D M A

6.

Se expresa un sistema con su matriz aumentada:

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} & b_m \end{array}\right]$$

Luego, se puede sacar la triangular superior usando operaciones elementales entre filas:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a'_{11} & a'_{12} & \cdots & a'_{1m} & b'_1 \\ 0 & a'_{22} & \cdots & a'_{2m} & b'_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a'_{mm} & b'_m \end{array}\right]$$

Esta forma implica lo siguiente:

$$x_m = \frac{b'_m}{a'_{mm}}, \quad x_{m-1} = \frac{b'_{m-1} - a'_{m-1,m}\, x_m}{a'_{m-1,m-1}}, \quad x_2 = \frac{b'_2 - a'_{2m} x_m - \cdots - a'_{23} x_3}{a'_{22}}$$

Por lo tanto, en general se obtiene:

$$x_i = \frac{b'_i - \sum_{j=i+1}^{m} a'_{ij}\, x_j}{a'_{ii}}$$

donde $i = m-1, m-2, \cdots, 1$ y para $i = m$, $x_i = \dfrac{b'_i}{a'_{ii}}$