

Hausaufgabe 2 - Einführung in Latex

Bading, Daniel
`daniel.bading@campus.tu-berlin.de`
Matrikelnummer: 405020

December 4, 2023

Contents

1	Hausaufgabe 5.1	3
1.1	Vorwort	3
2	neues Kapiel	4
2.1	neuer Abschnitt	4
3	Hausaufgabe 5.2	5
4	Hausaufgabe 5.3	6
4.1	binomische Formeln	6
4.2	binomische Ungleichung	6

1 Hausaufgabe 5.1

1.1 Vorwort

Ich hoffe hier geht es nicht so sehr um den Inhalt. Ich denke aber es wird die Nummerierung der Theorem-Umgebungen klar. Dabei ist die Theorem-Umgebung 'Lemma', die die Nummer der jeweiligen **section** enthält und die Theorem-Umgebungen 'Satz' und 'Definition' die anderen beiden.

Lemma 1.1. *Wir wollen in diesem Kapitel und den folgenden Kapiteln sehen, dass die Nummerierung der Lemmata unabhängig von den der Sätze und Definitionen ist. Jedoch ist die Nummerierung der Sätze und Definitionen gleich.*

und wollen später auf Lemma 1.1 referenzieren

Definition 1.1.1. *Seien X, Y Mengen und $A: X \rightarrow 2^Y$ eine Abbildung. Dann heißt:*

i) $D(A) := \{u \in X | Au \neq \emptyset\}$ der effektive Definitionsbereich

ii) $R(A) := \bigcup_{u \in D(A)} Au$ der Wertebereich von A

iii) $G(A) := \{(u, v) \in X \times Y | u \in D(A), v \in R(A)\}$ der Graph von A

Wir schreiben auch $(u, v) \in A$, wenn $(u, v) \in G(A)$ ist.

Lemma 1.2. *Es ist $A: V \rightarrow V^*$ monoton und demistetig genau dann, wenn A maximal monoton ist.*

Definition 1.1.2. *Sei V ein reeller und reflexiver Banach-Raum und V^* der dazugehörige Dualraum von V . Weiter sei $\Lambda: D(\Lambda) \rightarrow 2^{V^*}$ ein Operator, wobei $D(\Lambda) \subset V$ ein linearer Definitionsbereich¹ ist. Es heißt Λ maximal monoton genau dann, wenn*

i) Λ ist monoton

ii) für $f \in V^*$ folgt aus

$$\langle f - \Lambda v, u - v \rangle \geq 0 \text{ für alle } v \in D(\Lambda),$$

dass $u \in D(\Lambda)$ und $\Lambda u = f$.

Satz 1.1.3 (von Browder-Minty mit maximal-monotoner Störung). *Sei V ein separabler, reflexiver Banach-Raum und V^* der dazugehörige Dualraum von V . Weiter sei $A: V \rightarrow V^*$ radialstetig, monoton und koerzitiv und $\Lambda: D(\Lambda) \rightarrow V^*$ radialstetig und maximal-monoton, wobei $D(\Lambda)$ der lineare Definitionsbereich¹ von Λ ist.*

Für $f \in V^$ existiert ein $u \in D(\Lambda)$ mit $Au + \Lambda u = f$. Ist A zusätzlich strikt monoton, so ist die Lösung $u \in D(\Lambda)$ eindeutig.*

Lemma 1.3 (Nullstellenlemma). *Seien V, V^*, A, Λ und f wie im Satz. Sei weiterhin $F \subset D(\Lambda)$ ein linearer und endlichdimensionaler Unterraum und $M > 0$ eine von F unabhängige Konstante.*

Dann existiert ein $u_F \in F$ mit

$$\langle Au_F + \Lambda u_F - f, h \rangle = 0 \text{ für alle } h \in F.$$

Es ist zusätzlich $\|u_F\| \leq M$.

¹das heißt, es liegt eine lineare Vektorraumstruktur vor

2 neues Kapitel

2.1 neuer Abschnitt

Lemma 2.1. *Sei V ein Banach-Raum, $K \subset V$ eine abgeschlossene Kugel und $\Phi \subset K$ ein endliches System schwach abgeschlossener Teilmengen von K . Falls $\bigcap_{U \subset \Psi} U \neq \emptyset$ für alle $\Psi \subset \Phi$, dann folgt $\bigcap_{U \subset \Phi} U \neq \emptyset$*

Definition 2.1.1. *Seien X, Y Mengen und $A: X \rightarrow 2^Y$ eine Abbildung. Dann heißt:*

i) $D(A) := \{u \in X | Au \neq \emptyset\}$ der effektive Definitionsbereich

ii) $R(A) := \bigcup_{u \in D(A)} Au$ Wertebereich

iii) $G(A) := \{(u, v) \in X \times Y | u \in D(A), v \in R(A)\}$ Graph von A

Wir schreiben auch $(u, v) \in A$, wenn $(u, v) \in G(A)$ ist.

Satz 2.1.2 (von Browder-Minty mit maximal-monotoner Störung). *Sei V ein separabler, reflexiver Banach-Raum und V^* der dazugehörige Dualraum von V . Weiter sei $A: V \rightarrow V^*$ radialstetig, monoton und koerzitiv und $\Lambda: D(\Lambda) \rightarrow V^*$ radialstetig und maximal-monoton, wobei $D(\Lambda)$ der lineare Definitionsbereich¹ von Λ ist.*

Für $f \in V^$ existiert ein $u \in D(\Lambda)$ mit $Au + \Lambda u = f$. Ist A zusätzlich strikt monoton, so ist die Lösung $u \in D(\Lambda)$ eindeutig.*

3 Hausaufgabe 5.2

Lemma 3.1. *Wir erhalten mit Hilfe des Distributivgesetzes die Gleichung für die binomische Formel:*

$$(a + b) \cdot (a - b) = (a \cdot a + \cancel{b \cdot a} - \cancel{a \cdot b} - b \cdot b) \\ = a^2 - b^2$$

Lemma 3.2. *Wir können auch in einer Matrix bestimmen, ob die Zeilen links- oder rechtsbündig sind beziehungsweise auch zentriert:*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 100 & 200 & 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 100 & 200 & 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 100 & 200 & 300 \end{pmatrix}$$

Satz 3.0.1. *Mit Hilfe des `intertext`-Befehls lassen sich Formeln schöner oder hässlicher aufschreiben:*

$$A = \sum_{0 \leq i < j \leq n} a_{ij}$$

sieht hässlich aus im Vergleich zu

$$A = \sum_{0 \leq i < j \leq n} a_{ij}$$

4 Hausaufgabe 5.3

4.1 binomische Formeln

Wir betrachten die sogenannten Formeln:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (3)$$

Mit diesen Formeln lassen sich zum Beispiel die Flächen von Quadraten leichter berechnen. Wir sehen in der Formel (1) um wie viel größer die Fläche eines Quadrates wird, wenn wir die Seiten, die ursprünglich die Länge a hatten, um b verlängert werden.

Genauso sehen wir in der Gleichung (2) die Änderung, wenn wir die Seiten um die Länge b verkürzen. Wir werden die Gleichung (2) ebenfalls für den Beweis der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Gleichung (4) nutzen. Dazu dann aber mehr auf Seite 6.

Fragt man sich nun, was passiert, wenn man die eine Seite des Quadrats um dieselbe Länge verkürzt, wie man die andere Seite verlängert, so liefert Gleichung (3) die Antwort.

4.2 binomische Ungleichung

Es wird in der Literatur auch häufig von binomischen Ungleichungen Gebrauch gemacht ohne dass der Name dafür so einheitlich ist. Es geht glaube ich dabei mehr darum, dass sich Diese mit Hilfe der in Kapitel 4.1 auf Seite 6 beschriebenen Formeln leicht beweisen lassen.

Dazu zählt unter Anderem:

$$ab \leq \frac{\varepsilon}{2}a^2 + \frac{1}{2\varepsilon}b^2, \quad \text{für } \varepsilon > 0, a, b \in \mathbb{R} \quad (4)$$

Damit beenden wir das Kapitel 4 und lesen nächste Woche wieder voneinander.