Laboratorul 1 - [Calcul Numeric]

tema nr. 1

ex 1, 2: la un mom dat. ∃ u m. pt a.î. : $1+\mu = 1$.

1. cel mai mic nr. $\mu = 10^{-m}$.

$1.0 +_c \mu \neq 1.0$

dar. dacă am împ. /10 ⇒ ar da 0.

(precizia mașinii). $\mu = 10^{-m}$ (cel mai mic)

$\mu > 0$.

while (cond ✓)
  $\mu /= 10$.

ex: 10^{-16} la 10^{-16} → va da 0.

- acesta este destul de mic. a.î. să găsesc. (să aprox cu 0)

2. adunarea este neasociativă.

($\mu = 10^{-m}$ - precizie mașină)

$m \simeq 15$

"+" neasoc.

$a + (b+c) \neq (a+b) + c$

unde: $a = 1.0$

$b = \mu/10$

$c = \mu/10$.

Găsiți un ex. pt care × nu este asoc

! putem verifica generând 3 nr : (0, 1)

(random) : pt care : $a \times (b \times c) \neq (a \times b) \times c$

nu sunt asoc pt. că la o anumită zecimală va aproxima.

și va da greșit.

calculatorul nu va face ca și noi, deoarece acesta lucrează cu aprox

3. Aprox. fct. tangentă tg → per: $K \cdot \frac{\pi}{2}$

$\boxed{\tan(x + K\pi) = tg(x)}$

∀ val poate fi doar în $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$

2 meth.

↳ fracțiilor continue

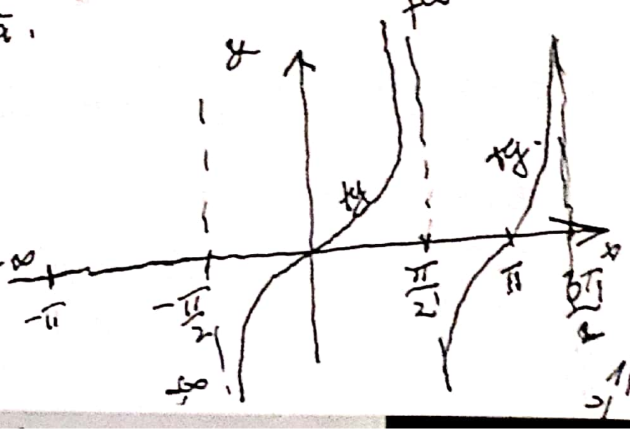
↳ serii de puteri // polinomială.

(Taylor)

$\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ → $-\infty, +\infty$

! numit e 0. ($\cos \frac{\pi}{2} = 0$

$\frac{2\pi}{2} = 0$ etc.)



1/

Ex: pornd:

$$\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{4\pi+\pi}{4}\right) = tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = 1$$ → 45°

5%4 = c, r.

$\frac{5\pi}{4} \notin \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ⇒ dar am făcut transformarea

pt. input neg.
↳ antisim (f.t. impară)

$$\boxed{\tan(-x) = -\tan(x)}$$

$$\tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = -\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) \text{ - sem.}$$

$$\tan\left(-\pi-\frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \overset{antisim}{=} -\tan\frac{\pi}{4} = -1$$

În $\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$ cazuri separate

- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \tan(x) = +\infty$

pentru

- $\lim_{x\to-\frac{\pi}{2}} \tan(x) = -\infty$

• dacă $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ⇒ $\tan(x) = 0$

if (input == multiplu impar de $\frac{\pi}{2}$)

Aprox. tangentă

① meth. fracțiilor continue

$$f = b_0 \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{b_3 + \dots}}} = b_0 + \frac{a_1}{b_1+}\frac{a_2}{b_2}+\frac{a_3}{b_3+} \dots$$

nu ne trb. acestea aram alg.

a_1 $a_2, a_3, a_4, = -x^2$

$$\tan(x) = \frac{x}{1+}\frac{(-x^2)}{3+}\frac{(-x)^2}{5+} + \dots$$

$\overline{b_1}$ $\overline{b_2}$ $\overline{b_3}$

$b_0 = 0$
$a_1 = x$
$b_1 = 1$

⇒ calc. după rec. date în temă. (meth. lui Lentz modificată)

ε = al cărei aprox. ≠ 0.

ε = ~~10~~ (P) → dom. input.

! pt. a arăta că $x \neq y$

evaluez $|x - y| \geq \varepsilon$

$\downarrow$

10^{-p}

! $x = y \Rightarrow$ eval. def

$|x - y| < \varepsilon$

! pt numitori trb să asig $\neq 0$, de fapt îl comparăm cu ε.

- my-tan1

! pt a ne verifica: fol biblioteca (din limbajul fol.)

facem tan (x) pt. inputul nostru.

$|\tan x - \text{my-tan1}|$ ar trb să fie f. mic $\leftarrow$ (aprox. bună)

② meth. polinomială (sumi inf)

$\tan(x) \overset{\text{S. Taylor}}{\simeq} x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 = x + P(x^2) \cdot x^3$ (fact. x^3)

putem restrânge (int) pt. o aprox. mai bună.

$(0, \frac{\pi}{2})$

pt input $\uparrow$ putem transf pt că fol. antisim

! facem schimbarea cu $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$

putem avea stocate coef.

$x + c_1 x^3 + c_2 x^5 + \ldots$

$[1, c_1, c_2, \ldots]$

Verif. lucrului corect:

$|\tan(x) - \text{my-tan2}(x)|$

$\hookrightarrow$ librarian

$x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \tan(x) = \frac{1}{\tan(\frac{\pi}{2} - x)}$

$x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$$\tan(x) = \begin{cases} \tan(x), & x \in (0, \frac{\pi}{2}] \\ -\tan(x), & x \in [-\frac{\pi}{2}, 0) \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$