

## Cálculo - Ejercicios no evaluables

1. Calcúlese el dominio de definición de las funciones siguientes:

a)  $f(x) = x^2 + 1$ .

b)  $f(x) = \sqrt{x-1}$ .

c)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ .

d)  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ .

e)  $f(x) = \log(1-x^2)$ .

f)  $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ .

2. Obténgase el valor del límite en cada caso:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) + e^x$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \log(1-x)$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ , donde

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\pi(x-3)) & x < 3 \\ -2 & x = 3 \\ e^{x-3} - 1 & x > 3 \end{cases}$$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ , donde

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ 3-x & x > 0 \end{cases}$$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , donde  $f$  es la función del apartado anterior.

f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x)}{x}$ .

g)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}-x}$ .

3. Détermínese si las siguientes funciones son o no continuas en los puntos indicados.

a) En  $x = 0$  para

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{\sin(x)} + 1 & x < 0 \\ x+3 & x \geq 0 \end{cases}$$

b) En  $x = 1$  para

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 + 2 & x > 1 \end{cases}$$

c) En  $x = 0$  para

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

4. Obténgase la derivada de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x + 4.$

b)  $f(x) = x \ln(x).$

c)  $f(x) = x^2 \sin(x).$

d)  $f(x) = -2x^3 \cos(x) \ln(x).$

e)  $f(x) = e^{x^2+1}.$

f)  $f(x) = \ln(\ln(x)).$

g)  $f(x) = \sqrt{\sin(x) + \cos(x) + 2}.$

h)  $f(x) = \frac{\cos(x) \sin(x)}{1 + x^2}.$

i)  $f(x) = \arctan\left(\frac{\ln(x)}{x}\right).$

j)  $f(x) = \sin(\cos(\tan(x))).$

5. Obténgase el valor de los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}.$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 3x + 2}.$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{\ln(x)}.$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2}.$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) + e^x - 1}{x^2 \cos(x)}.$

6. Calcúlese los puntos críticos de las siguientes funciones y determínese su tipo:

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1.$

- b)  $f(x, y) = 4 - x^2 - 2y^2$ .
- c)  $f(x, y) = 9 - 2x^2 + 3y^2 + 5xy + 4x - y$ .
- d)  $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + 1$ .

7. Obténgase el valor de  $\nabla [g \circ f](0)$  en cada uno de los casos siguientes:

- a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

- b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cumpliendo  $f(0) = 5, f'(0) = -7, g'(5) = 2$ .

- c)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow ]0, +\infty[, g : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x, y) := x^2 + y^2 + 1, \quad g(z) = \ln(z).$$

- d)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x, y) = (x^2 + y, x - y^3), \quad g(w, z) = w - z.$$

- e)  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x, y, z) = (xy + z, x - yz), \quad g(s, t) = s^2 - \sin(t).$$

8. Determinése la expresión general asociada a las siguientes primitivas:

a)  $\int (x^2 - 4x - 1)dx.$

b)  $\int \frac{4}{1 + x^2}dx.$

c)  $\int x \cos(x)dx.$

d)  $\int x^2 \sin(x)dx.$

9. Calcúlese el valor de las siguientes integrales definidas:

a)  $\int_{-2}^3 (4x^3 - 6x^2 + 1)dx.$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{1 + x^2}dx.$

c)  $\int_{-3\pi}^{\pi} \sin(x)dx.$

d)  $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin(x) + \cos(x)) dx.$