

**Questão 1.** Você tem o seguinte problema: Em uma pesquisa, diversos dados são coletados. Cada dado é um número que corresponde a um vetor no espaço  $R^2$  (isso é, é um par  $(x,y)$  de números). Uma vez coletados, é necessário realizar diversos experimentos. Escolha a estrutura de dados mais eficiente, justifique sua escolha (por que essa é adequada? e por que outras são menos apropriadas?) e escreva o algoritmo para as seguintes situações.

- (a) Se quisermos realizar repetidas buscas pelo par  $(x,y)$  com maior valor de  $x$ .
- (b) Se quisermos reiteradamente remover o par de pontos mais distantes.

**Questão 2.** Disserte:

- (a) Sobre árvores de busca, entre outros pontos, você deve abordar: a importância dessas árvores e qual o problema elas resolvem; o que é e porque queremos árvores balanceadas; defina árvores AVL, vermelho-preto e de afunilamento; compare a dificuldade de implementação de cada árvore.
- (b) Considere a seguinte afirmação: “Se, em um programa, a quantidade de vezes que realizamos operações sobre um conjunto (inserir, remover) for bastante reduzida, comparada com o número de acessos, então é vantajoso usar uma árvore-B na memória a usar uma árvore binária AVL, porque a altura da árvore binária é bem maior que a de uma árvore de ordem  $b = 1000$ , isso é,  $\log_2 n \gg \log_b n$ .” Concorde ou discorde da afirmação. Escreva um pequeno parágrafo que justifique sua opinião.

**Questão 3.** Bia continua no seu projeto de listar todas as árvores da cidade. Infelizmente, as árvores mais velhas oferecem risco de tombamento e precisam ser cortadas. Para definir que árvores serão cortadas, Bia estipulou alguns critérios.

- Uma espécie é considerada *jovem* se pelo menos 60% de suas árvores tiverem idade no máximo 60% da maior idade entre todas as  $k$  espécies. Por exemplo, suponha que a maior idade é 100, então a espécie  $A$  com árvores de idades  $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$  é considerada jovem, enquanto a espécie  $B$  com árvores de idades  $\{1, 1, 1, 1, 1, 70, 70, 70, 70, 70\}$  não é.
- Se uma espécie não é jovem, então a árvore mais velha dessa espécie deve ser cortada e removida.

Ajude Bia a listar que árvores precisam ser cortadas. Ela explicou porque não conseguiu fazer o algoritmo: “a minha dificuldade é que, quando eu marco a árvore mais velha de todas para ser cortada, outras espécies podem deixar de ser jovens”. Escreva o algoritmo mais eficiente que conseguir para listar que árvores devem ser cortadas. Seu algoritmo recebe  $k$  listas com as árvores da cada espécie (em ordem decrescente de idade) e deve devolver a lista de todas as árvores a serem cortadas (em ordem decrescente de idade).

Encontrar um algoritmo eficiente para esse problema consiste principalmente em escolher as estruturas de dados mais adequadas. Depois de escrever seu algoritmo, circule a função que você *acha* que melhor estima o tempo de execução, onde  $m$  é o número de árvores: •  $O(m \log k)$  •  $O(m \log m)$  •  $O(mk)$  •  $O(m^2)$  •  $O(m^3)$  • mais lento que  $O(m^3)$