

Completar las siguientes afirmaciones:

1. Sean  $X_1, \dots, X_m$  son independientes si y sólo sí, para cualquiera  $B_i \in \mathcal{B}^{n_i}, i = 1, \dots, m$  se tienen las siguientes identidades:

$$P_{X_1, \dots, X_m}(B_1 \times \dots \times B_m) = P(X_1 \in B_1, \dots, X_m \in B_m) = P_{X_1}(B_1) \dots P_{X_m}(B_m) = P(X_1 \in B_1) \dots P(X_m \in B_m)$$

2. Supongamos que existen las funciones generatrices de momentos de  $X_1, \dots, X_m$ , respectivamente, definidas en los intervalos  $I_i = \prod_{j=1}^{n_i} (-a_{j,i}, b_{j,i}), a_{j,i}, b_{j,i} > 0, I_i \subseteq \mathbb{R}^{n_i}, i = 1, \dots, m$ . Entonces,  $X_1, \dots, X_m$  son independientes si y sólo sí, para cualesquiera  $(t_1, \dots, t_m) \in I_1 \times \dots \times I_m$ , se tiene:

$$M_{X_1, \dots, X_m}(t_1, \dots, t_m) = M_{X_1}(t_1) \dots M_{X_m}(t_m)$$

3. Si  $X_1, \dots, X_m$  son independientes, cualquier subconjunto  $X_{i_1}, \dots, X_{i_k}, 0 < k < m$ , de  $X_1, \dots, X_m$  **son también independientes**.
4. Si  $X_1, \dots, X_m$ , son variables aleatorias independientes, para cualesquiera  $g_i, i = 1, \dots, m$ , aplicaciones medibles, las variables aleatorias  $g_1(X_1), \dots, g_m(X_m)$  **también son independientes**.