1) a) $(1-\Phi B^{12})X_t = a_t$ É UM PROCESSO AUTORREGRESSIVO

P/ ESTACIONARIEDADE, AS RAÍZES DE $1-\Phi B^{12}$ DEVEM ESTAR FORA DO CÍRCULO UNITÁRIO.

$$1-\Phi B^{12} = 0 \Rightarrow B^{12} = \frac{1}{\Phi} \Rightarrow B = \sqrt[12]{\frac{1}{\Phi}} \Rightarrow -1 < \Phi < 1.$$

P/ INVERTIBILIDADE, O PROCESSO AUTORREGRESSIVO É SEMPRE INVERTÍVEL.

b) $\gamma(h) = Cov(X_{t+h}, \Phi X_{t-12} + a_t) = \Phi Cov(X_{t+h}, X_{t-12}) +$
$+ \overbrace{Cov(\cancel{X_{t+h}}, a_t)}^{0} = \Phi\gamma(h-12)$

$\Rightarrow \rho(h) = \Phi\rho(h-12)$

QUANDO h NÃO É MÚLTIPLO DE 12, $\rho(h) = 0$.
POIS, POR EXEMPLO, SE $h=1$, $\rho(1) = \Phi\rho(11)$,
E SE $h=11$, $\rho(11) = \Phi\rho(1)$, O QUE É SATISFEITO SOMENTE SE $\rho(1) = \rho(11) = 0$.

QUANDO h É MÚLTIPLO DE 12:

$h=12$: $\rho(12) = \Phi\rho(0) = \Phi$

$h=24$: $\rho(24) = \Phi\rho(12) = \Phi^2$

$h=36$: $\rho(36) = \Phi\rho(24) = \Phi^3$

$\vdots$

$\rho(h) = \Phi^{h/12}$, P/ h MÚLTIPLO DE 12.

c) $\hat{\rho}(24) = 0{,}64 = \hat{\Phi}^2$

$\hat{\Phi}$ PODE SER 0,8 OU −0,8. COMO A PRIMEIRA AUTOCORRELAÇÃO É NEGATIVA, ENTÃO $\hat{\Phi} = -0{,}8$.

2) a) COMO O PROCESSO É ESTACIONÁRIO, SUA MÉDIA É CONSTANTE ($\mathbb{E}(X_t) = \mathbb{E}(X_{t-1}) = \mu$)

$$\mathbb{E}(X_t) = 5 + 0{,}5\,\mathbb{E}(X_{t-1}) + \cancelto{0}{\mathbb{E}(a_t)} - 0{,}8\,\cancelto{0}{\mathbb{E}(a_{t-1})}$$

$$\Rightarrow \mu = 5 + 0{,}5\mu \Rightarrow \mu = 10.$$

b) PREVISÃO P/ 1986:

$$\hat{X}_{1985}[1] = 5 + 0{,}5\,X_{1985} + \cancelto{0}{\hat{a}_{1986}} - 0{,}8\,\hat{a}_{1985} =$$

$$= 5 + 0{,}5 \times 10 - 0{,}8 \times 1{,}25 = 9$$

PREVISÃO P/ 1987:

$$\hat{X}_{1985}[2] = 5 + 0{,}5\,\hat{X}_{1985}[1] + \cancelto{0}{\hat{a}_{1987}} - 0{,}8\,\cancelto{0}{\hat{a}_{1986}}$$

$$= 5 + 0{,}5 \times 9 = 9{,}5$$

PREVISÃO P/ 1988:

$$\hat{X}_{1985}[3] = 5 + 0{,}5\,\hat{X}_{1985}[2] + \cancelto{0}{\hat{a}_{1988}} - 0{,}8\,\cancelto{0}{\hat{a}_{1987}} =$$

$$= 5 + 0{,}5 \times 9{,}5 = 9{,}75$$

c) IC DE 95% P/ 1986:

$$\hat{X}_{1985}[1] \pm 1{,}96\sqrt{\sigma^2}$$

$$\Rightarrow \text{IC DE 95\%: } \left[9 \pm 1{,}96\sqrt{2}\right]$$

IC DE 95% P/ 1987:

$$\hat{X}_{1985}[2] \pm 1{,}96\sqrt{\sigma^2(1+\psi_1^2)}$$

EM QUE ψ_1 É COEFICIENTE DO MODELO ESCRITO NA FORMA $MA(\infty)$

$$(1-0{,}5B)\dot{X}_t = (1-0{,}8B)a_t$$

$$\frac{(1-0{,}8B)}{(1-0{,}5B)} = 1+\psi_1 B+\psi_2 B^2+\dots$$

$$1-0{,}8B = (1-0{,}5B)(1+\psi_1 B+\psi_2 B^2+\dots)$$

$$\cancel{1}-0{,}8B = \cancel{1}+\psi_1 B+\psi_2 B^2+\dots-0{,}5B-\psi_1 0{,}5B^2-\dots$$

$$0{,}8B = (\psi_1-0{,}5)B \Rightarrow \psi_1 = 0{,}3$$

$$\Rightarrow \text{IC p/ 1987: } \left[9{,}5 \pm 1{,}96\sqrt{2(1+0{,}3^2)}\right.$$

3) I. O PROCESSO APRESENTA DIFERENCIAÇÃO, LOGO A SÉRIE É NÃO ESTACIONÁRIA.

$\boxed{\text{VERDADEIRO}}$

II. O PROCESSO SARIMA $(0,1,1)\times(0,1,1)_{12}$ É:

$$(1-B^{12})(1-B)X_t = (1-\Theta B^{12})(1-\theta B)a_t$$

$$\underbrace{X_t - X_{t-12} - X_{t-1} + X_{t-13}}_{W_t} = a_t - \theta a_{t-1} - \Theta a_{t-12} + \theta\Theta a_{t-13}$$

$$\Rightarrow W_t \sim \text{SARIMA}(0,0,1)\times(0,0,1)_{12}$$

$$Var(W_t) = Var(X_t - X_{t-1} - X_{t-12} + X_{t-13}) =$$

$$= Var(a_t - \theta a_{t-1} - \Theta a_{t-12} + \theta\Theta a_{t-13}) =$$

$$= (1+\theta_1^2+\Theta^2+\theta^2\Theta^2)\sigma^2 > \sigma^2$$

$\boxed{\text{VERDADEIRO}}$

III. COMO JÁ VISTO, O PROCESSO É ESCRITO COMO

$$(1-B^{12})(1-B)X_t = (1-\Theta B^{12})(1-\theta B)a_t$$

$\boxed{\text{FALSO}}$