Taller #10 Métodos Computacionales

Daniel Lozano Gómez
d.lozano343@uniandes.edu.co

September 2018

1. Sección #2: Ecuaciones diferenciales ordinarias

En el siguiente taller se practicaran algunas de las habilidades aprendidas para solucionar ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, para ello se busca la solución de la ecuación

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2y - b\frac{dy}{dt} \tag{1}$$

donde $b = 0{,}3$, con condiciones iniciales $y(0) = 1$ y $y'(0) = 1$.

1. (5 Puntos) Divida todos sus puntos por comentarios y defina el número de puntos $N = 200$ y un avance $dx = 8\pi/N$.
2. (10 Puntos) Defina tres arreglos de tamaño N, uno correspondiente a un arreglo x y otros dos (y_1 y y_2) a arreglos de soluciones de la ecuaciones diferencial, estos últimos dos son los arreglos de la primera y segunda derivada.
3. (60 Puntos) Utilizando el método de RungeKutta 4 orden, solucione la ecuación diferencial y guarde las soluciones en los arreglos y_1 y y_2.
4. (15 Puntos) Imprima los valores de x, y_1 y y_2, en ese orden específico, en un archivo llamado compare.txt (no agregue ningun encabezado).
5. (10 Puntos) Compruebe que sus resultados sean correctos usando un programa de python que se le es proporcionado, para ello tome la solución con $b = 0$. Este programa grafica las soluciones y la suma de los cuadrados de las funciones y_1 y y_2. Escriba en un comentario en su programa en c++ que observa sobre las diferencias graficadas y si esta solución es estable o no.

AYUDA: Para solucionar la ecuación diferencial de segundo orden (SODE) utilizando Rungekutta es necesario hacer la separación de la derivada y la solución, es decir, si tenemos una SODE de la siguiente manera

$$\frac{d^2y}{dt^2} = F_2(t, y, \frac{dy}{dt})$$

Podemos solucionarla si identificamos la primera derivada con una función diferente y_p tal que se puede reescribir la función anterior de la siguiente manera

$$\frac{dy_p}{dt} = F_2(t, y, y_p).$$

Usando la misma definición es obvio que la derivada de la función solución es igual a y_p, por lo tanto se tienen ahora dos ecuaciones diferenciales acopladas de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \frac{dy_p}{dt} &= F_2(t, y, y_p) \\ \frac{dy}{dt} &= F_1(t, y, y_p) = y_p \end{aligned}$$

Use esta interpretación para solucionar la ecuación por medio del método Rungekutta 4rto orden. Para ello debe definir el doble de los coeficientes que normalmente se define y los avances de estos se hace en TODAS las variables, es decir, para el segundo paso, si se definieron variables k_1 y l_1, los siguientes parametros serián:

$$
\begin{aligned}
k2 &= dx * F1(x + 0{,}5 * dx, y + k1 * 0{,}5, y_p + l1 * 0{,}5) \\
l2 &= dx * F2(x + 0{,}5 * dx, y + k1 * 0{,}5, y_p + l1 * 0{,}5).
\end{aligned}
$$