Intervalos de predicción

miércoles, 23 de octubre de 2024 03:41 p. m.

Sea $\{Z_t\}$ el proceso que genera una serie de tiempo, entonces dicha serie puede modelarse mediante un proceso ARIMA (p,d,q)

$$\Phi(B)\,T(Z_t) = \Theta(B)\,a_t \quad \text{-} \quad (1)$$

$$a_t \sim WN(0,\sigma_a^2)$$

y $\Phi(B) = \nabla^d \phi(B)$

Entonces

$$T(Z_t) = \Phi^{-1}(B)\,\Theta(B)\,a_t = \Psi(B)\,a_t \quad \cdots (2)$$

con $\Psi(B) = \Phi^{-1}(B)\,\Theta(B)$

de donde

$$\Phi(B)\,\Psi(B)\,a_t = \Theta(B)\,a_t \quad ; \text{ es decir,}$$

$$\Phi(B)\,\Psi(B) = \Theta(B) \quad \text{-} \quad (3)$$

Sup que $d=1$, entonces $\Phi(B) = \nabla\phi(B)$, es decir,

$$\Phi(B) = \underbrace{(1-B)}\underbrace{(1-\phi_1 B - \quad - \phi_p B^p)}_{\text{polinomio orden } p}, \text{ desarrollando}$$

tenemos que

$$\Phi(B) = 1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p - \phi_p \quad B^{p+1}$$

En general para cualquier d y p se tiene

$$\Phi(B) = \nabla^d \phi(B) = (1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p - \cdots - \phi_{p+d} B^{p+d}) \cdots (4)$$

Por lo tanto, usando (3) y (4) se tiene que

$$\Phi(B)\,\Psi(B) = \Theta(B) \quad \text{si}$$

$$\cdots B^{p+d})(1-\psi_1 B - \cdots \psi_p B^p - \quad) = (1-\theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q) \;.\; (5)$$

$(1-\phi_1 B - \cdots \phi_{p+d} B^{p+d})(1-\psi_1 B - \cdots \psi_p B^{\cdot} - \quad) = (\cdot \quad -$

Al igualar los coeficientes del operador B se obtiene la siguiente solución:

$$\psi_j = \begin{cases} \theta_j + \Phi_1 \psi_{j-1} + \Phi_2 \psi_{j-2} + \quad + \Phi_{p+d} \psi_{j-p-d} & \text{si } j = 1, \ldots, q \\ \Phi_1 \psi_{j-1} + \Phi_2 \psi_{j-2} + \quad + \Phi_{p+d} \psi_{j-p-d} & \text{si } j > q \end{cases} \quad (6)$$

Con $\psi_0 = -1$ y $\psi_{j-1} = 0$ si $j < 1$.

De aquí en adelante se usarán los valores estimados de $\hat{\psi}_j$

Por otra parte, dado

$$e_t(h) = -\sum_{j=0}^{h-1} \psi_j a_{t+h-j}, \text{ entonces}$$

$$\underset{t}{E}(e_t(h)) = 0; \quad \underset{t}{\mathrm{Var}}(e_t(h)) = \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2 \sigma_a^2$$

Dado que $\hat{a}_t \sim N(0, \sigma_a^2) \sim N(0, \underset{t}{\mathrm{Var}}(e_t(h)))$

Por lo tanto, los límites de $(100)(1-\alpha)$ de probabilidad para $T(Z_{t+h})$ condicionados al conocimiento de $Z_t, Z_{t-1}, \ldots$ son

$$\hat{T}(Z_t)(h) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \left(\sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2 \right)^{1/2} \hat{\sigma}_a \quad \ldots (7)$$

Ejemplo: Considere la serie de cetes en circulación fuera del Banco de México desde la semana 1 de 1981 a la semana IV de 1982

Cuadro 5.4 Monto de CETES en circulación, millones de pesos

Mes	Semana I	II	III	IV	V
Ene., 81	3865830	4509420	4877968	5058049	5846191
Feb.	4967153	5308012	6192480	7192366	
Mar.	6020899	7957845	10606173	8677033	
Abr.	7132335	8416913	8137690	9857308	9528142
May.	8113492	9452338	10516287	7755065	
Jun.	7529229	8654304	11166441	8884981	
Jul.	8257909	7616304	9225947	7261061	6633927
Ago.	8014504	8375683	8002921	8944805	
Sep.	7894975	8207583	9284684	10179941	
Oct.	9249210	9060318	9149136	10038385	10182700
Nov.	7752507	7787527	8752806	9395747	
Dic.	9034515	8013791	6889031		
Ene., 82	7192465	9605715	10433049	10023351	
Feb.	8661590	8612446	8015310	7561768	

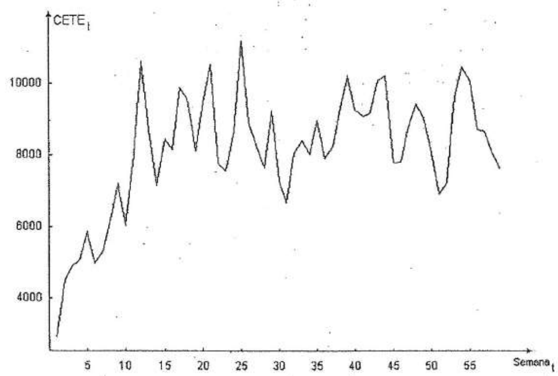

Figura 5.9 Monto de CETES en circulación, miles de millones de pesos.

Calcular el pronóstico de la semanas I, II y III de marzo de 1982 y su correspondiente intervalo de predicción

Con $\hat{a}_{58} = -1379.3$; $\hat{a}_{59} = -548.43$