中原大學資訊工程學系學士論文

適用於IBM Quantum的量子糾錯算法法

作者：曾品元11027233、江庭瑄11027235

指導教授﹕黃琮暐教授、張元翔教授

中華民國 113 年 2 月

目錄

中文摘要

第一章 量子運算介紹

1.1 量子運算

1.2 為何需要糾錯

第二章

結論

參考文獻…………………………………………………………………………… #

圖目錄…………………………………………………………………………………#

表目錄…………………………………………………………………………………#

**中文摘要**

隨著古典電腦技術的發展，它已經面臨著瓶頸。在馮紐曼架構的古典電腦體系下，資料儲存技術進展緩慢，致使古典電腦的計算能力難以實現顯著的提升。相較之下，量子電腦雖然仍屬較不成熟的技術，但在處理特定問題的時間複雜度遠優於古典電腦。

古典電腦的位元狀態僅能為1或0，而量子電腦的位元狀態可以同時為1和0。這種獨特的特性使得量子電腦的n個bit能夠同時表示2^n種狀態，使得在搜尋計算方面，量子電腦的速度遠超古典電腦。然而，正因為這種同時處於0和1的特性，量子電腦的錯誤率相對較高，糾錯變得極具挑戰性，需要採用與以往不同的思維方式來滿足糾錯需求。

**第一章 量子運算介紹**

**1.1量子運算**

其中表示相位，正負為方向，大小為振幅。相位的平方為機率，且和為1。

量子邏輯閘使用么正矩陣表示，而基本狀態以表示，以表示。常見的量子閘有CNOT gate、Hadamard gate、Pauli-X gate、Pauli-Y gate、Pauli-Z gate、Toffoli gate：

### CNOT gate

### 為雙量子邏輯閘,有輸入與輸出,其中輸入的位元分別稱作控制位元(control qubit)及目標位元(target qubit)。若控制位元為 則目標位元進行反閘(X閘)運算, 反之則目標位元不做任何運算。類似古典位元的XOR閘。

**Hadamard gate **

是基本量子邏輯閘之一，將基本狀態變成，並將變成。

**Pauli-X gate(NOT) **

繞Bloch球體的x軸旋轉180度。

**Pauli-Y gate **

繞Bloch 球體的y軸旋轉180度。

**Pauli-Z gate A blue square with black letter z

Description automatically generated**

繞Bloch 球體的z軸旋轉180度。

### Toffoli gate (CCX gate)

### A purple dot with black lines Description automatically generated操作三個量子位元的閘,有2-qubit輸入與1-qubit輸出。若前兩個qubit皆為則對第三個qubit做Pauli-X gate運算，否則不動作。

### 用CNOT gate實作量子位元的AND閘和OR閘：

### Quantum AND gate

### A diagram of a diagram Description automatically generated

### Quantum OR Gate

### 

### 1.2為何需要糾錯

量子錯誤有很多種，以下為常見的量子錯誤:

位元翻轉錯誤（Bit Flip Errors）： 這種錯誤發生在量子位元（qubit）在計算過程中由於外部干擾或其他原因而由0翻轉為1，或由1翻轉為0。

隨機相位錯誤（Phase Flip Errors）： 這種錯誤涉及到量子位元的相位信息，其中量子位元可能在計算過程中受到外部因素影響，導致其相位發生錯誤。

閘操作錯誤（Gate Operation Errors）： 量子電腦使用閘操作來執行計算，這些操作可能受到外部環境的干擾，或者在實際實現中可能存在一些不完美性能，導致閘操作錯誤。

量子比特間交互錯誤（Qubit Crosstalk Errors）： 不同量子位元之間的相互作用可能導致它們之間的信息傳遞錯誤，這可能發生在相鄰的量子位元之間。

相位糾正錯誤（Phase Correction Errors）： 這種錯誤發生在嘗試糾正相位錯誤時出現的錯誤，可能導致進一步的計算錯誤。

連結錯誤（Connectivity Errors）： 由於量子位元之間的連結關係可能受到局限，連結錯誤可能會發生在計算過程中，影響計算的正確執行。

計算時序錯誤（Timing Errors）： 這種錯誤可能由於計算過程中的計時不準確，導致門操作和量子位元的不正確同步。

測量錯誤（Measurement Errors）： 在量子計算結束時，測量操作可能受到干擾，導致計算結果的錯誤。

這是目前IBM Heron r1 processer的error rate map

A screenshot of a computer

Description automatically generated

From: https://quantum.ibm.com/services/resources?tab=systems&system=ibm\_torino

CZgate是這個quantum processer主要使用的two-qubit gate，錯誤率的中位數是0.004101，由於量子錯誤不僅僅只有bit-flip error，還有phase error，這0.004101的錯誤率在經過幾十次以上的運算後就會大到無法得到正確答案。

所以量子糾錯演算法對於量子電腦的成功運行是非常重要的。量子糾錯算法不僅要考慮糾錯之後的正確率，糾錯所用到的two-qubit gate還要符合量子電腦qubit網格的排列方式。

量子糾錯算法的設計不僅僅於程式方面，一個大型的量子電腦系統在開發時也要考慮如何優化量子電路布局使量子糾錯算法更容易實作。

附圖Google Sycamore processor

A colorful cross pattern

Description automatically generated with medium confidence

Form:https://blog.research.google/2019/10/quantum-supremacy-using-programmable.html

### 第二章

### 量子電腦糾錯算法須注意甚麼

### quantum operation error rate(per gate)

### qubit map

### qubit amount

### IBM brisbane

### 

### three-bit repetition code

### 1 -> 111

### 0 -> 000

### 000,001,010,100 -> 0

### 111,110,101,011 -> 1

### 傳統電路的全加器

### A diagram of a machine Description automatically generated with medium confidence

### 量子電路的全加器

### input：q0,q1,q2

### output：q3(carry)

### A diagram of a diagram Description automatically generated

### 再將結果寫回q0

### A diagram of a circuit Description automatically generated

### 量子全加器運算結果正確率

### 

### 原因

### 000101 -> 000000

### 000110 -> 000110 (Error)

### 取樣方法是關鍵：[-2,0,1]

### A black background with white text and numbers Description automatically generated

### A graph of a number of different colored lines Description automatically generated

### A graph of a number of people Description automatically generated with medium confidence

### 例如：[-1,0,1]就會有問題

### 若取樣方法是[-1,0,1]，則以下的例子將無法順利糾錯。

### 100001

### ->100001

### ->110001

### ->111001 …..

### 解決方法

### 當所有運算皆已完成，將結果寫回q0

### date qubit: 100001

### support qubit:000000 calculate->

### date qubit: 100001

### support qubit:000001 copy(write back)

### date qubit: 000001

### support qubit:000001

### A graph of different colored lines Description automatically generated

### A graph of different colored lines Description automatically generated

### A graph of a graph Description automatically generated with medium confidence

### A graph of different colored lines Description automatically generated

### 實際操作

### 

### A diagram of numbers and a number Description automatically generated with medium confidence

### A diagram of numbers and a number Description automatically generated with medium confidence

### A graph of different colored lines Description automatically generated

### A graph of different colored lines Description automatically generated

### A graph of a graph Description automatically generated with medium confidence

### 參考文獻

### <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%87%8F%E5%AD%90%E9%96%98>

### <https://www.researchgate.net/figure/a-Toffoli-gate-b-Swap-gate-c-Quantum-gate-d-Quantum-gate-stored-in-a-superposition_fig13_257641933>

**圖目錄**

**表目錄**