Parcial 1.

a) Por Newton Gregory se tiene que $f(x) \approx p(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1)$

con $a_0 = f(x_0)$, $a_1 = \dfrac{f(x_1)-f(x_0)}{h}$, $a_2 = \dfrac{f(x_2)-2f(x_1)+f(x_0)}{2h^2}$

$$\therefore\ p(x) = f(x_0) + \left(\frac{f(x_1)-f(x_0)}{h}\right)(x-x_0) + \left(\frac{f(x_2)-2f(x_1)+f(x_0)}{2h^2}\right)(x^2 - x(x_0+x_1) + x_0x_1)$$

b) Derivando $p(x)$:

$$p'(x) = 0 + \frac{f(x_1)-f(x_0)}{h} + \left(\frac{f(x_2)-2f(x_1)+f(x_0)}{2h^2}\right)(2x - x_0 - x_1)$$

Ahora, evaluando $p'(x)$ en x_0 y sabiendo que $x_1 - x_0 = h$:

$$p'(x_0) = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{h} + \frac{f(x_2)-2f(x_1)+f(x_0)}{2h^{\cancel{2}}}\overbrace{(\cancel{x_0}-x_1)}^{-h}$$

$$= \frac{2}{2}\,\frac{f(x_1)-f(x_0)}{h} - \frac{f(x_2)-2f(x_1)+f(x_0)}{2h}$$

$$= \frac{2f(x_1)-2f(x_0)-f(x_2)+2f(x_1)-f(x_0)}{2h} = \frac{1}{2h}\left(-3f(x_0)+4f(x_1)-f(x_2)\right)$$

Que es la expresión deseada. ■