I Parte

Pregunta ①

Para todo $n \in \mathbb{N}$

$$1\cdot 3 + 2\cdot 4 + 3\cdot 5 + \ldots + n(n+2) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$$

Aplicando Inducción

→ P(1) tiene que ser verdadera

$$1\cdot 3 = \boxed{3} = \frac{1(1+1)(2+7)}{6} = \frac{2\cdot 9}{6} = \frac{18}{6} = \boxed{3} \checkmark$$

→ P(n) =

$$1\cdot 3 + 2\cdot 4 + 3\cdot 5 + \ldots + n(n+2) = \boxed{\frac{n(n+1)(2n+7)}{6}}$$

P(n+1)

$$1\cdot 3 + 2\cdot 4 + 3\cdot 5 + \ldots + (n+1)(n+3) = \frac{(n+1)(n+1+1)(2(n+1)+7)}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)(2n+2+7)}{6} = \boxed{\frac{(n+1)(n+2)(2n+9)}{6}}$$

Prueba:

$$1\cdot 3 + 2\cdot 4 + 3\cdot 5 + \ldots + n(n+2) + (n+1)(n+3) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6} + (n+1)(n+3)$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+7)}{6} + \frac{6(n+1)(n+3)}{6}$$

Nombre: José Daniel Rodríguez Sánchez Firma:

Cédula: 1-1172-0707

Pregunta 9

II Parte

$$= \frac{n(n+1)(2n+7) + 6(n+1)(n+3)}{6}$$

$$= \frac{(n+1)[n(2n+7) + 6(n+3)]}{6}$$

$$= \frac{(n+1)[2n^2 + 7n + 6n + 18]}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(2n^2 + 13n + 18)}{6}$$

tanteo

$$2n^2 + 13n + 18 = (2n+9)(n+2)$$

$$\begin{array}{lll} 2n^2 & +13n & +18 \\ 2n & & 9 \\ n & & 2 \end{array}$$

$$\therefore \quad = \boxed{\frac{(n+1)(2n+9)(n+2)}{6}}$$

Se comprueba que la igualdad funciona para todo n que ~~∈~~ pertenece a los $\mathbb{N}$

Nombre: José Daniel Rodríguez Sánchez Firma:

cédula: 1-1172-0707