1. $\mathbb{P} = a_1 \mathbb{P}_1 + a_2 \mathbb{P}_2$, $a_1 + a_2 = 1$, $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$

Veamos que $\mathbb{P}$ es una medida de probabilidad:

a) $\mathbb{P}(\Omega) = 1$: $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ con Ω_i el espacio muestral de $\mathbb{P}_i$

Como $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$ son espacios medibles, $\mathbb{P}_1(\Omega_1) = \mathbb{P}_2(\Omega_2) = 1$

Luego $\mathbb{P}(\Omega) = a_1 \mathbb{P}(\Omega_1) + a_2 \mathbb{P}(\Omega_2) = a_1 + a_2 = 1$

b) $\forall A \in \mathcal{F}$, $\mathbb{P}(A) \geq 0$, como $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$ son espacios medibles, entonces si $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2$ se tiene $\forall A \in \mathcal{F}$, $\mathbb{P}(A) = a_1 \mathbb{P}(A) + a_2 \mathbb{P}(A)$, y como $a_1, a_2 \geq 0$ se tiene $\mathbb{P}(A) \geq 0$

c) Como $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$ son espacios medibles, cada uno cumple que $\mathbb{P}(\bigcup_{i}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i)$ para conjuntos disjuntos A_i, A_j con $i \neq j$. Lo mismo cumplirá $\mathbb{P}$, al ser combinación lineal de $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$