## שאלה 6

### שלב 1 – נניח שמתקיים <repeat S until b, s> 🡺 s’’ ונראה ש <S; while ¬b do S, s> 🡺 s’’

בעקבות שאלה 3 סעיף א’ ניתן לפתח את T1 לפי 2 מקרים:

מקרה 1. לפי

במקרה זה B[b]s’ = tt

מקרה 2. לפי

במקרה זה B[b]s’ = ff

כעת נבנה עצי גזירה מתאימים עבור <S; while ¬b do S, s>:

שלב ראשון נפתח לפי

כעת ניתן לחלק את הפיתוח של T1 לשני מקרים לפי B[b]s’ בהתאמה

1. כאשר B[b]s’ = tt: נפעיל ((B[b]s’ == ff

**כלומר קיבלנו s’’=s’ , ואותו T2 כמו במקרה 1.**

1. כאשר B[b]s’ = ff: נפעיל ((B[b]s’ ==tt

קיבלנו ש T3 במקרה 2 ו-4 שקולים.  
בנוסף, נשים לב ש T4 הוא עץ ההוכחה של אותו Statement כמו ב- T1 רק עבור מצב s’ ולא s )כמו ב (T1 - וזאת בצורה זהה למקרה 2, שגם בו T4 הוא עץ ההוכחה של אותו Statement כמו של T1 רק עבור s’ לא s )כמו ב (T1.

כלומר כל עוד התנאי B[b]s’ = ff מתקיים – תוכן הלולאה תרוץ פעם אחת ואז שוב פעם יבדק התנאי של הלולאה גם עבור מקרה 2 וגם עבור מקרה 4 – וכך ימשיכו עד השאר התנאי יהיה B[b]s’ = tt.

**נוכיח באינדוקציה עבור k = מספר הפעמים ברצף(הארוך ביותר) שהתנאי B[b] = ff מתקיים.**

נראה שקילות עבור k=0 🡸 התנאי הוא ישר B[b] = tt 🡸 הגענו למקרה 1 –הוכחנו כבר שקילות ל3.

נניח שקילות עבור k=k.

ונוכיח שקילות k=k+1:

הנחנו שקילות עבור k=k לכן יש שקילות בין Tk1 ל- Tk3 (העצים שמכילים את הרצף של k פעמים B[b] = ff).

בנוסף, יש שקילות בין הTk2.

לכן כעת נותר להוכיח .

נפתח את :

אנחנו יודעים ש B[b] = ff (נובע מהגדרת האינדוקציה) 🡸 B[b] = tt (נובע מהגדרת האינדוקציה - מיכוון שכבר עברנו k+1 הפעלות statmentים)

ומיכוון שב-repeat מסתכלים על התנאי במצב (המצב לאחר הרצת S פעם אחת) נפתח לפי :

* **קיבלנו ש .**

כעת נפתח את :

נבצע

כעת B[b] = tt - נובע מהגדרת האינדוקציה (מיכוון שכבר עברנו k+1 הפעלות statmentים)   
ולכן נקבל B[b] = ff ולכן נפתח לפי :

🡸 קיבלנו ש .

לכן קיבלנו ש- .

🡸 קיבלנו שקילות מלא בשני המקרים.

### שלב 2 – נניח שמתקיים <S; while ¬b do S, s> 🡺 s’’ ונראה ש <repeat S until b, s> 🡺 s’’

בצורה ממש דומה לשלב 1 רק בכיוון השני.

נבנה עץ גזירה מתאימם עבור <S; while ¬b do S, s>:

שלב ראשון נפתח לפי

כעת ניתן לחלק את הפיתוח של T1 לשני מקרים לפי B[b]s’ ( הוא התנאי של הלולאה)

מקרה 1. נפעיל

במקרה זהB [b]s’ = ff

וקיבלנו ש s’’=s’.

מקרה 2. נפעיל

במקרה זה B[b]s’ = tt

כעת נבנה עצי גזירה מתאימים עבור <repeat S until b, s>

בעקבות שאלה 3 סעיף א’ ניתן לפתח את הstatement לפי 2 מקרים:

1. כאשר B[[b]s’ = ff נפעיל ( B[b]s’ = tt)

**קיבלנו אותו** **T2 כמו במקרה 1.**

1. כאשר B[[b]s’ = tt לפי ( B[b]s’ = ff)

בדיוק כמו בשלב הראשון של הוכחה T3 הנוכחי שקול לT3 במקרה 2.   
וT4 שקול למקרה 2 עקב הגדרה אינדוקטיבית (כמו שהוכחנו קודם).

🡸 קיבלנו שקילות מלא בשני המקרים.

בעקבות הוכחת שני השלבים קיבלנו<repeat S until b, s> <S; while ¬b do S, s> .