



ITESO, Universidad  
Jesuita de Guadalajara

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente

Maestría Ciencia de Datos

Investigación, Desarrollo e Innovación II

Tarea 5: Regresión por gradiente

---

Estudiante: Daniel Nuño

Profesor: Fernando Becerra

Fecha entrega: Octubre 2, 2021

---

Genere un conjunto de datos  $(x_i, y_i)$ , en el que  $x_i = i$  para  $i = 1, \dots, 100$  e  $y_i = x_i + 3\sigma_i$ , con  $\sigma_i$  un número aleatorio en  $[0,1)$ . Utilice el método de gradiente descendente para estimar una recta de regresión lineal  $y = mx + b$ , de forma que el error cuadrático medio se aproxime con 4 cifras significativas. Indique sus valores iniciales para  $m$  y  $b$ , el valor de  $\eta$ , el error final obtenido, así como el número de épocas que fueron necesarias para obtenerlo. Grafique los puntos junto con la recta obtenida.

In [2]:

```
import sympy as sp
import numpy as np
import pandas as pd
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import cm
from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter

x = np.array(range(1,101))
sigma = np.random.rand(100)
y = x + 3*sigma
n = 100
```

Primero quiero graficar una superficie cercana a la resolución. Sabemos que  $a$  es probable que este cercano cero y  $b$  alrededor de 1.5, por lo tanto:

In [4]:

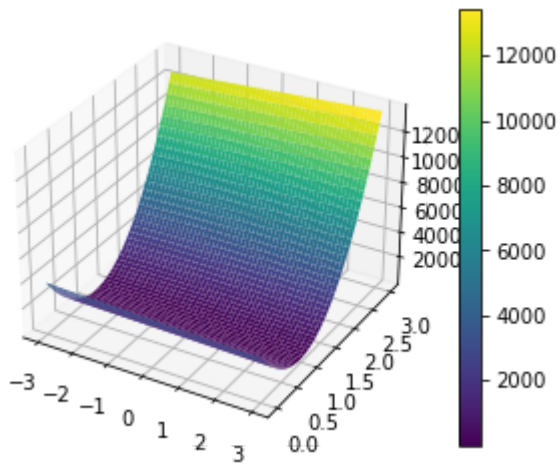
```
a = np.linspace(-3,3,1000)
b = np.linspace(0,3,1000)
matrix_y_estimada = []
matrix_erroses = []
E = np.zeros((len(a), len(b)))
for i in range(len(a)):
    for j in range(len(b)):
        matrix_y_estimada.append(( a[j] + b[i]*x ))
        matrix_erroses.append( (matrix_y_estimada[-1] - y)**2 )
        E[i, j] = (matrix_erroses[-1]).mean()

A, B = np.meshgrid(a, b)
E_pd = pd.DataFrame(E, index=a, columns=b)
fig = plt.figure()
ax = fig.gca(projection='3d')

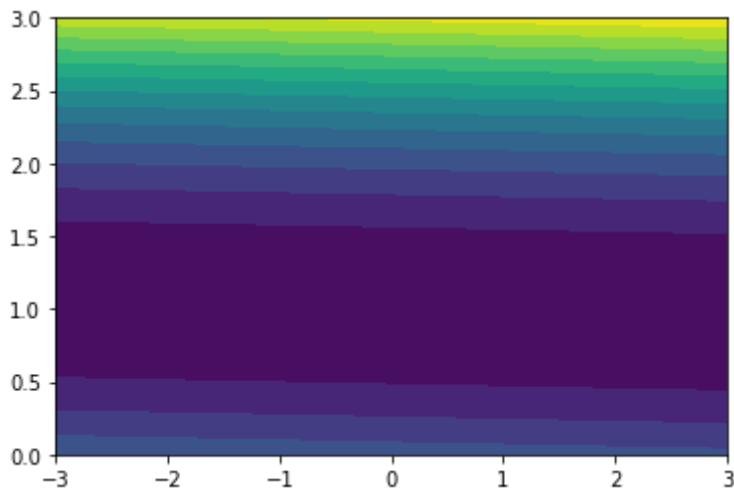
surf = ax.plot_surface(A, B, E, cmap=cm.viridis)
fig.colorbar(surf)

plt.show() #show 3d surface

plt.contourf(A, B, E, 15, cmap=cm.viridis) #plot contour
```



Out[4]: <matplotlib.contour.QuadContourSet at 0x2230042b880>



Ahora el gradiente para una  $x$  y una constante.

```
In [15]: a_t = 0 #considera a como constante b
b_t = 0 #b es m
alpha = 0.0001 #alpha es η
exactitud = 10**-3
iteraciones = 0
error = 1
while error >= exactitud:
    iteraciones += 1
    y_pred = b_t*x + a_t
    df_db = (-2/n)*sum(x*(y - y_pred))
    df_da = (-2/n)*sum(y - y_pred)
    error = np.sqrt(df_da**2 + df_db**2)
    error_cuadratico = ((y_pred - y)**2).mean() / 2
    b_t = b_t - alpha * df_db
    a_t = a_t - alpha * df_da

    print(sp.N(b_t,4), sp.N(a_t,4), sp.N(error,4),
          sp.N(error_cuadratico,4), iteraciones)
```

```
0.9979763541822716 1.664128904525734 0.001000 0.3865 92881
```

Comenzando con  $m = 0$ ,  $b = 0$  y  $\eta = 0.0001$ :

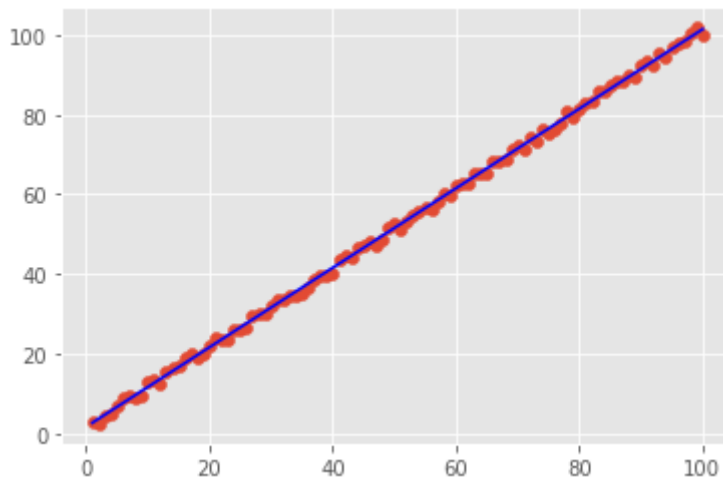
El error cuadrático final obtenido fue 0.3864 y fueron necesarias 92,2881 iteraciones.

$m$  final es 0.9979 y  $b$  final es 1.6641.

El error por medio de la norma 2 = 0.0009985.

```
In [16]: y_pred = b_t*x + a_t
```

```
plt.style.use('ggplot')
plt.scatter(x, y)
plt.plot([min(x), max(x)], [min(y_pred), max(y_pred)], color='blue')
plt.show()
```



Generalice el método de gradiente descendente para encontrar la regresión lineal múltiple en un conjunto de datos con entradas  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  y salida  $Y$ , es decir,  
 $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_n X_n$ . Utilice el modelo para encontrar la ecuación de regresión lineal para los datos en el siguiente archivo [Descargar archivo](#). De nuevo, garantice que el error cuadrático medio se aproxime con 4 cifras significativas. Indique sus valores iniciales y finales para las  $\alpha_i$ , el valor de  $\eta$ , el error final obtenido, así como el número de épocas que fueron necesarias para obtenerlo.

```
In [10]: data = pd.read_excel("C:/Users/nuno/Downloads/tareaRGD.xlsx", "data")
data.head()
```

```
Out[10]:
```

	x1	x2	x3	y
0	-0.11	1.00	0.04	-0.05
1	-0.11	0.98	0.98	0.69
2	-0.09	0.90	2.98	2.20
3	-0.08	2.00	-0.01	-1.14
4	-0.07	0.02	2.00	3.45

```
In [39]: X = data[['x1', 'x2', 'x3']]
Y = np.array(data['y'])
beta = np.zeros(4)
# considera beta como los coeficientes de alpha descritos en el problema.
beta_t0 = beta.copy()
alpha = 0.00001
exactitud = 10**-3
iteraciones = 0
error = 1
n = len(X)

while error >= exactitud and iteraciones < 300000:
    iteraciones += 1
    y_pred = (np.array(beta[0]) +
               np.array(beta[1]*np.array(X.iloc[:,[0]]).reshape(64)) +
               np.array(beta[2]*np.array(X.iloc[:,[1]]).reshape(64)) +
```

```

np.array(beta[3]*np.array(X.iloc[:,[2]]).reshape(64)))

dB_0 = (-2/n)*sum(y_pred - Y)
dB_1 = (-2/n)*sum(np.array(X.iloc[:,[0]]).reshape(64) * (Y - y_pred))
dB_2 = (-2/n)*sum(np.array(X.iloc[:,[1]]).reshape(64) * (Y - y_pred))
dB_3 = (-2/n)*sum(np.array(X.iloc[:,[2]]).reshape(64) * (Y - y_pred))

error = np.sqrt(dB_0**2 + dB_1**2 + dB_2**2 + dB_3**2)
error_cuadratico = ((y_pred - Y)**2).mean() / 2

beta[0] = beta[0] - alpha*dB_0
beta[1] = beta[1] - alpha*dB_1
beta[2] = beta[2] - alpha*dB_2
beta[3] = beta[3] - alpha*dB_3

```

In [41]:

```

print("El valor inicial de los estimadores es: " + str(beta_t0))
print("El valor final de los estimadores es: " + str(beta))
print("Usando  $\eta$  = " + str(alpha))
print("El error cuadrático fue " + str(sp.N(error_cuadratico,4)) +
      ", con " + str(iteraciones) + " iteraciones.")
print("El error por la norma dos termino en: " + str(sp.N(error,4)))

```

El valor inicial de los estimadores es: [0. 0. 0. 0.]

El valor final de los estimadores es: [-5.11594606 2.46479741 -0.52234688 1.8270777 ]

Usando  $\eta$  = 1e-05

El error cuadrático fue 4.533, con 300000 iteraciones.

El error por la norma dos termino en: 2.788