Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Erhard Zorn, NN

WS 2023/24
https://isis.tu-berlin.de/course/view.php?id=35688

LaTeX: Einführung in das mathematisch-wissenschaftliche Textsatzsystem
Hausaufgabe 4

Abgabe: Mo 27.11.2023, 23:59 auf ISIS

Allgemeine Hinweise zu den Hausaufgaben

- Bitte ladet die Hausaufgaben als LaTeX-Files auf ISIS hoch. Beachtet dabei die Hinweise zur Bezeichnung von Dateien auf der ISIS-Kursseite. Abgaben, die den obigen Anforderungen nicht entsprechen, können nicht automatisch verarbeitet werden. Sie können daher nicht gewertet werden; eine spätere korrigierte Abgabe ist gegebenenfalls möglich.
- LaTeX-Files müssen fehlerfrei kompilierbar sein. Prüft daher vor der Abgabe, ob das `.log`-File keine Fehler enthält, bzw. vergewissert euch davon in eurer Entwicklungsumgebung oder auf `www.overleaf.com`.
- Alle Hausaufgaben sollen mit Standard-Paketen erstellt werden, wie sie in den Standard-Distributionen oder auf `www.overleaf.com` zur Verfügung stehen.

Hausaufgabe 4.1 (1 Punkt)

- Erstellt ein LaTeX-Dokument mit der `article`-Klasse.
- Die mathematischen Zeichen wie $\mathbb{R}$ für die reellen Zahlen, $\mathbb{Z}$ für die ganzen Zahlen etc. erfordern einen speziellen Zeichensatz. Mit dem Paket `amssymb` steht dafür der Zeichensatz „blackboard bold" zur Verfügung. Im ersten Video der letzten Woche wurde damit bereits $\mathbb{R}$ geschrieben.

  Definiert in der Präambel neue Befehle `\N`, `\Z` etc. für $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ und schreibt mit Hilfe dieser Befehle einen kurzen Text, in dem alle diese Symbole vorkommen.
- Definiert mindestens zwei neue Befehle in der Präambel, von denen mindestens eines mindestens zwei Argumente haben muss. Schreibt einen kurzen Text, der diese neuen Befehle verwendet.

Hausaufgabe 4.2 (2 Punkte)

Schreibt die folgenden Texte.

(i) Es gilt:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| = 1\} \\
\mathring{M}_1 &= \emptyset \\
\partial M_1 &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| = 1\} = M_1
\end{aligned}$$

(ii) Mit Hilfe der Rechenregeln für Summen (Linearität) erhalten wir:

$$\begin{aligned}
\nabla(f+g)(x) &= \begin{pmatrix} \partial_{x_1}(f(x)+g(x)) \\ \dots \\ \partial_{x_n}(f(x)+g(x)) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \partial_{x_1} f(x) + \partial_{x_1} g(x)) \\ \dots \\ \partial_{x_n} f(x) + \partial_{x_n} g(x)) \end{pmatrix} \\
&= \nabla f(x) + \nabla g(x)
\end{aligned}$$

(iii) Wir betrachten das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wir lösen es mit Hilfe des Gauss-Algorithmus:

$$\begin{array}{rrrcr} 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 2 & -2 & -1 & | & -1 \\ 4 & 4 & 1 & | & 0 \end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{rrrcr} 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 2 & -2 & -1 & | & -1 \\ 0 & 0 & -3 & | & -8 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{array}{rrrcr} 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 2 & -2 & -1 & | & -1 \\ 0 & 0 & -3 & | & -8 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{array}{rrrcr} 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 0 & -4 & -3 & | & -5 \\ 0 & 0 & -3 & | & -8 \end{array}$$

Hausaufgabe 4.3 (2 Punkte)

Setzt die folgenden Texte:

- Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = \begin{cases} x\sin(\frac{1}{y}) + y\cos(\frac{1}{x}) & \textbf{falls } x \neq 0 \textbf{ und } y \neq 0 \\ 0 & \textbf{falls } x = 0 \textbf{ oder } y = 0 \end{cases}$$

  ist stetig auf $\mathbb{R}^2$ **außer auf** $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 0$ **oder** $y = 0\} \setminus \{(0,0)\}$**.**

- Mit Hilfe des `\cfrac`-Befehls setzen wir einen schönen Kettenbruch:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1^2}{3 + \cfrac{2^2}{5 + \cfrac{3^2}{7 + \cfrac{4^2}{9 + \cfrac{5^2}{\ddots}}}}}$$

- Tip: `split`-Umgebung:
  Die folgende Rechnung bestätigt unsere Formel für den Lapace-Operator in Polarkoordinaten.

$$\begin{split}
\partial_r^2 g + \frac{1}{r} \cdot \partial_r g + \frac{1}{r^2} \cdot \partial_\varphi^2 g &= \cos(\varphi)^2 \partial_x^2 f + 2\cos(\varphi)\sin(\varphi)\partial_x\partial_y f \\
&\quad + \sin(\varphi)^2 \partial_y^2 f + \frac{1}{r}(\cos(\varphi)\partial_x f + \sin(\varphi)\partial_y f) \\
&\quad + \frac{1}{r^2}(-r(\cos(\varphi)\partial_x f + \sin(\varphi)\partial_y f) \\
&\quad + r^2(\sin(\varphi)^2 \partial_x^2 f + \cos(\varphi)^2 \partial_y^2 f) \\
&\quad - 2r^2 \sin(\varphi)\cos(\varphi)\partial_x\partial_y f) \\
&= \partial_x^2 f(\cos(\varphi)^2 + \sin(\varphi)^2) \\
&\quad + \partial_y^2 f(\sin(\varphi)^2 + \cos(\varphi)^2) \\
&\quad + \partial_x\partial_y f(2\cos(\varphi)\sin(\varphi) - 2\sin(\varphi)\cos(\varphi)) \\
&\quad + \partial_x f(\frac{1}{r}\cos(\varphi) - \frac{1}{r}\cos(\varphi)) \\
&\quad + \partial_y f(\frac{1}{r}\sin(\varphi) - \frac{1}{r}\sin(\varphi)) \\
&= \partial_x^2 f + \partial_y^2 f
\end{split} \tag{1}$$

- Wir betrachten die Maxwellschen Gleichungen, wobei wir $\boldsymbol{B}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{j}$ *fett* setzen, statt sie mit Vekorpfeilen zu versehen, wie es in der Literatur auch vorkommt. Die Gleichungen sollen zentriert gesetzt werden, also nicht nach dem Gleichheitszeichen ausgerichtet werden.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$