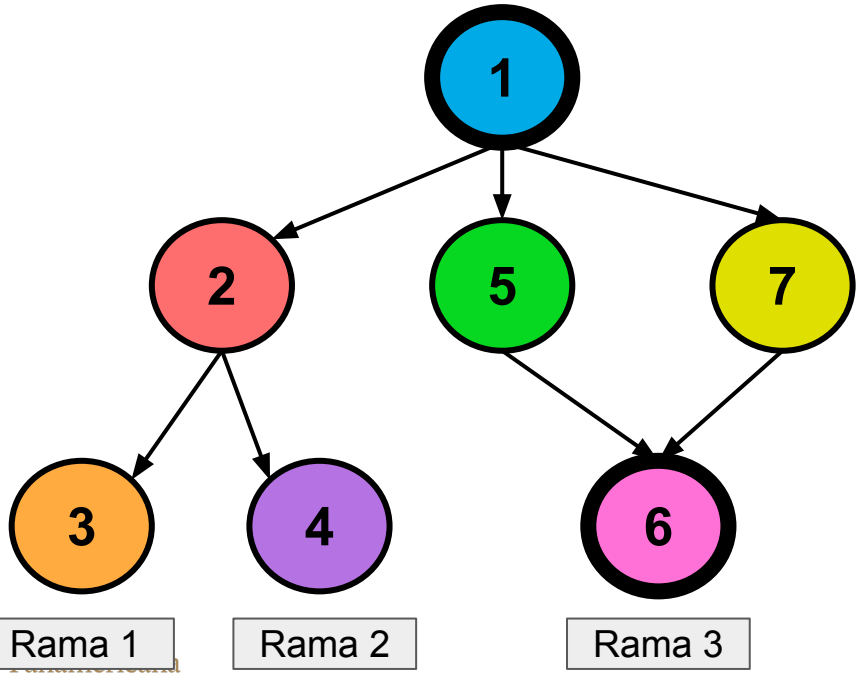


Búsqueda en Profundidad



Algoritmo de búsqueda en profundidad

A diferencia de la búsqueda en amplitud, la búsqueda en profundidad, ***NO se realizar por niveles sino por ramas***, hasta llegar al último nodo, o lo que se conoce como ***hojas del árbol***:

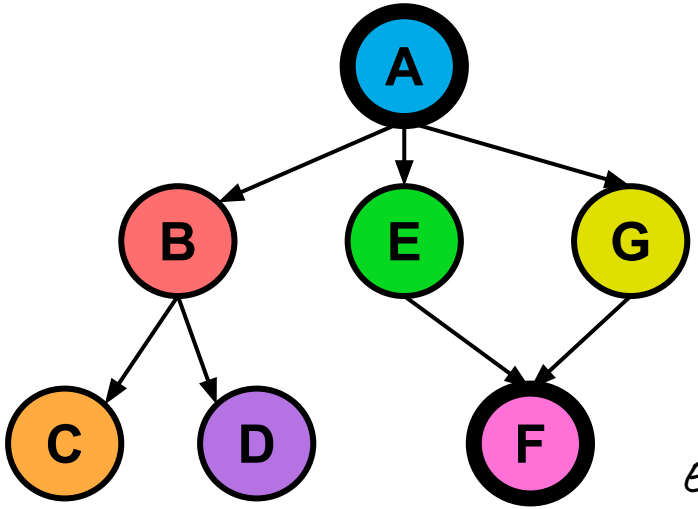


Si comparamos la secuencia con la búsqueda en amplitud, en este algoritmo llegaremos más rápido al nodo naranja (3), pero tardaremos mucho más en llegar al nodo amarillo (7).

Un ***algoritmo será mejor que otro dependiendo del problema que se esté atacando***.

Programación de Búsqueda en Profundidad

La búsqueda en profundidad, también conocida como “DFS” (Depth-First Search), tiene el siguiente pseudocódigo:

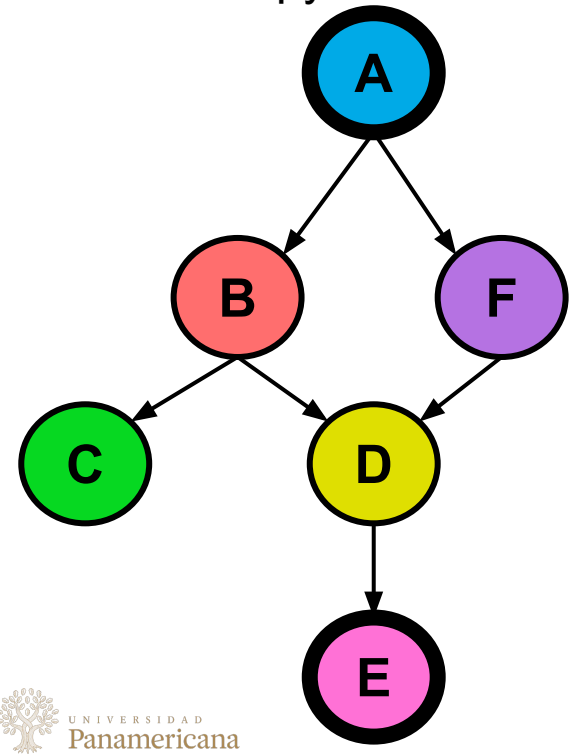



```
DEPTHFIRSTSEARCH(Node, Goal)

If GoalReached(Node, Goal) Return("Solution found")
NewNodes = Successors(Node)
While NewNodes ≠ ∅
    Result = DEPTH-FIRST-SEARCH(First(NewNodes), Goal)
    If Result = "Solution found" Return("Solution found")
    NewNodes = Rest(NewNodes)
Return("No solution")
```

En general, con este algoritmo buscaremos todos los nodos vecinos por los que no hayamos pasado aún, y seguiremos hasta llegar a la hoja, o nodo final de la rama actual en el grafo, antes de continuar con la siguiente

Ejemplo de búsqueda en profundidad

Resolvamos el siguiente ejemplo, utilizando python:




```python
# Importamos las librerías para trabajar con DFS(Depth-
# Búsqueda en profundidad

import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
```

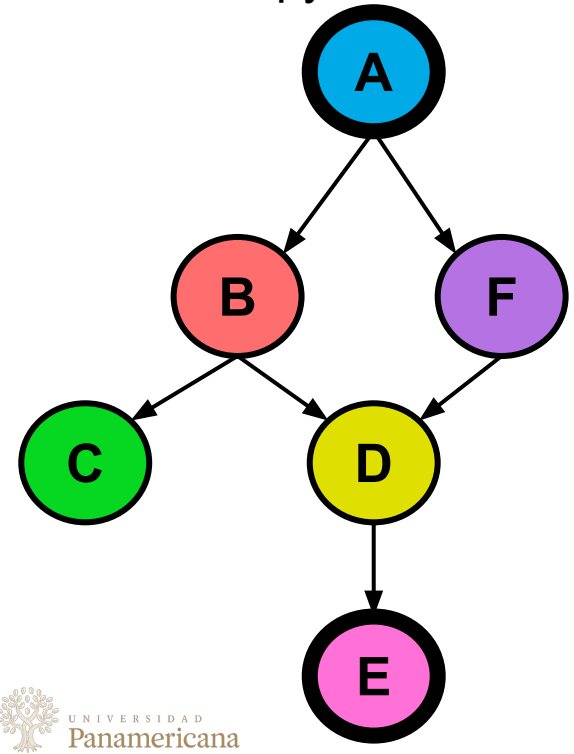
```python
# Definimos el grafo como un diccionari
grafo = {
    'A': ['B', 'F'],
    'B': ['A', 'C', 'D'],
    'C': ['B'],
    'D': ['B', 'E', 'F'],
    'E': ['D'],
    'F': ['A', 'D']
}
```

```python
def dfs(grafo, inicio, objetivo, visitados=None, camino=None, i=0):
    i += 1
    print("\nIteración:", i)

    # Si entramos a este método por primera vez
    if visitados is None:
        visitados = set()
    if camino is None:
        camino = []

    camino.append(inicio)
    visitados.add(inicio)

    print("Nodo actual:", inicio)
    print("Nodos visitados", visitados)
    print("Camino Actual:", camino)

    if inicio == objetivo:
        print("Camino encontrado:", ' -> '.join(camino))
        return camino

    for vecino in grafo[inicio]:
        if vecino not in visitados:
            nuevo_camino = dfs(grafo, vecino, objetivo, visitados, camino.copy(), i)
            if nuevo_camino:
                return nuevo_camino

    return None
```

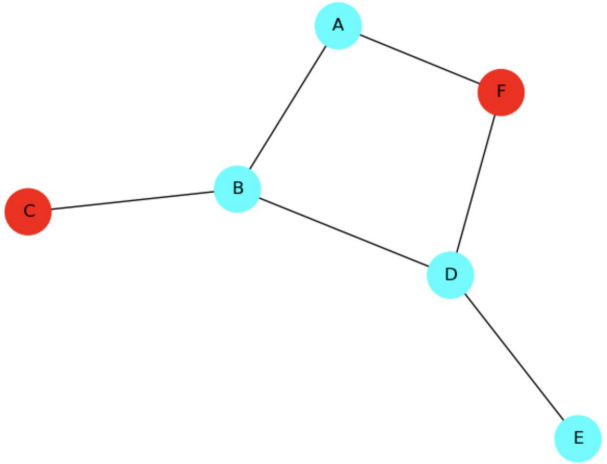
```python
# Nodo de inicio y nodo objetivo
nodo_inicio = 'A'
nodo_objetivo = 'F'

print("Recorrido DFS:")
camino_encontrado = dfs(grafo, nodo_inicio, nodo_objetivo)

if camino_encontrado:
    print("Camino encontrado:", ' -> '.join(camino_encontrado))
else:
    print("No se encontró un camino al nodo objetivo.")
```

Ejemplo de búsqueda en profundidad

Resolvamos el siguiente ejemplo, utilizando python:



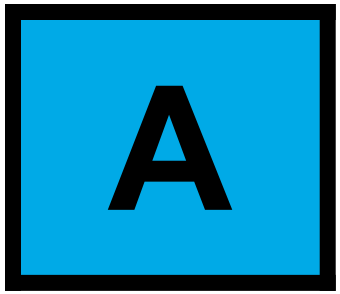

```
Recorrido DFS:

Iteración: 1
Nodo actual: A
Nodos visitados {'A'}
Camino Actual: ['A']

Iteración: 2
Nodo actual: B
Nodos visitados {'A', 'B'}
Camino Actual: ['A', 'B']

Iteración: 3
Nodo actual: C
Nodos visitados {'A', 'B', 'C'
Camino Actual: ['A', 'B', 'C']

Iteración: 3
Nodo actual: D
Nodos visitados {'A', 'B', 'D', 'C'}
Camino Actual: ['A', 'B', 'D']

Iteración: 4
Nodo actual: E
Nodos visitados {'B', 'A', 'E', 'C', 'D'}
Camino Actual: ['A', 'B', 'D', 'E']
Camino encontrado: A -> B -> D -> E
```



Uso de algoritmos para mapeo de rutas

Los algoritmos de búsqueda en amplitud y en profundidad, son muy útiles para el ***mapeo de rutas***, lo cual puede servir para ***encontrar caminos en tableros***, rutas de trenes, vuelos de conexión, y varias aplicaciones más.

Comencemos por algo básico, imagina que tienes una casilla única:



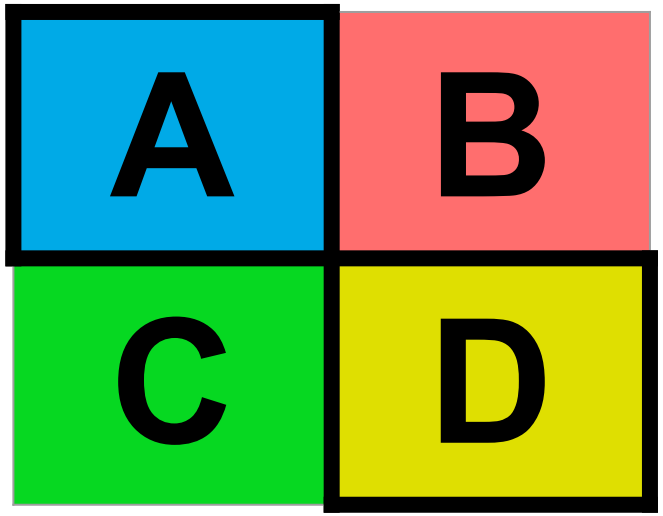
En este ejemplo, partimos de nuestra coordenada ÚNICA "A", y queremos llegar a "A", entonces solo hay una única solución, que es:

A (Ningún cambio es necesario)

(En este caso, no es necesario movernos a ningún lado prque YA estamos en la coordenada deseada)

Uso de algoritmos para mapeo de rutas

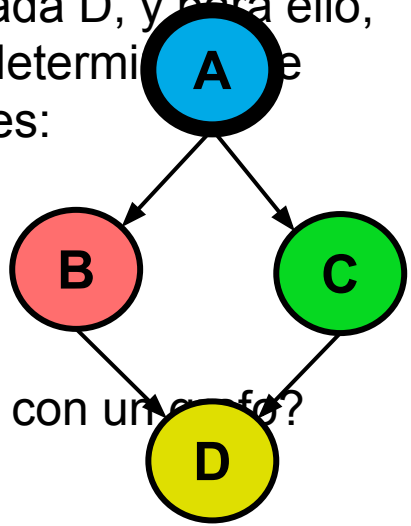
Ahora, algo un poco más complicado, imaginemos que tenemos un tablero o un mapa que contiene coordenadas de 2x2:



En este nuevo ejemplo, queremos llegar de la coordenada A a la coordenada D, y para ello, como humanos, podemos determinar que existen dos caminos posibles:

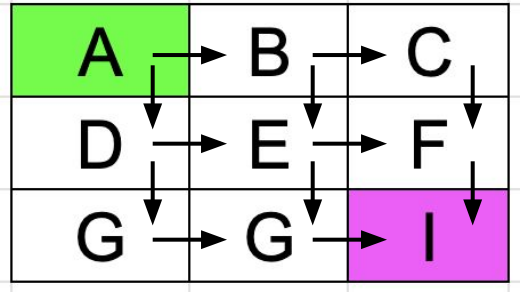
A -> B -> D
A -> C -> D

¿Cómo representarías esto con un grafo?
¿Y cómo lo programarías?



Ejercicio:

Realizar la programación correspondiente para encontrar la ruta más cercana desde la coordenada “A”, hasta la coordenada “I”, suponiendo que solo te puedes mover a la izquierda, derecha, arriba o abajo, pero no en diagonal:



Ejemplo de solución

A	B	C
D	E	F
G	G	I

$$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow I$$

Actividad:

- Crear la relación de los nodos, y programarla
- Mostrar el grafo correspondiente que represente la unión de todos los nodos
- Usar el algoritmo de búsqueda en profundidad y en amplitud para encontrar todos los caminos hasta el nodo “I” (Imprimir todos)
- Imprimir otra vez aquellos que sean los caminos mas cortos del nodo “A” al “I”
- Imprimir cuál algoritmo tomó una cantidad menor de búsquedas para resolverse

Ejercicio 2:

Usar los algoritmos de búsqueda en amplitud y en profundidad para llegar de la casilla A a la H, y encontrar TODAS las rutas, para el siguiente tablero con obstáculos.

A	B	C	■	D
E	F	■	G	H
I	J	■	K	L
M	N	Ñ	■	O
P	■	Q	R	S

Ejemplo de solución

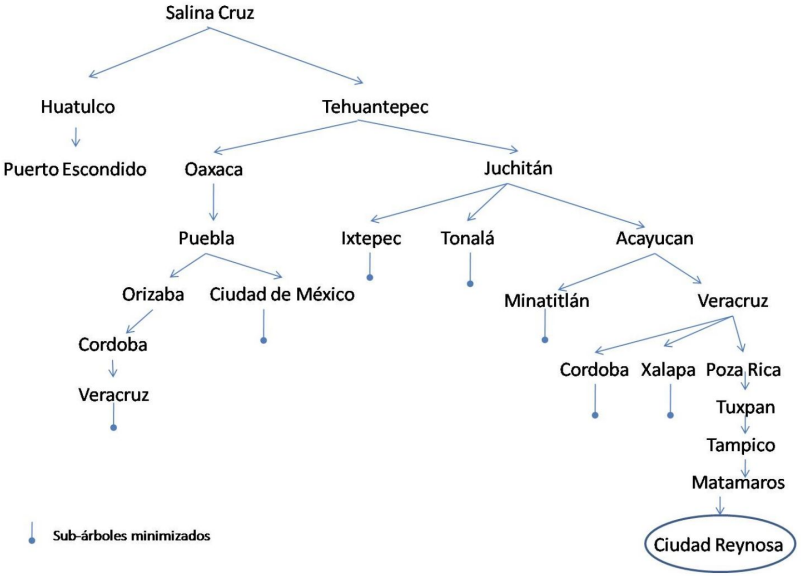
1			■	
2		■		12
3	4	■		11
	5	6	■	10
	■	7	8	9

Actividad:

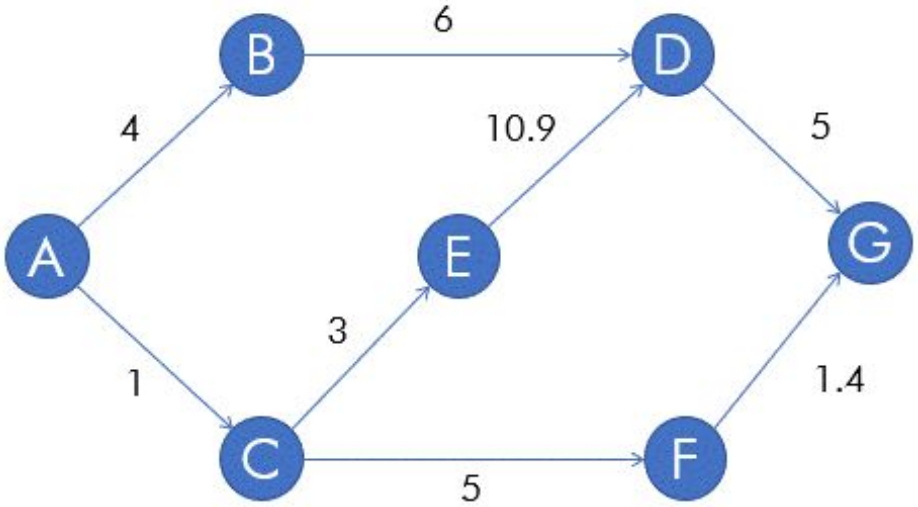
- Crear la relación de los nodos, y programarla
- Mostrar el grafo correspondiente que represente la unión de todos los nodos
- Usar el algoritmo de búsqueda en profundidad y en amplitud para encontrar todos los caminos hasta el nodo “I” (Imprimir todos)
- Imprimir otra vez aquellos que sean los caminos mas cortos del nodo “A” al “I”
- Imprimir cuál algoritmo tomó una cantidad menor de búsquedas para resolverse

Ejercicio de mapeo de rutas

Resolvamos el siguiente ejemplo, utilizando búsqueda en profundidad (Y el alumno agregará la búsqueda en amplitud:

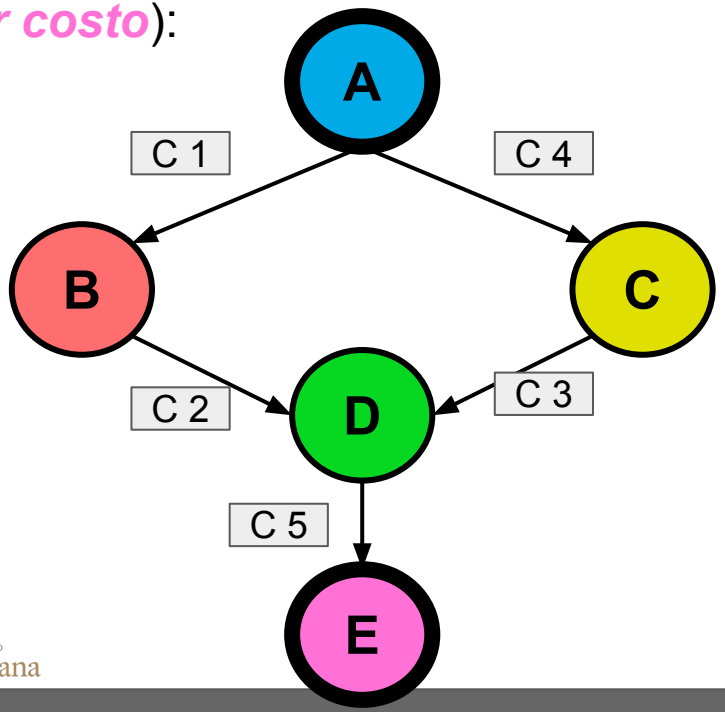


Búqueda de costo uniforme



Algoritmo de búsqueda de costo uniforme

El Algoritmo de búsqueda de costo uniforme, contempla problemas donde se sabe que ***hay un costo o esfuerzo diferente*** (tiempo, dinero, distancia, movimientos, etc) para llegar de un estado o nodo a otro. Y busca mapear la mejor ruta (***con el menor costo***):



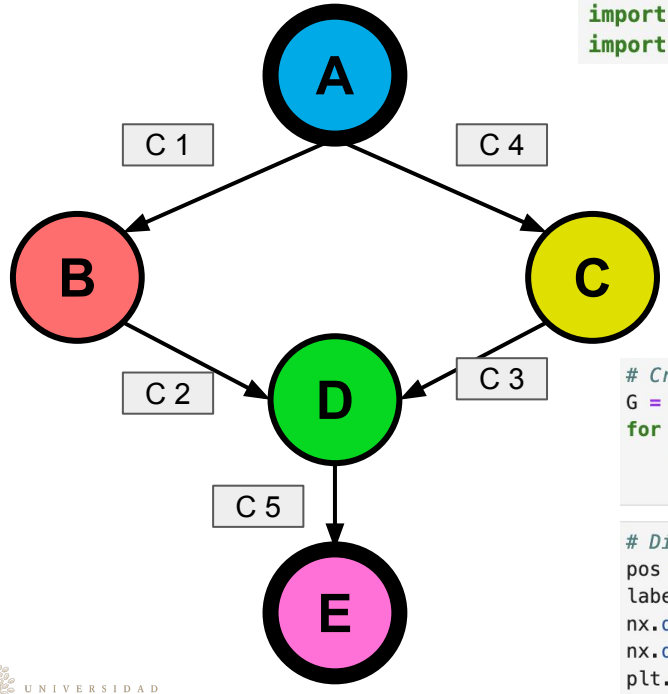
En este ejemplo, la mejor ruta es la:

A -> B -> D -> E

La cual tiene un costo de 8
(1 + 2 + 5)

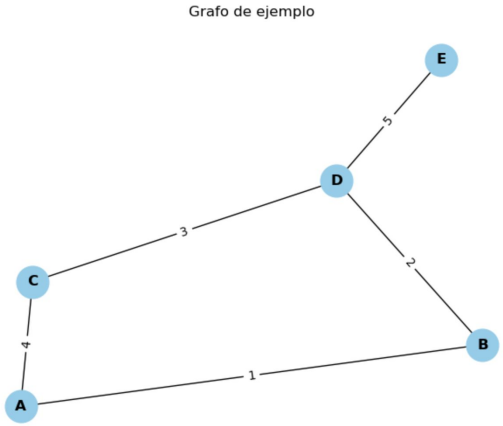
Ejemplo de búsqueda de costo uniforme

Resolvamos el siguiente ejemplo, utilizando python:




```python
# Importamos librerías
import heapq
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
```

```python
# Grafo representado como un diccionario de dicci
grafo = {
    'A': {'B': 1, 'C': 4},
    'B': {'A': 1, 'D': 2},
    'C': {'A': 4, 'D': 3},
    'D': {'B': 2, 'C': 3, 'E': 5},
    'E': {'D': 5}
}
```

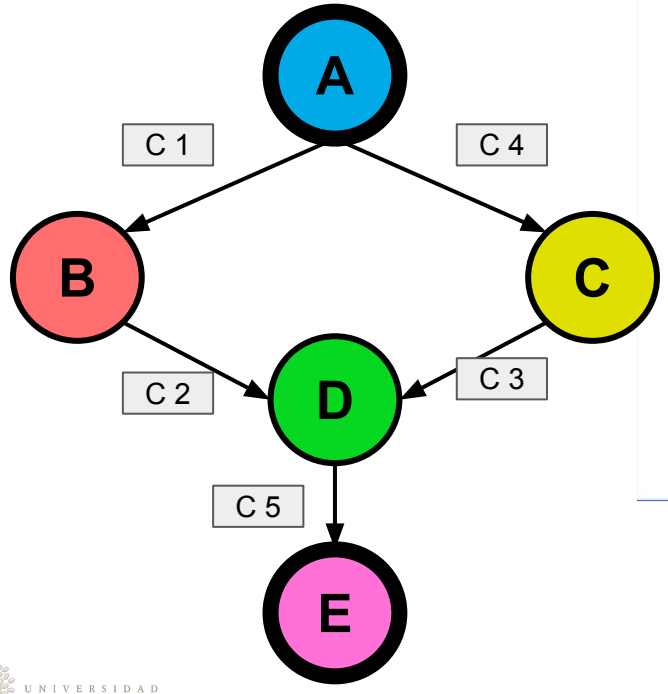



```python
# Crear un grafo de NetworkX y agregar nodos y aristas
G = nx.Graph()
for nodo, vecinos in grafo.items():
    for vecino, peso in vecinos.items():
        G.add_edge(nodo, vecino, weight=peso)
```

```python
# Dibujar el grafo
pos = nx.spring_layout(G) # Creamos la red de nodos
labels = nx.get_edge_attributes(G, 'weight') # Asignamos los pesos (valores) que se verán en la red
nx.draw(G, pos, with_labels=True, node_size=700, node_color='skyblue', font_size=12, font_weight='bold')
nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels=labels)
plt.title('Grafo de ejemplo')
plt.show()
```

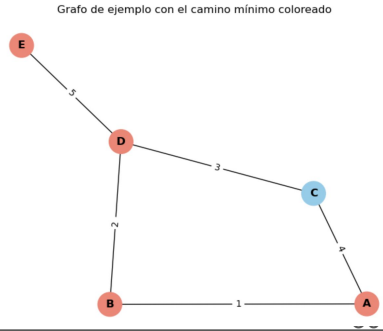
Ejemplo de búsqueda de costo uniforme

Resolvamos el siguiente ejemplo, utilizando python:



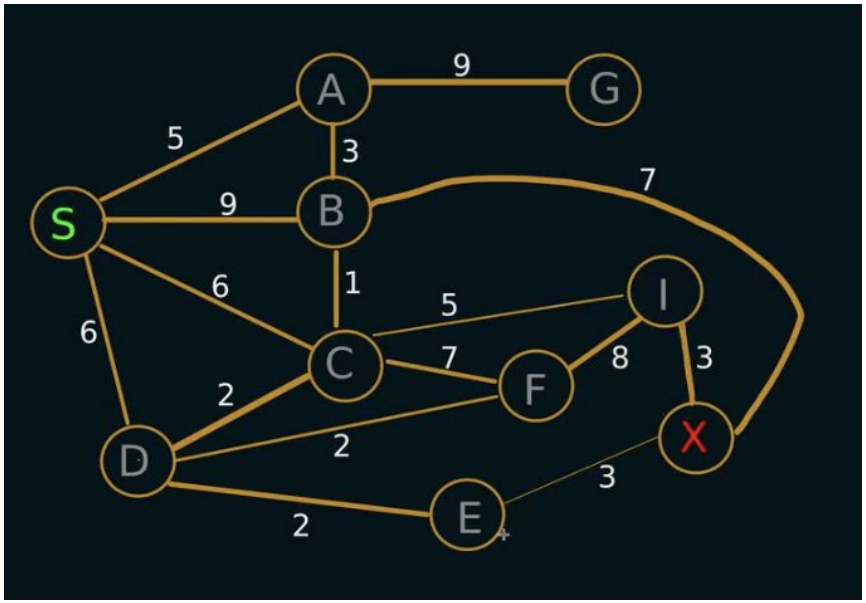

```python
# Algoritmo de costo uniforme
def costo_uniforme(inicio, objetivo, grafo):
    cola_prioridad = []
    heapq.heappush(cola_prioridad, (0, inicio, [inicio]))  # Un heap es una estructura de datos
                                                           # basada en un árbol binario
                                                           # heapq.heappush(heap, item):
                                                           # Agrega un nuevo elemento al montón.
    visitados = set()

    while cola_prioridad:
        costo_actual, nodo_actual, camino = heapq.heappop(cola_prioridad)
                                                           # heapq.heappop(heap):
        print("--------------------")
        print("Nodos visitados", visitados)
        print("Nodo Actual:", nodo_actual)
        print("Costo Actual:", costo_actual)
        print("Camino:", camino)

        if nodo_actual == objetivo:
            return costo_actual, camino

        if nodo_actual not in visitados:
            visitados.add(nodo_actual)
            for vecino, costo in grafo[nodo_actual].items():
                if vecino not in visitados: # Visitamos solo los vecinos NO visitados
                    nuevo_costo = costo_actual + costo
                    nuevo_camino = camino + [vecino]
                    heapq.heappush(cola_prioridad, (nuevo_costo, vecino, nuevo_camino))
            print("Cola:", cola_prioridad)

    return float('inf'), []
```

```python
# Calcular el costo mínimo y el camino usando búsqueda de costo uniforme
inicio = 'A'
objetivo = 'E'
costo_minimo, camino_minimo = costo_uniforme(inicio, objetivo, grafo)

# Imprimir el costo mínimo y el camino
if costo_minimo != float('inf'):
    print(f"El costo mínimo desde {inicio} hasta {objetivo} es: {costo_minimo}")
    print(f"El camino mínimo es: {' -> '.join(camino_minimo)}")
else:
    print(f"No se encontró un camino desde {inicio} hasta {objetivo}")
```



Ejercicio:

Resolver el siguiente grafo utilizando el algoritmo de búsqueda de costo uniforme:



Actividad:

- Se desea encontrar el mejor camido de “S” a “X” (Menor costo)
- Resolver el ejercicio manualmente.
- Crear la relación de los nodos, y programarla
- Mostrar el grafo correspondiente que represente la unión de todos los nodos
- Usar el algoritmo de búsqueda de costo uniforme e imprimir el mejor camino y su costo final.

Ejercicio de costo uniforme

Ahora, trabajemos con un ejemplo real:

<u>Actividad:</u>

- Se desea crear un algoritmo en el que el usuario pregunte por una estación (Terminal o transborde), y este le diga la mejor ruta, basado en la cantidad de estaciones que debe recorrer para llegar allá
- Deberás de crear el grafo, tomando como nodos las terminales y los transbordes, y el costo será la cantidad de estaciones que hay entre cada uno
- Debes mostrar el grafo
- Si el usuario ingresa una estación de partida y una de llegada, el algoritmo deberá de escribir la mejor ruta, y el costo (estacions) para llegar hasta allá