El razonamiento aproximado en la Inteligencia artificial ha tenido especial repercusión tres líneas:

- Teorema de Bayes – Inferencia Bayesiana (sistema POSPECTOR, Duda y colaboradores, 1979)
- Factores de Certeza (sistema MYCIN, Shortliffe y Buchaman, 1979)
- Teoría de la Evidencia (Dempster 1967, Shafer 1976)

El paradigma principal de los modelos clásicos de tratamiento de incertidumbre, y, el que más repercusión ha tenido a lo largo del tiempo ha sido la Lógica Borrosa o Difusa que introdujo Lofti A. **Zadeh** en **1965**.

Las bases, las sentaron **Max Black** (1937) con el artículo "Vagueness: An exercise in Logical Analysis" y **Karl Menger** (1937) con el artículo "Statiscial Metrics", así como, los artículos de los años cincuenta sobre relaciones borrosas de indistinguibilidad.

Este primer artículo, introdujo el concepto de C**onjunto Borroso o Difuso** (**Fuzzy Set**), en el que la idea principal es que los elementos clave en el pensamiento humano no son números, sino **etiquetas lingüísticas**, y, estas etiquetas permiten que **los objetos pasen de pertenecer de una clase a otra de forma suave y flexible**.

La Lógica Borrosa se puede inscribir en el contexto de la **Lógica Multivaluada**. Es decir, **no solo existen valores de verdad (0, 1)**, sino que puede haber varios valores de verdad. En 1922 Lukasiewicz cuestionaba la Lógica Clásica bivaluada, y, adelantaba una lógica de valores ciertos en el intervalo unidad como generalización de su lógica **trivaluada**.

En los años 30 fueron propuestas lógicas multivaluadas para un número cualquiera de valores ciertos (igual o mayor que 2), identificados mediante números raciones en el intervalo [0, 1]

Uno de los objetivos de la Lógica Borrosa es proporcionar las **bases del razonamiento aproximado** que utiliza **premisas imprecisas** como instrumento para formular conocimiento.

Tras la publicación de Zadeh de 1965 hubo unos años de **profundización de los aspectos teóricos** con un fuerte apoyo del profesor Trillas (español), Dubois y Prade. Posteriormente, en 1975, se empezaron a desarrollar aplicaciones con bastante **éxito** en Japón en el **campo del control** (controladores borrosos) y **se esperaba mucho** de su aplicación en I.A.. Sin embargo, en Europa y EE.UU. hubo mucha frivolidad de los conceptos sin obtención de resultados.

En Japón, el éxito de los **productos de consumo borrosos** fue total (cámaras, lavadoras, ABS de vehículos, …). Casi todo desarrollado en el campo de control. Mientras tanto, en Europa y EE.UU. a partir de los ochenta**, se afianza en los círculos técnicos**.

Hoy día, el campo de las aplicaciones está en pleno desarrollo y se esperan fuertes avances técnicos como teóricos.

En un conjunto clásico (crisp) se asigna el valor (0, 1) a cada elemento para indicar la pertenencia o no a dicho conjunto.

Esta función, puede generalizarse de forma que los valores asignados a los elementos del conjunto caigan en un rango particular, y, con ello, indiquen el **grado de pertenencia** de los elementos del conjunto. Esta función, se llama **función de pertenencia**.

La **función de pertenencia** μ_A por la que un conjunto borroso A se define, siendo [0, 1] el intervalo de números reales que incluye los extremos tiene la forma: $\mu_A = X \to [0, 1]$

En un conjunto clásico, un número puede **pertenecer o no pertenecer** al conjunto de los pares, pero no pertenecerá con un cierto grado.

En un conjunto borroso, en el contexto actual, una persona de 45 años pertenecerá al conjunto borroso "viejo" con un grado de 0.5. Si el contexto cambiase a una sociedad medieval, el grado de pertenencia sería más alto.

Un subconjunto borroso será aquel donde todos los elementos tengan un grado de pertenencia igual o menor al conjunto que el conjunto original: $\mu_A(X) \leq \mu_B(X), \forall x \in X$

Originalmente, la teoría de conjuntos borrosos se formuló en base a un conjunto de operadores también válidos para conjuntos clásicos:

- Negación (como complemento): $\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(X)$
- Unión (como máximo): $\mu_{A \cup B}(X) = \max[\mu_A(X), \mu_B(X)]$
- Intersección (como mínimo): $\mu_{A \cap B}(X) = \min[\mu_A(X), \mu_B(X)]$

En otras palabras, las funciones dentro del intervalo (0, 1):

Las funciones entre el cero y el mínimo de dos valores se llaman **T-normas** y representan la intersección (**conjunción**) o en lógica la "y"

Las funciones entre el máximo y el uno se llaman **T-conormas** y representan la unión (**disyunción**) o en lógica la "o"

Las funciones que quedan entre el mínimo y el máximo se llaman funciones de agregación

El origen del uso de las T-normas y T-conormas viene dado por el artículo de Menger de 1942 "Statistical Metrics"

Para completar un tipo de razonamiento análogo al que se realiza con lógica clásica, es necesario definir el **concepto de implicación**.

Una implicación relaciona un antecedente con un consecuente: si llueve me mojo. Tanto <llueve> como <me mojo> deben tener un cierto grado puesto que no es lo mismo [lluvia torrencial, llovizna] o [empaparse, mojarse levemente]. Esto, devuelve una **extensión de la implicación clásica** $p \to q$ del dominio restringido {0, 1} al dominio completo [0, 1]

En la lógica clásica una implicación se puede **expresar de distintas formas** y todas son equivalente, sus extensiones a lógica borrosa resultan no ser equivalente y han dado lugar a diferentes clases de implicaciones borrosas. Existe un principio que permite la generación de conceptos matemáticos crisp a la teoría de Conjuntos Borrosos.

Cualquier función que socie puntos $x_1, x_2, \ldots, x_n$ del conjunto crisp X al Y puede generalizarse de forma que asocie subconjuntos borrosos de X en Y, es el denominado: **Principio de extensión**.

La representación borrosa del conocimiento tiene que ver siempre con el lenguaje natural. Este describe objetos o situaciones en términos imprecisos: grande, joven, tímido, etc. El razonamiento basado en estos términos **no puede ser exacto**, ya que normalmente representan impresiones subjetivas, **quizás probables**, pero no exactas.

Por ello, la Teoría de Conjuntos Borrosos se presenta **más adecuada que la lógica clásica** para representar el conocimiento humano, ya que permite que los fenómenos y observaciones tengan **más de dos** estados lógicos.

Para la construcción de Conjuntos Borrosos para ser usados en Sistemas Inteligentes son necesarias **técnicas específicas** de Adquisición de Conocimiento. Las más usadas, son las **entrevistas y formularios**, pero parece adecuado adaptar otras técnicas al campo Borroso.

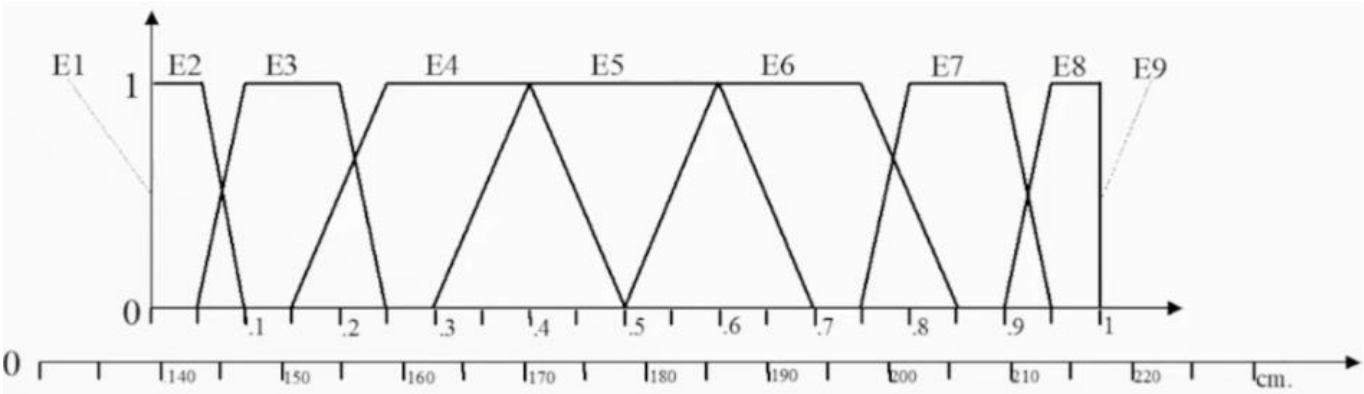
En los Sistemas Basados en el Conocimiento, la función de pertenencia debe ser **obtenida del experto** en ese dominio de conocimiento. Esta función **no ha de ser confundida con una función de distribución de probabilidad** basada en la repetición de las observaciones, sino en la **opinión del experto**.

La representación habitual del conocimiento en términos borrosos se realiza por medio de reglas del tipo:

- Si x_1 es $A_{1,1}$ y/o x_2 es $A_{2,11}$ y/o x_n es $A_{1,n}$ Entonces y es B_1

Cada variable que interviene como hipótesis en una regla tiene **asociado un dominio**, y, cada dominio puede estar divido en tantos Conjuntos Borrosos como el experto considere oportuno (normalmente **7 ± 2 etiquetas distinguibles**). Si hablamos de la altura de una persona: Muy alta, bastante alto, alto, normal, bajo, bajísimo… , es decir, cuantas más etiquetas aparecerá problemas para distinguir que es una persona <alta> de una persona <más o menos alta>.

Un **term-set** es un conjunto finito, prioritariamente **7 ± 2** elementos, que son restricciones de una variable lingüística borrosa. Este conjunto de elementos debe ser suficiente para describir cualquier situación relativa al contexto en el que se sitúa el problema.



Valores lingüísticos	(a, b, c, d)
E1: Bajísimo	(0, 0, 0, 0)
E2: Muy bajo	(0, 0, 0.05, 0.1)
E3: Bastante bajo	(0.05, 0.1, 0.2, 0.25)
E4: Ligeramente bajo	(0.15, 0.25, 0.4, 0.5)
E5: Normal	(0.3, 0.4, 0.6, 0.7)
E6: Ligeramente alto	(0.5, 0.6, 0.75, 0.85)
E7: Bastante alto	(0.75, 0.8, 0.9, 0.95)
E8: Muy alto	(0.9, 0.95, 1, 1)
E9: Altísimo	(1, 1, 1, 1)

Tras haber representado el conocimiento en términos borrosos se pasa a lo que es realmente en sí, el razonamiento aproximado.

Zadeh introdujo la teoría del **razonamiento aproximado** y otros muchos autores han hecho contribuciones importantes a este campo.

Aunque superficialmente pueda parecer que la teoría del razonamiento aproxima y la **lógica clásica** se diferencian enormemente, la lógica clásica puede ser vista como **un caso especial** de la primera.

En ambos sistemas, se pueden ver a las premisas como **inductoras de subconjuntos** de mundos posibles que las satisfacen, aunque en el caso de la teoría del razonamiento aproximado estos conjuntos serán **subconjuntos borrosos**.

En la lógica tradicional 1 = verdad y 0 = falso, pero en la borrosa 0.7 = verdad y 0.3 = falso.

La inferencia en ambos sistemas está basada en una **regla de inclusión**: una hipótesis se infiere de una colección de premisas, si el subconjunto de mundos posibles que satisfacen la conjunción de las premisas está contenido ene l subconjunto de mundos posibles que satisfacen la hipótesis.

La contribución fundamental del razonamiento aproximado es el **uso que hacer de las variables** y la representación de las proposiciones **en términos de valores de verdad lingüísticos** – subconjuntos borrosos – como valores de esas variables.

La lógica clásica sólo usa de modo implícito la **idea de variable**, en el sentido de valor de verdad asociado a una proposición. Sin embargo, su naturaleza binaria le permite ocultar este hecho, ya que nos podemos referir a una proposición que es verdadera por su denotación, p, y a una que es falsa simplemente por su negación, $\neg p$, evitando así la introducción de una variable V_p cuyo valor sea la **valoración de la proposición p**.

El uso del **concepto de variable** en la teoría del razonamiento aproximado conduce a tratar dominios que no están dentro del ámbito de la lógica clásica, como es el caso de los problemas que tratan los **Sistemas Expertos borrosos** o los **controladores borrosos**.

La teoría del razonamiento aproximado permite representar también **cuantificadores lingüísticos** situados entre el “para todo” y el “existe” clásicos. Esto, facilita **representar enunciados** como “la mayoría de los coches lujosos son caros” o “bastantes electores votarán en blanco”. Zadeh indicó que un cuantificador como “la mayoría” puede ser representado como un **subconjunto borroso** sobre un universo de discurso. Es decir, según el contexto local, “la mayoría” en unas elecciones puede ser el 51% de los votos, mientras que en un contexto académico puede entenderse como el 90%.

Los cuantificadores aproximados se usan para representar **conocimiento de sentido común**.

Una extensión interesante de la teoría del razonamiento aproximado es la posibilidad de tratar con el **conocimiento prototípico**. **Reiter**, sugirió una aproximación a la representación de conocimiento de sentido común usando reglas por defecto y **Yager** lo estudió en el marco de la teoría del razonamiento aproximado.

De acuerdo con Reiter, una **regla por defecto** tal como "típicamente los pájaros vuelan", puede ser interpretada así: si un objeto es un pájaro y nuestro conocimiento disponible no es incompatible con que el objeto vuele, entonces asumimos que el pájaro vuela.

La **lógica binaria** puede ser vista como un **caso especial** de la teoría del razonamiento aproximado en el cual los conjuntos base tiene dos elementos {T, F} y los grados de pertenencia se restringen a 1 o 0.

La **lógica probabilística** puede ser vista como una extensión de esta, en tanto que, aunque se restringen los conjuntos base de valores a dos, T y F, se permiten que los grados de pertenencia sean **números en el intervalo unidad**.

La Lógica Borrosa **extiende la lógica binaria** permitiendo su formalización en términos de la teoría del razonamiento aproximado.

Si P es verdadero alcanzaría la representación V_p es {1/T, 0/F}, p es falso, V_p es {0/T, 1/F} y V_p es {1/T, 1/F} indica que el valor de verdad de la proposición es desconocido.

En cualquier de los casos, el conjunto base asociado a la variable valor de verdad de la proposición p es {T, F}

La regla principal de inferencia en **lógica clásica** es el **Modus Ponens**. Si se tiene la regla A $A \rightarrow B$ y se da el hecho A se puede concluir B.

Ej.: si la regla es "**Si llueve entonces me mojo**", si se da el hecho cierto de que "**llueve**", entonces podré concluir que "**me mojo**"

Esta, es la **base de todos los lenguajes de programación**.

En lógica borrosa se puede **generalizar** la regla anterior:

- **Regla: Si x es A, entonces y es B**
- **Hecho x es A'**
- **Conclusión: y es B'**

Por ejemplo, la regla podría ser "Si la ciudad es grande (x es A), el tráfico es muy denso (y es B)", el hecho podría ser "la ciudad no es muy grande (x es A') y del tráfico se podría decir (B'(x)) que no es muy denso"

Supongamos que las variables están relacionadas no necesariamente por una función, sino por cualquier relación. Supongamos que es una relación binaria borrosa R en el universo XxY. A' y B' son conjuntos borrosos en X e Y respectivamente.

Si conocemos R y A' podríamos conocer B' mediante la denominada **Regla composicional de inferencia**.

- **B'=A'(x)ºR(x, y)**
- **B'(y)=$sup_{x \in X}$min[A'(x), R(x, y)]**
- **Donde R(x, y) = I(A(x), B(y)) (Función de implicación**)

La intención original de Zadeh era crear un formalista para manipular de forma más eficiente la imprecisión y la vaguedad del razonamiento humano expresado lingüísticamente. Sin embargo, causó cierta sorpresa que **el éxito de la lógica borrosa llegase en el campo del control automático de procesos**.

El "boom" de lo borroso inició en Japón, iniciado en 1987 y alcanzó su **máximo apogeo a principios de los noventa**.

Múltiples productos han utilizado la **etiqueta "fuzzy" como símbolo de calidad**. Ej.: **lavadora Bosh con sistema eco-fuzzy**

En el 1974, Mandani, experimento con éxito un controlar borroso en una **máquina de vapor**. En 1980 fue la primera implantación real en una **planta cementera**, y, en 1983 **Fuji** aplica lógica borrosa para el control de **inyección química para plantas depuradoras de agua.**

En 1987 OMRON desarrolla los primeros controladores borrosos comerciales con el profesor Yamakawa.

Desde ese momento, el control borroso ha sido aplicado con éxito en diversas ramas.

El **éxito** de las aplicaciones de control radica en la **simplicidad conceptual** y de **desarrollo**. Los dos paradigmas clásicos del control borroso son el enfoque de Mamdani y el de Takagi-Sugeno.

El modelo de Mamdani: para cada entrada $x_1, x_2, \dots, x_n$ se ha de especificar la correspondiente etiqueta lingüística que define la salida Y. Cada una de las n variables de entrada y la de salida han de repartirse en conjuntos borrosos (term-set) específicos con unos significados. Ej.: si la temperatura es alta y la humedad alta, el ventilador debe funcionar rápido …

En la **Base de conocimiento** las reglas tienen la forma clásica:

- **Si $\boldsymbol{h_1}$ es $\boldsymbol{A^{(1)}}$ y $\boldsymbol{h_2}$ es $\boldsymbol{A^{(2)}}$…. y $\boldsymbol{h_n}$ es $\boldsymbol{A^{(n)}}$ entonces η es B**

La base de reglas constará de **K reglas de control**

La lógica de control consiste en **comprobar separadamente cada regla** de la base de reglas- Se determina el **grado de cumplimiento** de cada hipótesis de la regla de acuerdo con la variable media. Para **cada regla** se observa el grado de compatibilidad de las variables medidas realmente $x_1, x_2, \dots, x_n$ con las etiquetas lingüísticas $\boldsymbol{A_{(1)}}_{\dots}\boldsymbol{A_{(n)}}$ y después se hace la **conjunción de grados de cumplimiento**.

En el ejemplo anterior se pueden disparar dos reglas: se decía que la humedad es alta pero realmente estaba entre media y alta, entonces tendrá un grado de pertenencia a alta y a media.

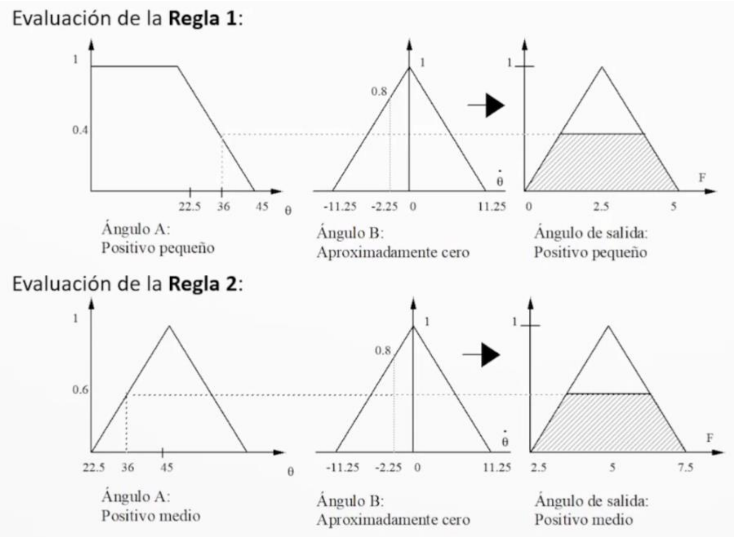
Para ca regla R_r de las K de control se calcula: $\boldsymbol{\alpha_r} = \mathbf{min}\ \{\mu_{(\boldsymbol{1r})}, \dots, \mu_{(\boldsymbol{nr})}\}$

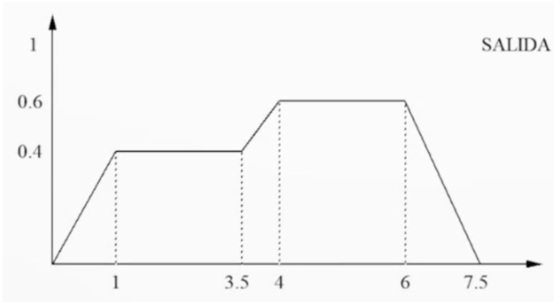
La **salida** de R_r es un **conjunto borroso** de valores de salida obtenidos cortando el conjunto borroso μ_{ir} asociado con la conclusión de la regla $R_r$en el nivel de cumplimiento α_r

Supongamos una **base de reglas** como la siguiente:

- R_1: **Si** ángulo A es positivo pequeño y ángulo B es aproximadamente cero, **entonces** el ángulo de salida es positivo pequeño
- R_2: **Si** ángulo A es positivo medio y es ángulo B es aproximadamente cero, **entonces** ángulo de salida es positivo medio

Las **variables de entrada** (ángulo A y ángulo B) y **la de salida** (ángulo de salida) tienen cada una asignada un term-set
Supongamos que los datos reales medidos son los siguientes: ángulo A=36º y ángulo B=-2.25º
¿Cuál debe ser la salida (orden) que debe dar el controlar borroso?





Tras la evaluación de cada regla, se han de **combinar** todos los conjuntos borrosos obtenidos de la salida de las reglas mediante la operación máximo (unión). La salida es la asociación de cada tupla de entradas medidas con un conjunto borroso de salida para Y.

Pero el sistema a controlar **no entendería un conjunto borroso** como orden, sino que necesita un valor concreto para actuar, en nuestro ejemplo un ángulo de salida. En este caso, se debe convertir el conjunto borroso en un único valor. Este proceso se llama **defuzificación** o **desborrosificación**.

Para defuzificar se pueden seguir diferentes estrategias:

- Usar algún valor dentro del **máximo** del conjunto de salida (4º, 6º) podría ser el valor de salida
- Usar la **media de los máximos** (5º)
- Calcular la proyección sobre el eje X del **centro de gravedad** del conjunto borroso de salida (3.9º)

El otro paradigma clásico del control borroso es el de Takagi-Sugeno.

Se mantiene la misma especificación de las particiones borrosas de los dominios de las entradas que en el modelo Mamdani, **pero no se requiere una partición borrosa del dominio de salida**.

Las reglas de control deben contener una función $\boldsymbol{f_r}$ **de** $\boldsymbol{X_1 x \ldots x X_n}$ **en** Y que se supone generalmente lineal.

- R_h: si h_1 es $A_{i_{l,r}}^{(1)}$ y … y h_n es $A_{i_{l,r}}^{(n)}$ entonces η = $f_r(h_1, \ldots, h_n)$

El **grado de aplicabilidad** α_r se obtiene de la misma manera que el modelo de Mamdani y el **valor de control de salida** se obtiene como;

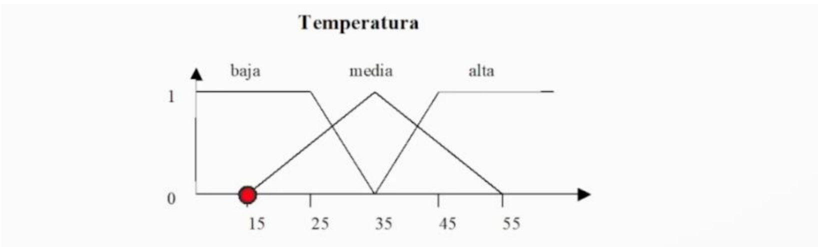
- $\eta = \frac{\sum_{r=1}^{k} \alpha_r f_r(X1,\ldots,Xn)}{\sum_{r=1}^{k} \alpha_r}$

El **proceso de secado** de un producto se realiza mediante un ventilador cuya velocidad es regulada según la temperatura del producto.

El control de la velocidad del ventilador se realiza utilizando un controlador borroso basado en el **enfoque Takagi-Sugeno**

El **universo de discurso** para la variable temperatura es [0, 70] (ºC)

Sobre ese universo de discurso **se definen los siguientes conjuntos borrosos**



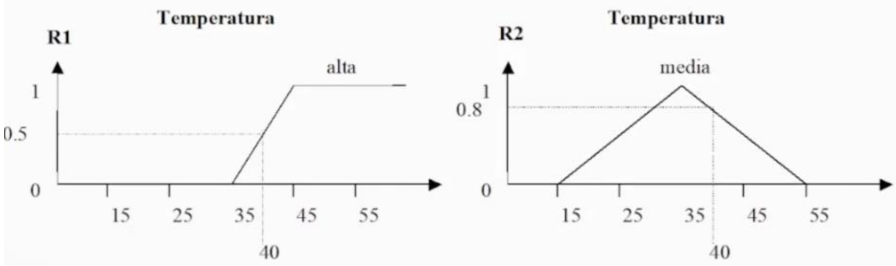
La **base de conocimientos** que utiliza el controlador es la siguiente:

REGLA	Temperatura	p0	p1
R1	Alta	700	500
R2	Media	100	200
R3	Baja	100	50

Donde temperatura es la hipótesis de las reglas p0 y p1 son los coeficientes de la función consecuente de cada regla que define la velocidad del ventilador. En un caso real se observa un producto con una temperatura de 40ºC

¿Cuál será la velocidad del ventilador según un controlador borroso basado en el enfoque de akagi-Sugeno?

En el conjunto 40 tiene un grado de pertenencia a alta y también media. Se dispararían las dos reglas. Teniendo en cuenta esos valores y aplicando la fórmula se obtiene la respuesta. **NO se tiene que desborrrosificar**.



Por lo que f_{R1} = 700+500*40 = 20.700 y f_{R2} = 100+200*40 = 8.100
y la velocidad del ventilador, v, resultante será:

$$v = \frac{\alpha_{R1} * f_{R1} + \alpha_{R2} * f_{R2}}{\alpha_{R1} + \alpha_{R2}} = \frac{0.5 * 20.700 + 0.75 * 8.100}{0.5 + 0.75} = 14.760.6 r.p.m$$

Las ventajas de Takagi-Sugeno frente a mandado son:

- **No se necesita etapa de desborrosificación**. Sin embargo, a veces hay **problemas importantes para conseguir los coeficientes** de los consecuentes de las reglas en la base de conocimientos.

Pese a las limitaciones e inconvenientes que pueden presentar ambos modelos, lo que sí parece claro es que su **simplicidad y buenos resultados** son los principales motivos del **éxito que ha tenido el control borroso**

El nuevo reto de la lógica borrosa puede estar en **abordar la ingente cantidad de datos, recuperar información, controlar y gestionar la red**. Además, parece que **esta intención coincide con la nueva senda que, según el profesor Zadeh, debe seguir la lógica borrosa.**

La idea principal es la tendencia hacia el **Computing with words CWW**. (y percepciones)

Las investigaciones pueden ir hacía:

- Nueva generación de motores de búsqueda
- Perfiles de usuario
- Correo electrónico
- Web semántica
- Etc.

Conviene destacar algunas técnicas que deben ser mejoradas y adaptadas a los nuevos tiempos, volúmenes y estructura de la información que es necesario manipular.

- Nuevos modelos de representación del conocimiento
- Mejoras en los métodos de agregación de información y en los algoritmos de clasificación y clusterinng
- Técnicas para la generación de ontologías
- Técnicas de indexación conceptual
- Agendes inteligentes
- Técnicas de gestión y extracción de conocimiento