Lógica de Predicados

La lógica de predicados, también conocida como lógica de primer orden, o cálculo de predicados de primer orden, es una colección de sistemas formales utilizados en matemáticas, filosofía, lingüística e informática. La lógica de primer orden usa variables cuantificadas sobre objetos no lógicos y permite el uso de oraciones que contienen variables, de modo que en lugar de proposiciones como "Sócrates es un hombre", uno puede tener expresiones en la forma "existe x tal que x es Sócrates y x es un hombre", donde "existe" es un cuantificador, mientras que x es una variable. Esto la distingue de la lógica proposicional, que no utiliza cuantificadores ni relaciones; en este sentido, la lógica proposicional es el fundamento de la lógica de primer orden.

Una teoría sobre un tema, como la teoría de conjuntos, una teoría de grupos o una teoría formal de la aritmética, suele ser una lógica de primer orden junto con un dominio específico del discurso (sobre el cual se extienden las variables cuantificadas), funciones de ese dominio a sí mismo, predicados definidos en ese dominio y un conjunto de axiomas que se cree que se cumplen sobre ellos. La "teoría" a veces se entiende en un sentido más formal que como solo un conjunto de oraciones en lógica de primer orden.

El término "primer orden" distingue la lógica de primer orden de la lógica de orden superior, en la que hay predicados que tienen predicados o funciones como argumentos, o en la que se permite la cuantificación sobre predicados, funciones o ambos. En las teorías de primer orden, los predicados a menudo se asocian con conjuntos. En las teorías interpretadas de orden superior, los predicados pueden interpretarse como conjuntos de conjuntos.

Hay muchos sistemas deductivos para la lógica de primer orden que son sólidos (sound en inglés), es decir, todos los enunciados demostrables son verdaderos en todos los modelos, y completos, es decir, todos los enunciados que son verdaderos en todos los modelos son demostrables. Aunque la relación de consecuencia lógica es solo semidecidible, se ha avanzado mucho en la demostración automática de teoremas en lógica de primer orden. La lógica de primer orden también satisface varios teoremas metalógicos que la hacen susceptible de análisis en la teoría de pruebas, como el teorema de Löwenheim-Skolem y el teorema de compacidad.

La lógica de primer orden es el estándar para la formalización de las matemáticas en axiomas y se estudia en los fundamentos de las matemáticas. La aritmética de Peano y la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel son axiomatizaciones de la teoría de números y la teoría de conjuntos, respectivamente, en lógica de primer orden. Sin embargo, ninguna teoría de primer orden tiene la fuerza para describir de manera única una estructura con un dominio infinito, como los números naturales o la línea real. Los sistemas de axiomas que describen completamente estas dos estructuras, es decir, los sistemas de axiomas categóricos, se pueden obtener en lógicas más fuertes, como la lógica de segundo orden.

Los fundamentos de la lógica de primer orden fueron desarrollados de forma independiente por [Gottlob Frege (https://en.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege)](https://en.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege) y [Charles Sanders Peirce (https://en.wikipedia.org/wiki/Charles_Sanders_Peirce)](https://en.wikipedia.org/wiki/Charles_Sanders_Peirce).

Mientras que la lógica proposicional trata con proposiciones declarativas simples, la lógica de primer orden también cubre predicados y cuantificación.

Un predicado se evalúa como verdadero o falso para una entidad o entidades en el dominio del discurso. Considere las dos oraciones "Sócrates es un filósofo" y "Platón es un filósofo". En la lógica proposicional, estas oraciones se consideran no relacionadas y pueden denotarse, por ejemplo, mediante variables como p y q. El predicado "es un filósofo" ocurre en ambas oraciones, que tienen una estructura común de "x es un filósofo". En la primera oración el valor de la variable x es "Sócrates", y en la segunda oración es "Platón". Mientras que la lógica de primer orden permite el uso de predicados, como "es un filósofo" en

Las relaciones entre predicados se pueden establecer mediante conectores lógicos. Por ejemplo, la fórmula de primer orden "si x es un filósofo, entonces x es un erudito" es una declaración condicional con "x es un filósofo" como hipótesis y "x es un erudito" como conclusión. La verdad de esta fórmula depende de qué objeto se denota con x y de las interpretaciones de los predicados "es un filósofo" y "es un erudito".

Los cuantificadores se pueden aplicar a variables en una fórmula. La variable x en la fórmula anterior se puede cuantificar universalmente, por ejemplo, con la oración de primer orden "Para todo x, si x es un filósofo, entonces x es un erudito". El cuantificador universal "para cada" en esta oración expresa la idea de que la afirmación "si x es un filósofo, entonces x es un erudito" se cumple para todas las elecciones de x.

La negación de la oración "Para todo x, si x es un filósofo, entonces x es un erudito" es lógicamente equivalente a la oración "Existe x tal que x es un filósofo y x no es un erudito". El cuantificador existencial "existe" expresa la idea de que la afirmación "x es un filósofo y x no es un erudito" se cumple para alguna elección de x.

Los predicados "es un filósofo" y "es un erudito" toman cada uno una sola variable. En general, los predicados pueden tomar varias variables. En la oración de primer orden "Sócrates es el maestro de Platón", el predicado "es el maestro de" toma dos variables.

Una interpretación (o modelo) de una fórmula de primer orden especifica lo que significa cada predicado y las entidades que pueden instanciar las variables. Estas entidades forman el dominio de discurso o universo, que generalmente se requiere que sea un conjunto no vacío.

Por ejemplo, en una interpretación con el dominio del discurso constituido por todos los seres humanos y el predicado "es filósofo" entendido como "fue el autor de la República", se ve la oración "Existe x tal que x es filósofo" como verdadero, como lo atestigua Platón.

Hay dos partes clave de la lógica de primer orden. La sintaxis determina qué secuencias finitas de símbolos son expresiones bien formadas en lógica de primer orden, mientras que la semántica determina los significados detrás de estas expresiones.

Sintáxis

A diferencia de los lenguajes naturales, como el inglés, el lenguaje de la lógica de primer orden es completamente formal, por lo que puede determinarse mecánicamente si una expresión dada está bien formada. Hay dos tipos clave de expresiones bien formadas:

- términos, que representan objetos de forma intuitiva, y
- fórmulas, que expresan afirmaciones de forma intuitiva que pueden ser verdaderas o falsas.

Los términos y fórmulas de la lógica de primer orden son cadenas de símbolos, donde todos los símbolos juntos forman el alfabeto del lenguaje. Como ocurre con todos los lenguajes formales, la naturaleza de los símbolos en sí está fuera del alcance de la lógica formal; a menudo se los considera simplemente como letras y signos de puntuación.

Es común dividir los símbolos del alfabeto en símbolos lógicos, que siempre tienen el mismo significado, y símbolos no lógicos, cuyo significado varía según la interpretación. Por ejemplo, el símbolo lógico ∧ siempre representa "y"; nunca se interpreta como "o", que se representa con el símbolo lógico ∨. Sin embargo, un símbolo de predicado no lógico como Phil(x) podría interpretarse como "x es un filósofo", "x es un hombre llamado Felipe" o cualquier otro predicado unario según la interpretación que se tenga entre manos.

Los símbolos lógicos son un conjunto de caracteres que varían según el autor, pero generalmente incluyen lo siguiente:

- Símbolos cuantificadores: ∀ para cuantificación universal y ∃ para cuantificación existencial
- Conectivos lógicos: ∧ para conjunción, ∨ para disyunción, → para implicación, ↔ para bicondicional, ¬ para negación.
- Paréntesis, corchetes y otros símbolos de puntuación.
- Un conjunto infinito de variables, a menudo indicadas con letras minúsculas al final del alfabeto $x, y, z, \ldots$. Los subíndices se utilizan a menudo para distinguir variables: $x0, x1, x2, \ldots$.
- Un símbolo de igualdad (a veces, símbolo de identidad) =
- Constantes de verdad: T o $\top$ para "verdadero" y F o $\perp$ para "falso". Sin tales operadores lógicos de valencia 0, estas dos constantes solo pueden expresarse usando cuantificadores.

Los símbolos no lógicos representan predicados (relaciones), funciones y constantes. Una práctica estándar consiste en usar un conjunto fijo e infinito de símbolos no lógicos para todos los propósitos:

- Para cada entero n ≥ 0, hay una colección de símbolos de predicado n-ario. Debido a que representan relaciones entre n elementos, también se les llama símbolos de relación. Para cada aridad n, hay una oferta infinita de ellos: $P_0^n, P_1^n, P_2^n, P_3^n, \ldots$
- Para cada entero n ≥ 0, hay infinitos símbolos de funciones n-arias: $f_0^n, f_1^n, f_2^n, f_3^n, \ldots$

Cuando la aridad de un símbolo de predicado o símbolo de función es clara por el contexto, a menudo se omite el superíndice n.

En este enfoque, cada símbolo no lógico es de uno de los siguientes tipos:

- Un símbolo de predicado (o símbolo de relación) con alguna valencia (o aridad, número de argumentos) mayor o igual a 0. A menudo se indican con letras mayúsculas como P, Q y R. Ejemplos:

  > En P(x), P es un símbolo de predicado de valencia 1. Una posible interpretación es "x es un hombre".

  > En Q(x,y), Q es un símbolo de predicado de valencia 2. Las posibles interpretaciones incluyen "x es mayor que y" y "x es el padre de y".

  > Las relaciones de valencia 0 se pueden identificar con variables proposicionales, que pueden representar cualquier enunciado. Una posible interpretación de R es "Sócrates es un hombre".

- Un símbolo de función, con alguna valencia mayor o igual a 0. A menudo se denotan con letras romanas minúsculas como f, g y h. Ejemplos:

> f(x) puede interpretarse como "el padre de x". En aritmética, puede representar "-x". En la teoría de conjuntos, puede significar "el conjunto potencia de x".

> En aritmética, g(x,y) puede significar "x+y". En la teoría de conjuntos, puede significar "la unión de x e y".

> Los símbolos de función de valencia 0 se denominan símbolos constantes y, a menudo, se indican con letras minúsculas al principio del alfabeto, como a, b y c. El símbolo a puede representar a Sócrates. En aritmética, puede representar 0. En teoría de conjuntos, puede representar el conjunto vacío.

Reglas de Formación

Las reglas de formación definen los términos y fórmulas de la lógica de primer orden. Cuando los términos y fórmulas se representan como cadenas de símbolos, estas reglas se pueden usar para escribir una gramática formal para términos y fórmulas. Estas reglas generalmente son independientes del contexto (cada producción tiene un solo símbolo en el lado izquierdo), excepto que se puede permitir que el conjunto de símbolos sea infinito y puede haber muchos símbolos de inicio, por ejemplo, las variables en el caso de los términos.

El conjunto de términos se define inductivamente por las siguientes reglas:

- Variables. Cualquier símbolo variable es un término.
- Funciones. Si f es un símbolo de función n-aria y t1, ..., tn son términos, entonces f(t1,...,tn) es un término. En particular, los símbolos que denotan constantes individuales son símbolos de función nula y, por lo tanto, son términos.

Solo las expresiones que pueden obtenerse mediante un número finito de aplicaciones de las reglas 1 y 2 son términos. Por ejemplo, ninguna expresión que implique un símbolo de predicado es un término.

El conjunto de fórmulas (también llamadas fórmulas bien formadas o WFF) se define inductivamente mediante las siguientes reglas:

- Símbolos de predicado. Si P es un símbolo de predicado n-ario y t1, ..., tn son términos, entonces P(t1,...,tn) es una fórmula.
- Igualdad. Si el símbolo de igualdad se considera parte de la lógica y t1 y t2 son términos, entonces t1 = t2 es una fórmula.
- Negación. Si φ es una fórmula, entonces $\neg\varphi$ es una fórmula.
- Conectivos binarios. Si φ y ψ son fórmulas, entonces $(\varphi \rightarrow \psi)$ es una fórmula. Se aplican reglas similares a otros conectores lógicos binarios.
- cuantificadores. Si φ es una fórmula y x es una variable, entonces $\forall x\varphi$ (para todo x, φ se cumple) y $\exists x\varphi$ (existe x tal que φ se cumple) son fórmulas.

Solo las expresiones que se pueden obtener mediante un número finito de aplicaciones de las reglas 1 a 5 son fórmulas. Se dice que las fórmulas obtenidas de las dos primeras reglas son fórmulas atómicas.

Ejemplo:

$$\forall x\forall y(P(f(x)) \rightarrow \neg(P(x) \rightarrow Q(f(y), x, z)))$$

El papel de los paréntesis en la definición es garantizar que cualquier fórmula solo se pueda obtener de una manera: siguiendo la definición inductiva (es decir, hay un árbol de análisis único para cada fórmula). Esta propiedad se conoce como legibilidad única de las fórmulas. Existen muchas convenciones para el uso de paréntesis en las fórmulas.

Por conveniencia, se han desarrollado convenciones sobre la precedencia de los operadores lógicos, para evitar la necesidad de escribir paréntesis en algunos casos. Estas reglas son similares al orden de las operaciones en aritmética. Una convención común es:

- ¬ se evalúa primero
- ∧ y ∨ se evalúan a continuación
- Los cuantificadores se evalúan a continuación.
- → se evalúa en último lugar.

Variables Libres y Atadas

En una fórmula, una variable puede aparecer libre o unida (atada, ligada) o ambas. Intuitivamente, un símbolo de variable está libre en una fórmula si en ningún punto se cuantifica. En ∀y P(x, y), la única aparición de la variable x es libre mientras que la de y es unida. Las ocurrencias de variables libres y unidas en una fórmula se definen inductivamente de la siguiente manera.

- Fórmulas atómicas: Si φ es una fórmula atómica, entonces x ocurre libre en φ si y solo si x ocurre en φ. Además, no hay variables ligadas en ninguna fórmula atómica.
- Negación: x ocurre libre en ¬φ si y solo si x ocurre libre en φ. x ocurre ligado en ¬φ si y solo si x ocurre ligado en φ
- Conectivos binarios: x ocurre libre en (φ → ψ) si y solo si x ocurre libre en φ o ψ. x ocurre ligado en (φ → ψ) si y solo si x ocurre ligado en φ o ψ. La misma regla se aplica a cualquier otro conector binario en lugar de →.
- Cuantificadores: x aparece libre en ∀y φ, si y solo si x aparece libre en φ y x es un símbolo diferente de y. Además, x aparece ligada en ∀y φ, si y solo si x es y o x aparece ligada en φ. La misma regla se cumple con ∃ en lugar de ∀. Por ejemplo, en ∀x ∀y (P(x) → Q(x,f(x),z)), x e y solo aparecen ligadas, z solo aparece libre, y w no es ninguna de las dos porque no ocurre en la fórmula.

Las variables libres y ligadas de una fórmula no necesitan ser conjuntos disjuntos: en la fórmula P(x) → ∀x Q(x), la primera aparición de x, como argumento de P, es libre, mientras que la segunda, como argumento de Q , está unida.

Una fórmula en lógica de primer orden sin ocurrencias de variables libres se llama oración de primer orden. Estas son las fórmulas que tendrán valores de verdad bien definidos bajo una interpretación. Por ejemplo, si una fórmula como Phil(x) es verdadera debe depender de lo que representa x. Pero la oración ∃x Phil(x) será verdadera o falsa en una interpretación dada.

Semántica

Una interpretación de un lenguaje de primer orden asigna una denotación a cada símbolo no lógico (símbolo de predicado, símbolo de función o símbolo constante) en ese lenguaje. También determina un dominio de discurso que especifica el rango de los cuantificadores. El resultado es que a cada término se le asigna un objeto que representa, a cada predicado se le asigna una propiedad de los objetos y a cada oración se le asigna un valor de verdad. De esta manera, una interpretación proporciona significado

La forma más común de especificar una interpretación (especialmente en matemáticas) es especificar una estructura (también llamada modelo). La estructura consta de un dominio de discurso D y una función de interpretación I mapeando símbolos no lógicos a predicados, funciones y constantes.

El dominio del discurso D es un conjunto no vacío de "objetos" de algún tipo. Intuitivamente, dada una interpretación, una fórmula de primer orden se convierte en un enunciado sobre estos objetos; por ejemplo, $\exists x P(x)$ establece la existencia de algún objeto en D para el cual el predicado P es verdadero

Una fórmula se evalúa como verdadera o falsa dada una interpretación y una asignación de variable μ que asocia un elemento del dominio del discurso con cada variable. La razón por la que se requiere una asignación de variables es para dar significado a las fórmulas con variables libres, como y=x. El valor de verdad de esta fórmula cambia dependiendo de si x e y denotan al mismo individuo.

Si una oración φ se evalúa como verdadera bajo una interpretación dada M, se dice que M satisface φ; esto se denota $M \vDash \varphi$. Una oración es satisfactoria si hay alguna interpretación bajo la cual es verdadera. Esto es un poco diferente del símbolo ⊨ de la teoría de modelos, donde $M \vDash \phi$ denota satisfacibilidad en un modelo, es decir, "hay una asignación adecuada de valores en el dominio de M a los símbolos variables de ϕ"

Una fórmula es lógicamente válida (o simplemente válida) si es cierta en todas las interpretaciones. Estas fórmulas juegan un papel similar a las tautologías en la lógica proposicional.

Una fórmula φ es una consecuencia lógica de una fórmula ψ si toda interpretación que hace verdadera a ψ también hace verdadera a φ. En este caso se dice que φ está implícita lógicamente en ψ.

Sistemas Deductivos

Se utiliza un sistema deductivo para demostrar, sobre una base puramente sintáctica, que una fórmula es una consecuencia lógica de otra fórmula. Existen muchos sistemas de este tipo para la lógica de primer orden, incluidos los sistemas deductivos de estilo Hilbert, la deducción natural, el cálculo secuencial, el método de cuadros y la resolución. Estos comparten la propiedad común de que una deducción es un objeto sintáctico finito; el formato de este objeto y la forma en que está construido varían ampliamente. Estas deducciones finitas en sí mismas a menudo se denominan derivaciones en la teoría de la prueba. A menudo también se denominan pruebas, pero están completamente formalizadas a diferencia de las pruebas matemáticas en lenguaje natural.

Un sistema deductivo es sólido (sound) si cualquier fórmula que se pueda derivar en el sistema es lógicamente válida. A la inversa, un sistema deductivo está completo si todas las fórmulas lógicamente válidas son derivables. Una propiedad clave de los sistemas deductivos es que son puramente sintácticos, por lo que las derivaciones pueden verificarse sin considerar ninguna interpretación. Por lo tanto, un argumento sólido es correcto en todas las interpretaciones posibles del lenguaje, independientemente de si esa interpretación se trata de matemáticas, economía o alguna otra área.

En general, la consecuencia lógica en la lógica de primer orden es solo semidecidible: si una oración A implica lógicamente una oración B, entonces esta puede descubrirse (por ejemplo, buscando una prueba hasta encontrarla, usando algún sistema de prueba efectiva, sólida y completa. Sin embargo, si A no implica lógicamente B, esto no significa que A implica lógicamente la negación de B. No existe un procedimiento efectivo que, dadas las fórmulas A y B, siempre decida correctamente si A implica lógicamente B.

Reglas de Inferencia

Una regla de inferencia establece que, dada una fórmula particular (o conjunto de fórmulas) con una determinada propiedad como hipótesis, puede derivarse como conclusión otra fórmula específica (o conjunto de fórmulas). La regla es sólida (o conserva la verdad) si conserva la validez en el sentido de que cada vez que una interpretación satisface la hipótesis, esa interpretación también satisface la conclusión.

Por ejemplo, una regla común de inferencia es la regla de sustitución. Si t es un término y φ es una fórmula que posiblemente contenga la variable x, entonces $\varphi[t/x]$ es el resultado de reemplazar todas las instancias libres de x por t en φ. La regla de sustitución establece que para cualquier φ y cualquier término t, se puede concluir $\varphi[t/x]$ a partir de φ siempre que ninguna variable libre de t quede ligada durante el proceso de sustitución. (Si alguna variable libre de t queda ligada, entonces para sustituir t por x primero es necesario cambiar las variables ligadas de φ para que difieran de las variables libres de t).

Para ver por qué es necesaria la restricción de las variables ligadas, considere la fórmula lógicamente válida φ dada por $\exists x(x = y)$, en la firma de (0,1,+,×,=) de la aritmética. En lógica, especialmente en lógica matemática, una firma enumera y describe los símbolos no lógicos de un lenguaje formal. Si t es el término "x + 1", la fórmula $\varphi[t/y]$ es $\exists x(x = x + 1)$, lo que será falso en muchas interpretaciones. El problema es que la variable libre x de t quedó ligada durante la sustitución. El reemplazo previsto se puede obtener cambiando el nombre de la variable ligada x de φ a otra cosa, digamos z, de modo que la fórmula después de la sustitución sea $\exists z(z = x + 1)$, que nuevamente es lógicamente válida.

Sistema Deductivo tipo Hilbert

Una deducción en un sistema deductivo al estilo de Hilbert es una lista de fórmulas, cada una de las cuales es un axioma lógico, una hipótesis que se ha asumido para la derivación en cuestión, o que se sigue de fórmulas anteriores a través de una regla de inferencia. Los axiomas lógicos consisten en varios esquemas de axiomas de fórmulas lógicamente válidas; estos abarcan una cantidad significativa de lógica proposicional. Las reglas de inferencia permiten la manipulación de cuantificadores. Los sistemas típicos de estilo Hilbert tienen un pequeño número de reglas de inferencia, junto con varios esquemas infinitos de axiomas lógicos. Es común tener solo modus ponens y generalización universal como reglas de inferencia. En lógica proposicional, modus ponens, eliminación de implicación o afirmación del antecedente, es una forma de argumento deductivo y una regla de inferencia. Se puede resumir como si "P implica Q. P es verdadero. Por lo tanto, Q también debe ser verdadero". Por otra parte, en la lógica de predicados, la generalización universal es una regla de inferencia válida. Establece que si se ha derivado $\vdash P(x)$, entonces se puede derivar $\vdash \forall x\ P(x)$.

Sistemas de Deducción Natural

Los sistemas de deducción natural se asemejan a los sistemas de estilo Hilbert en que una deducción es una lista finita de fórmulas. Sin embargo, los sistemas de deducción natural no tienen axiomas lógicos, lo que compensan agregando reglas adicionales de inferencia que se pueden usar para manipular los conectores lógicos en fórmulas durante la demostración.

Cálculo Secuencial

El cálculo secuencial fue desarrollado para estudiar las propiedades de los sistemas de deducción natural. En lugar de trabajar con una fórmula a la vez, utiliza secuencias, que son expresiones de la forma $A_1, \ldots, A_n \vdash B_1, \ldots, B_k$, donde $A1, \ldots, An, B1, \ldots, Bk$ son fórmulas y el símbolo de trinquete ⊢ se usa como puntuación para separar las dos mitades. Intuitivamente, una secuencia expresa la idea de que $(A_1 \wedge \cdots \wedge A_n)$ implica $(B_1 \vee \cdots \vee B_k)$.

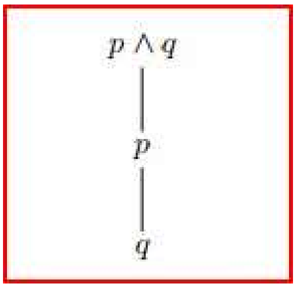
Método de las Tablas

A diferencia de los métodos recién descritos, las derivaciones en el método de las tablas no son listas de fórmulas. En cambio, una derivación es un árbol de fórmulas. Para mostrar que una fórmula A es demostrable, el método de cuadros intenta demostrar que la negación de A es insatisfactoria. El árbol de la derivación tiene $\neg A$ en su raíz; el árbol se ramifica de una manera que refleja la estructura de la fórmula. Por ejemplo, para mostrar que $C \vee D$ es insatisfactorio se requiere demostrar que C y D son insatisfactorios; esto corresponde a un punto de bifurcación en el árbol con el padre $C \vee D$ y los hijos C y D.

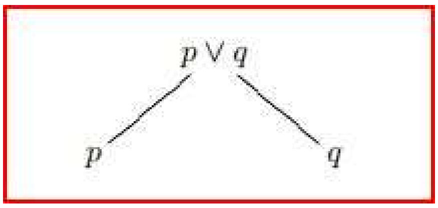
El método de las tablas semánticas consiste básicamente en examinar, de manera sistemática, todas las posibilidades que podrían hacer falsa una proposición dada y buscar si una de estas posibilidades es lógicamente viable.

Un árbol semántico es una sucesión de sucesiones de fórmulas llamadas ramas, generadas a partir de un conjunto (no vacío) de fórmulas, por aplicación a éstas de las reglas (y a las fórmulas resultantes que sean complejas).

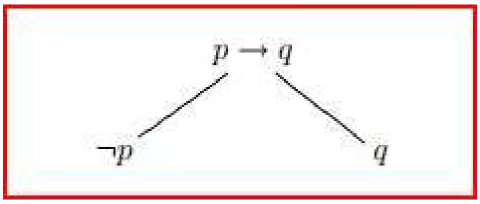
El método de demostración por contradicción o reducción al absurdo nos permite utilizar las llamadas tablas semánticas para comprobar si un argumento es o no valido. El método permite saber si una proposición es una contradicción. Para ello, se construye un árbol donde los nodos son las proposiciones, el conectivo ∧ se representa por una arista vertical;



y el conectivo V por un par de aristas en la forma;



El resto de los conectivos se traducen a esa forma. Así, el condicional p → q se representa como;



Regla de Resolución

La regla de resolución es una regla de inferencia que, junto con la unificación, es sólida y completa para la lógica de primer orden. Al igual que con el método de las tablas, una fórmula se prueba mostrando que la negación de la fórmula es insatisfactoria. La resolución se usa comúnmente en la demostración automática de teoremas.

El método de resolución funciona solo con fórmulas que son disyunciones de fórmulas atómicas; las fórmulas arbitrarias primero deben convertirse a esta forma a través de Skolemization. La regla de resolución establece que de las hipótesis $A_1 \lor \cdots \lor A_k \lor C$ y $B_1 \lor \cdots \lor B_l \lor \neg C$, se puede obtener la conclusión $A_1 \lor \cdots \lor A_k \lor B_1 \lor \cdots \lor B_l$.

Identidades Demostrables

Se pueden probar muchas identidades, que establecen equivalencias entre fórmulas particulares. Estas identidades permiten reorganizar fórmulas moviendo cuantificadores a través de otros conectores, y son útiles para poner fórmulas en forma normal prenex (PNF). Una fórmula del cálculo de predicados está en forma normal prenex (PNF) si se escribe como una cadena de cuantificadores y variables vinculadas, denominada prefijo, seguida de una parte libre de cuantificadores, denominada matriz.

Algunas identidades comprobables incluyen:

- $\neg\forall x\, P(x) \Leftrightarrow \exists x\, \neg P(x)$
- $\neg\exists x\, P(x) \Leftrightarrow \forall x\, \neg P(x)$
- $\forall x\, \forall y\, P(x, y) \Leftrightarrow \forall y\, \forall x\, P(x, y)$
- $\exists x\, \exists y\, P(x, y) \Leftrightarrow \exists y\, \exists x\, P(x, y)$
- $\forall x\, P(x) \land \forall x\, Q(x) \Leftrightarrow \forall x\, (P(x) \land Q(x))$
- $\exists x\, P(x) \lor \exists x\, Q(x) \Leftrightarrow \exists x\, (P(x) \lor Q(x))$
- $P \land \exists x\, Q(x) \Leftrightarrow \exists x\, (P \land Q(x))$ (where x must not occur free in P)
- $P \lor \forall x\, Q(x) \Leftrightarrow \forall x\, (P \lor Q(x))$ (where x must not occur free in P)

Bibliografía

- First-order logic (https://en.wikipedia.org/wiki/First-order_logic)
- Lógica de primer orden (https://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_de_primer_orden)
- Árbol semántico (https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81rbol_sem%C3%A1ntico)
- Method of analytic tableaux (https://en.wikipedia.org/wiki/Method_of_analytic_tableaux)

In [ ]:

```

```