**שאלה 4**

טענה: אם <S1, s> =>k s’ אז <S1; S2, s> =>k <S2, s’>.

נוכיח את הטענה באינדוקציה על k.

בסיס – עבור k = 1, אם <S1, s> => s’ אז על פי כלל הסמנטיקה COMP מתקיים <S1; S2, s> => <S2, s’>.

הנחה – נניח שהטענה מתקיימת לכל 1 <= j <= k.

הוכחה – נוכיח שהטענה מתקיימת עבור k+1.

יהיו זוג statements S1, S2 ויהיו זוג מצבים s, s’.

נניח שמתקיים <S1, s> =>k+1 s’, ונוכיח <S1; S2, s> =>k+1 <S2, s’>.

נפרק את סדרת הצעדים הנתונה לנו לצעד הראשון ול-k הצעדים הבאים. קיימת קונפיגורציה q כך ש:

<S1, s> => q =>k s’

מכיוון שמתקייםq =>k s’ וגם k >= 1 אז q הוא לא מצב סופי. כלומר קיים statement S3 ומצב s’’ כך שמתקיים q = <S3, s’’>, כלומר:

<S1, s> => <S3, s’’> =>k s’

א. מהמעבר השמאלי (בצעד אחד) נובע על פי כלל הסמנטיקה COMP:

<S1; S2, s> => <S3; S2, s’’>

ב. מהמעבר הימני (ב-k צעדים) נובע מהנחת האינדוקציה:

<S3; S2, s’’> =>k <S2, s’>

נחבר את א' וב' ונקבל:

<S1; S2, s> => <S3; S2, s’’> =>k <S2, s’>

כלומר:

<S1; S2, s> =>k+1 <S2, s’>

כלומר הטענה מתקיימת עבור k+1.