1. Theoretical: Demuestre la formula alternativa para la estimación de la segunda derivada discreta:

$$\frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2})}{4h^2}$$

Dem:// El desarrollo de Taylor para x^i alrededor de x^i+2h está dado por:

$$f(x^i+2h) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x^i)}{n!}(x^i+2h-x^i)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x^i)(2h)^n}{n!} \ldots$$

$$\therefore f(x+2h) = f(x) + 2hf'(x) + \frac{4h^2}{2}f''(x) + O(h^3) \qquad (1)$$

$$f(x-2h) = f(x) - 2hf'(x) + \frac{4h^2}{2}f''(x) + O(h^3) \qquad (2)$$

Sumando (1) y (2) tenemos que:

$$f(x_{i+2}) + f(x_{i-2}) = 2f(x_i) + 4h^2 f''(x_i) + O(h^3)$$

$$\therefore f''(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2})}{4h^2}$$, lo que debía demostrarse ∎