

Examen

1. Selecciona la opción u opciones correctas:

Si $u, v \in \mathbb{R}^n$ cumplen $u \cdot v = 0$, entonces:

- a) u, v son ortogonales.
- b) u, v son paralelos.
- c) $u = 0$ o bien $v = 0$.
- d) $v \cdot u = 0$.

2. Selecciona la opción u opciones correctas:

Si $v \in \mathbb{R}^n$ cumple $v \cdot v = 0$, entonces:

- a) $v = 0$.
- b) $\|v\|_1 = 1$.
- c) $\|v\|_2 = 1$.
- d) Ningún vector cumple esa condición.

3. Se sabe que el vector $v = (2, 5, a, -1)$ cumple $\|v\|_\infty = 6$. Además, se sabe que $u \cdot v > 0$, donde $u = (1, 0, -1, 2)$. ¿Cuál es el valor de a ?

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matriz no regular. Selecciona la opción u opciones correctas:

- a) $A = 0$.
- b) $\det(A) = 0$.
- c) $\text{rank}(A) = n$.
- d) A^2 no es regular.

5. Sean $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ cumpliendo $\det(A) = 12$ y $\det(B) = -12$. Selecciona la opción u opciones correctas:

- a) $A + B$ no es regular.
- b) $\det(A + B) = 0$.
- c) $\det(A + B) = 24$.
- d) $\det(AB) = -144$.

6. El sistema

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 2z = 3 \\ -2x - 4y + 4z = -6 \end{array} \right\}$$

es...

- a) compatible determinado.
- b) compatible indeterminado, con una solución dependiente de un parámetro.
- c) compatible indeterminado, con una solución dependiente de dos parámetros.
- d) incompatible.

7. El dominio de definición de la función

$$\sqrt{4 - x^2}$$

es...

- a) $] -\infty, -2] \cup [2, +\infty[$.
- b) $] -\infty, -2[\cup]2, +\infty[$.
- c) $[-2, 2]$.
- d) $] -2, 2[$.

8. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{e^{x-2} - 1}.$$

9. Sea $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x) & x < 1, \\ 1 & x = 1, \\ x^2 - 1 & x > 1. \end{cases}$$

Selecciona la opción u opciones correctas:

- a) f es continua en 1.
- b) f es discontinua en 1.
- c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

10. Sea f una función continua en $[-7, 9]$ tal que $f(-7)f(9) < 0$ y supongamos que $c \in]-7, 9[$ es el único punto que cumple $f(c) = 0$. ¿Cuál es la longitud del intervalo con el que acotamos c tras realizar 4 iteraciones del método de la bisección?
- a) $\frac{1}{16}$.
 - b) $\frac{1}{4}$.
 - c) 1.
 - d) 4.
11. Sea $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ cumpliendo ser derivable en $x = 1$. Selecciona la opción u opciones correctas:
- a) Se cumple necesariamente $f(1) = 0$.
 - b) Se cumple necesariamente $f(0)f(2) < 0$.
 - c) f es continua en 1.
 - d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.
12. Si $f(x) = \ln(x)e^x$, entonces $f'(x)$ es igual a...
- a) 1.
 - b) $\frac{1}{e^x}$.
 - c) $\frac{e^x}{x}$.
 - d) $\left(\frac{1}{x} + \ln(x)\right)e^x$.

13. Si $f(x) = \sin(\sqrt{x})$, entonces $f'(x)$ es igual a...

- a) $\cos(\sqrt{x})$.
- b) $\frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$.
- c) $\cos\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$.
- d) $\cos(\sqrt{x}) + \sin\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$.

14. Se sabe que un punto crítico de la función $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$ es $(0, 0)$. Este punto crítico es...

- a) un máximo relativo.
- b) un mínimo relativo.
- c) un punto de silla.
- d) no se puede determinar.

15. Halla el valor de

$$\int_{-1}^1 (2x + 1)dx.$$

16. La probabilidad de que ocurra un suceso en un experimento es de 0.4. ¿Cuál es la probabilidad de que este suceso ocurra por primera vez en el tercer intento?

17. Se sabe que un suceso A cumple $p(A) = 0.8$. Si B es otro suceso cumpliendo $p(B) = 0.5$ y que además cumple ser independiente de A , calcula $p(A \cap B)$.

18. Se tienen dos sucesos A y B que cumplen $p(A) = 0.4$, $p(B) = 0.5$ y $p(A \cap B) = 0.3$. Selecciona la opción u opciones correctas:

- a) A y B son independientes.
- b) A y B son dependientes.
- c) $p(A|B) = 0.6$.
- d) $p(B|A) = 0.75$.

19. La probabilidad de que ocurra un suceso en un experimento es de 0.4. ¿Cuál es la probabilidad de que este suceso ocurra 3 veces o más tras 5 intentos?

20. Se tienen dos variables aleatorias independientes, X, Y , siguiendo ambas una distribución binomial con los parámetros siguientes: $X \sim B(4, 0.5)$, $Y \sim B(5, 0.6)$. ¿Cuál es el valor de $E[XY]$?