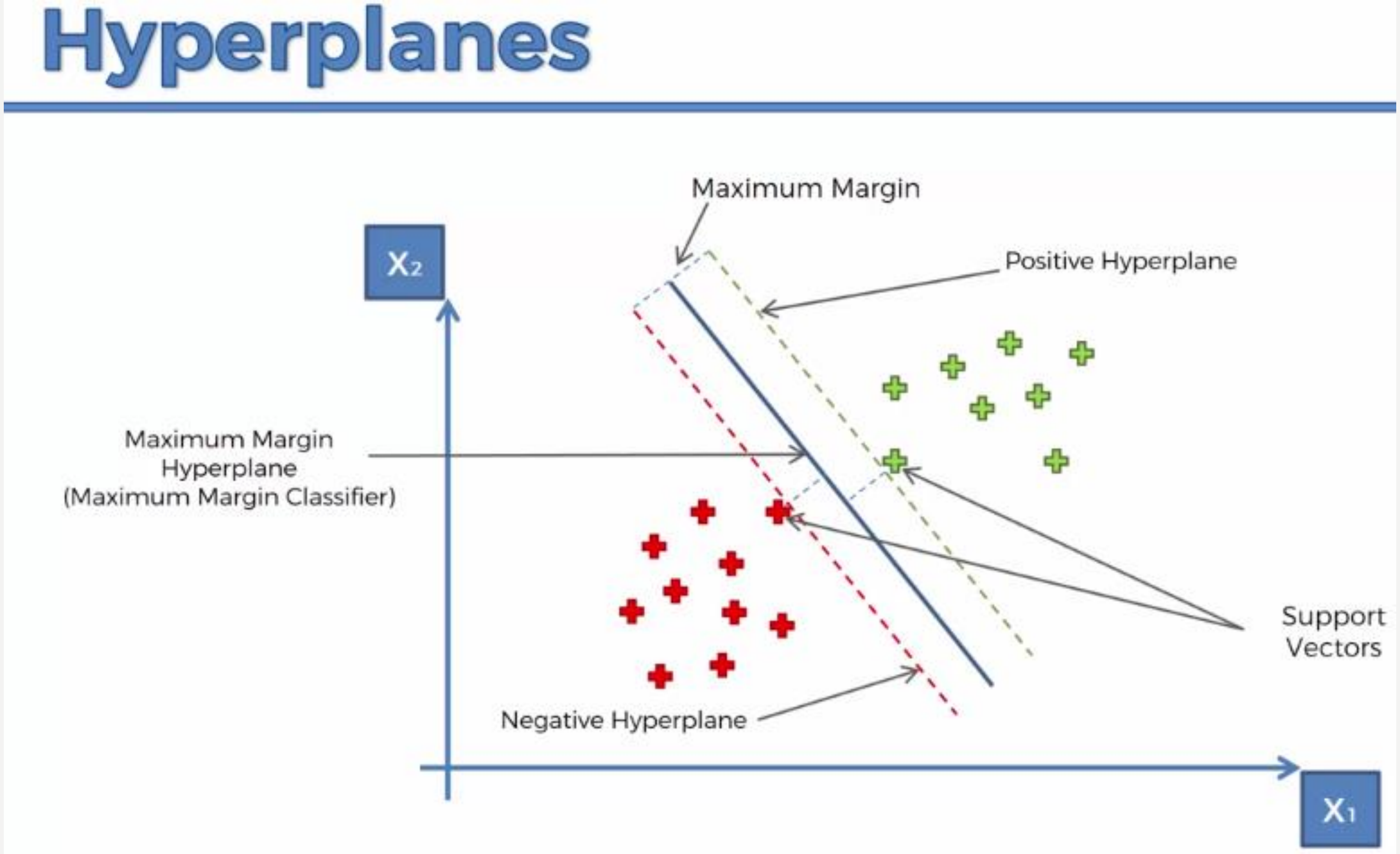
SVM & KERNEL SVM

課程大綱:

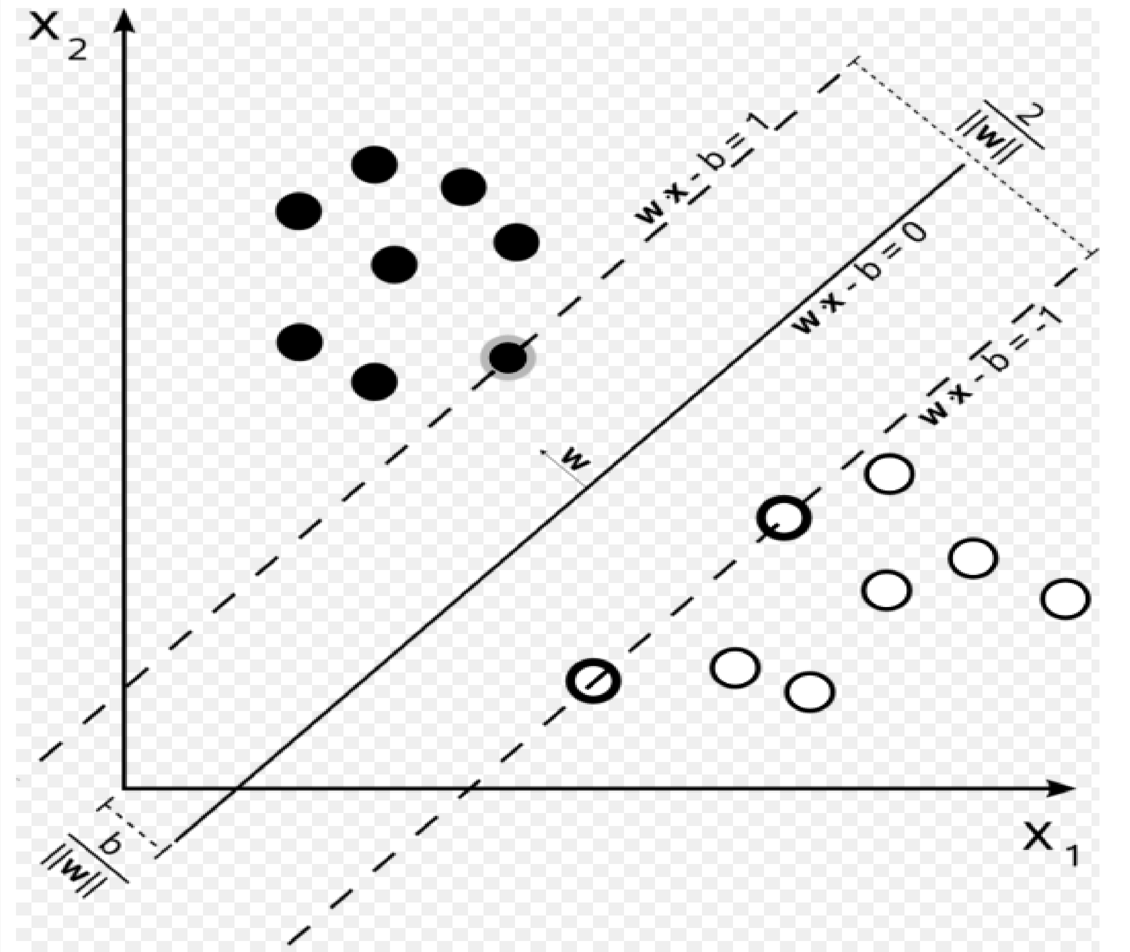
- SVM理論介紹 (線性可分與非線性可分)
- SVM函數介紹

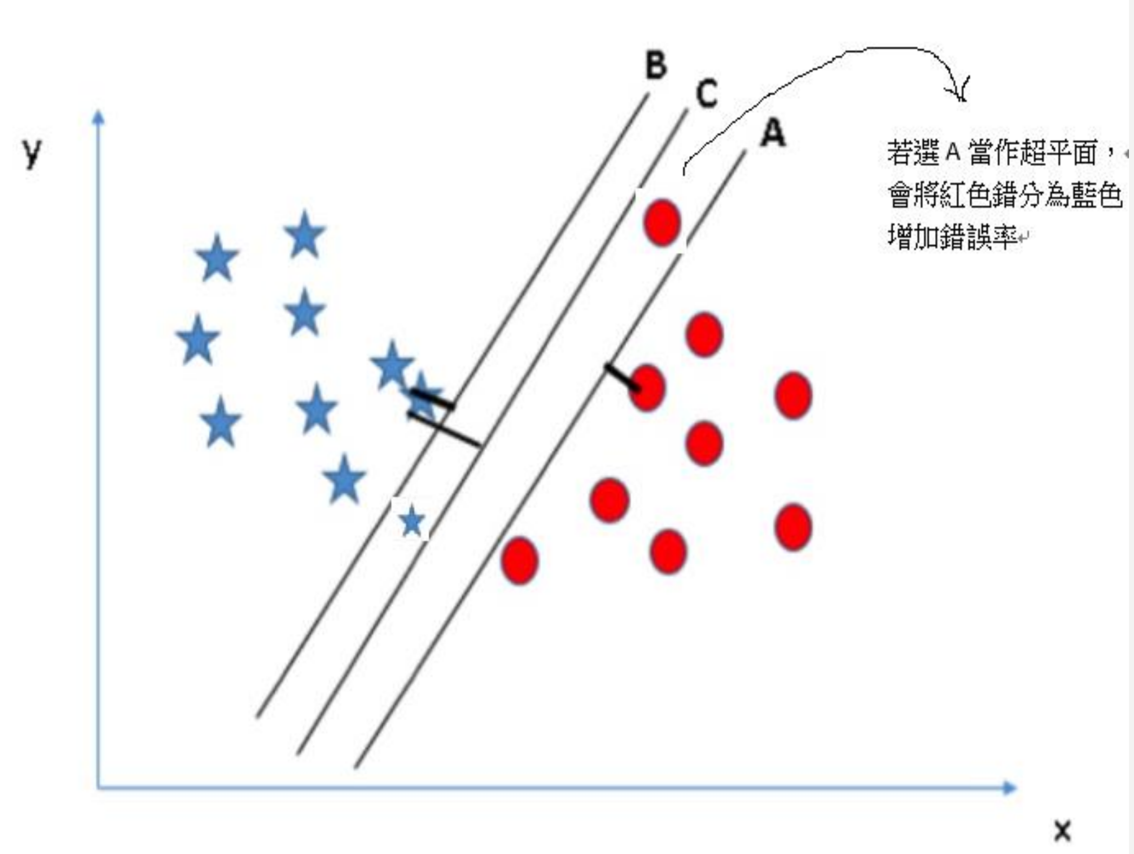
SVM理論介紹：如何對資料做分類?（線性可分）



- 支援向量機(SVM) : 是一種分類的演算法，多用於資料分類預測，使用超平面與向量的概念，達到分類效果，多用於非線性、高維度資料，如臉部辨識。
- 超平面 (hyperplane) : 在2群資料中找出最佳距離，此距離為距2群資料邊際之最大處，錯誤率最低，具有此距離的性質之平面為超平面。
- 支援向量 (Support Vectors) : 落於超平面上，並且用於區分資料的重要向量。

- 運算方式 : 經訓練資料數據經計算可得到向量，並由條件式分出資料群組。



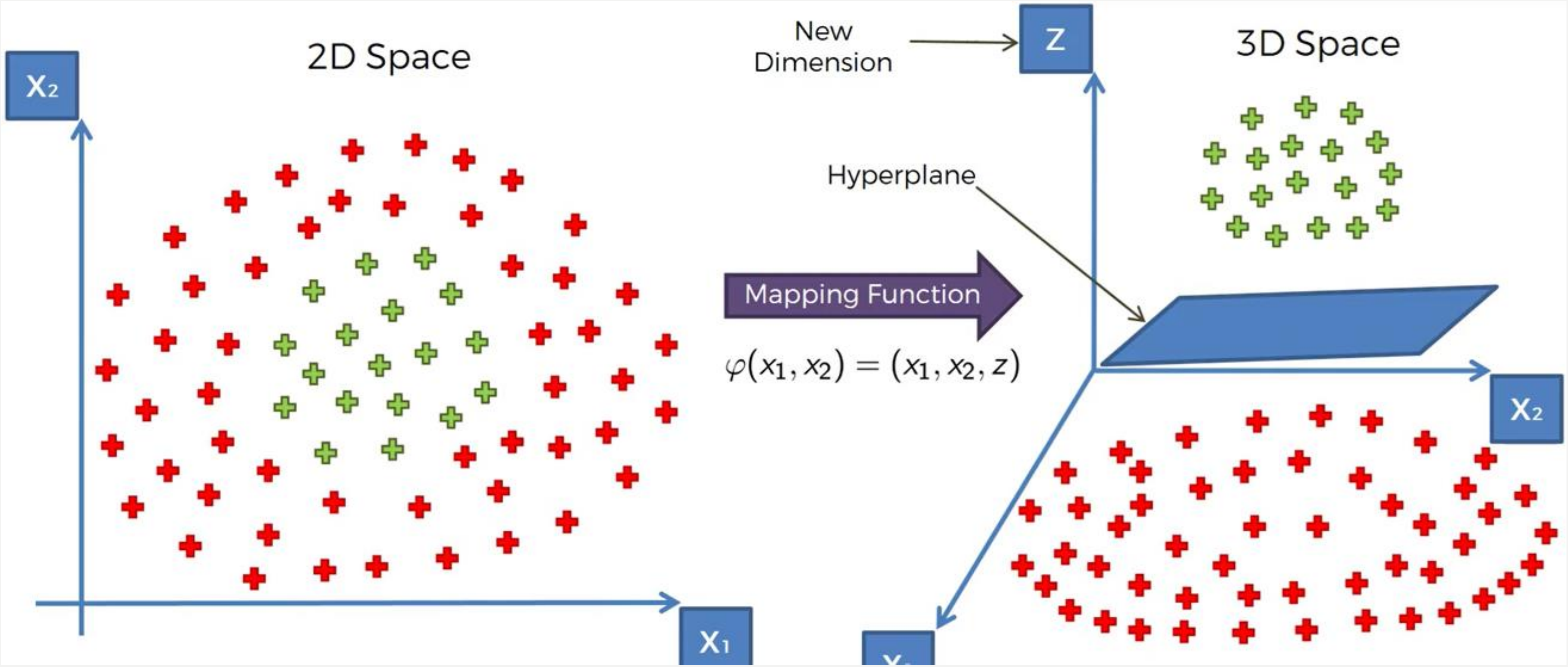


- 分類過程如下：

1. 訓練樣本求出支援向量 -> 2. 資料點x帶入函數f(x) = w*x-b -> 3. 由f(x) >=1 or <=-1 算出數值分類。

- 分類說明：http://www.doc88.com/p-2733390245l2.html

SVM-KERNEL函數：如何對資料做分類? (非線性可分)



- SVM-Kernel：是一種映射函數，使用維度轉換原理，將低維度不可分轉為高維度可分，對非線性資料分類，又稱核函數。
- Kernel trick：將映射函數簡化的一種技巧，當映射到高維度時，計算變複雜，此時轉換內積方式，就可以簡化計算，意思是在低維度運算等價於高維度的結果，就是不在高維度映射後再內積計算。

$$\boxed{K(x,z)=(x^T z)^2} = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i z_i\right)\left(\sum_{j=1}^{n} x_j z_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j z_i z_j$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} (x_i x_j)(z_i z_j) = \boxed{\phi(x)^T \phi(z)}$$

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} x_1x_1 \\ x_1x_2 \\ x_1x_3 \\ x_2x_1 \\ x_2x_2 \\ x_2x_3 \\ x_3x_1 \\ x_3x_2 \\ x_3x_3 \end{bmatrix}.$$

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} x_1x_1 \\ x_1x_2 \\ x_1x_3 \\ x_2x_1 \\ x_2x_2 \\ x_2x_3 \\ x_3x_1 \\ x_3x_2 \\ x_3x_3 \end{bmatrix}.$$

- 計算方式：使用kernel做內積轉換，不在高維度做計算，但結果是等價。

$$\max_{\alpha} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \boxed{\langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle}$$

$$s.t., \alpha_i \geq 0, i = 1, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i = 0$$

$$\max_{\alpha} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \kappa(x_i, x_j)$$

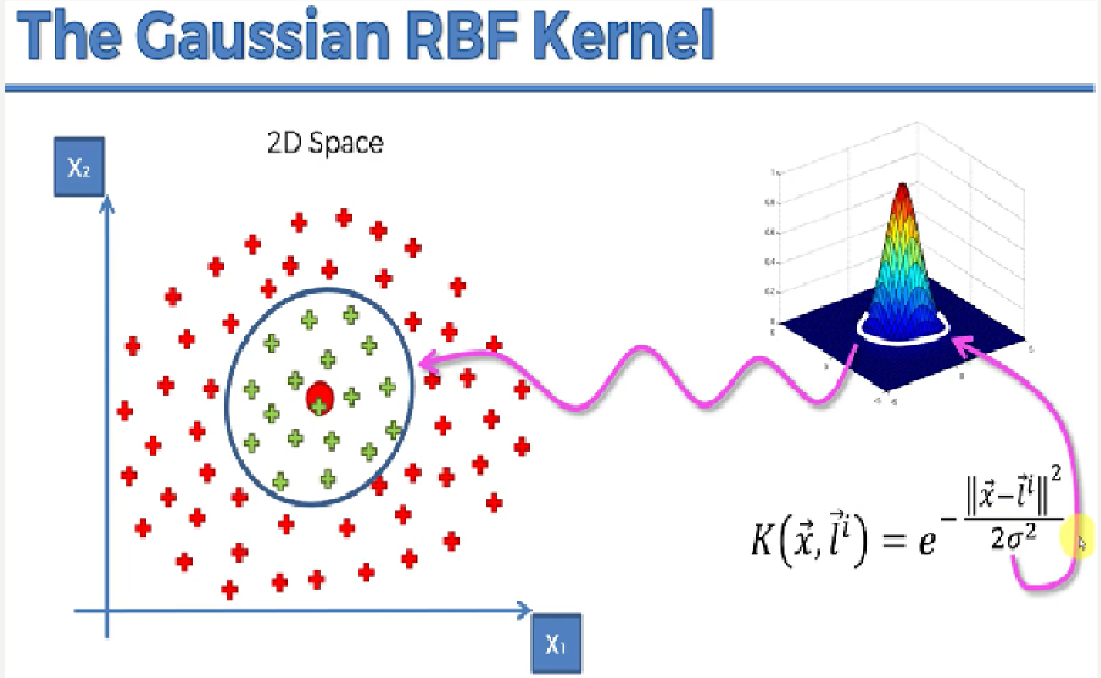
$$s.t., \alpha_i \geq 0, i = 1, \ldots, n$$

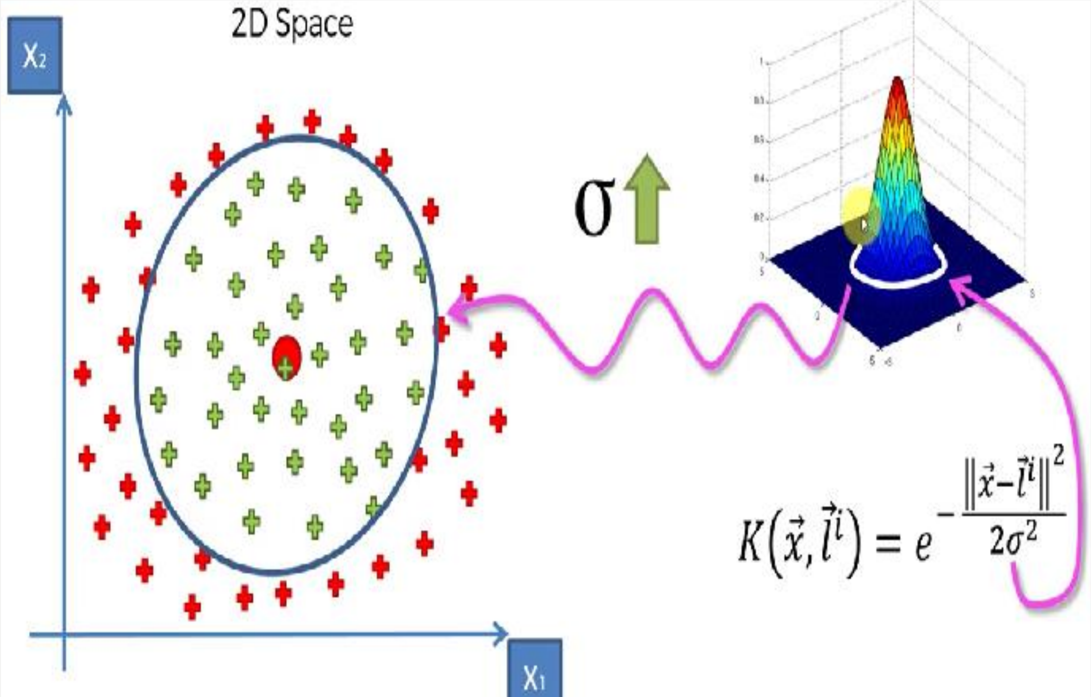
$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i = 0$$

- 參考網址：https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%94%AF%E6%8C%81%E5%90%91%E9%87%8F%E6%9C%BA

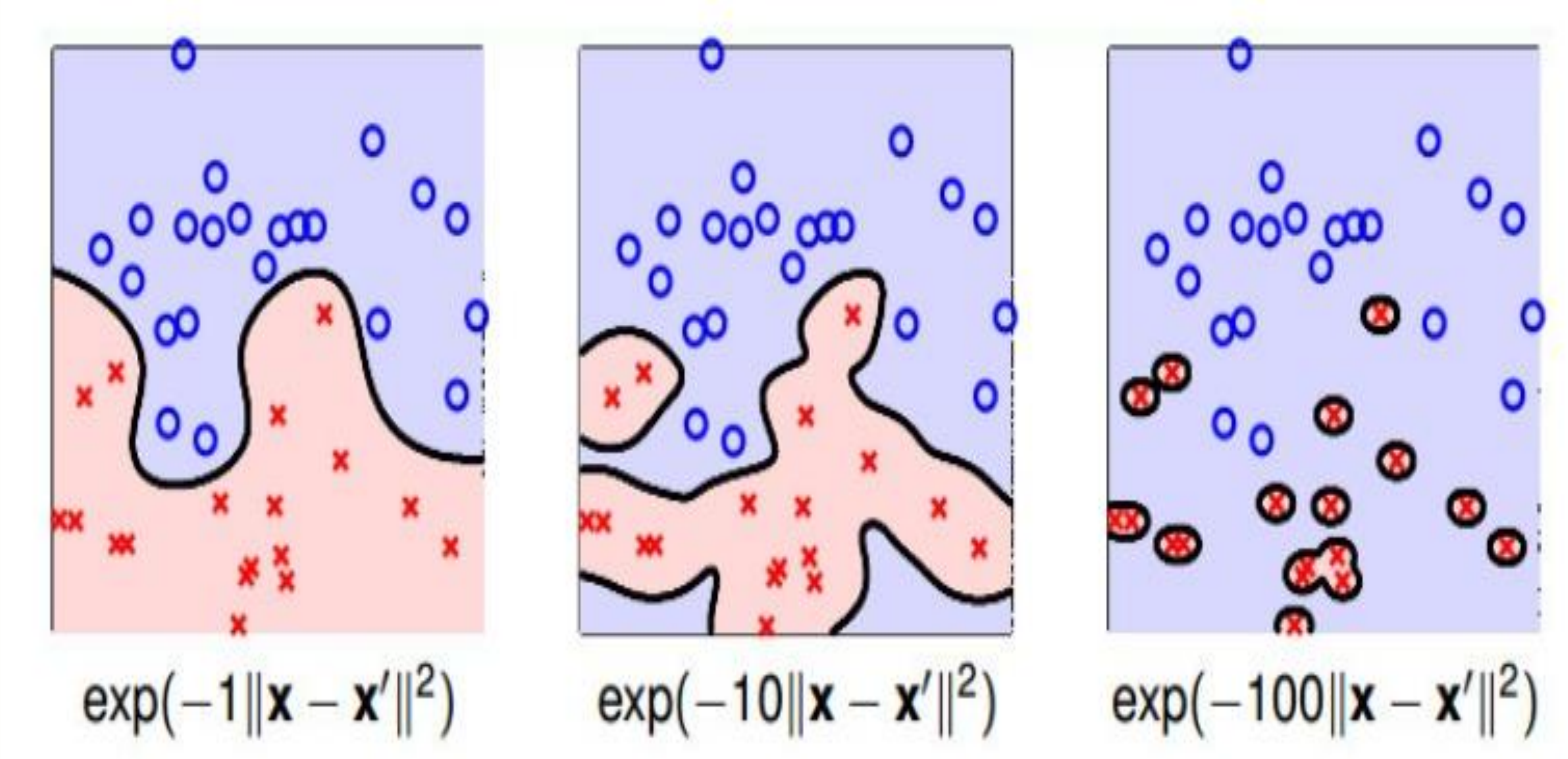
常見核函數：

- 高斯函數 (RBF)： 全名為 : (Radial Basis function)，又稱徑向基函數，是一種以中心點分類的核函數，分類概念如下 : 中心點為i，資料點為x，函數結構如下:
k(x,i) =exp(-1/2σ^2)*||x-i||^2 , 其中σ是分類邊界的範圍，若x很接近中心點，則k(x,i)接近1，若x遠離中心點，k(x,i)接近0，達到分類，可做無限維度的延伸，分布類似高斯分布，故稱高斯函數。

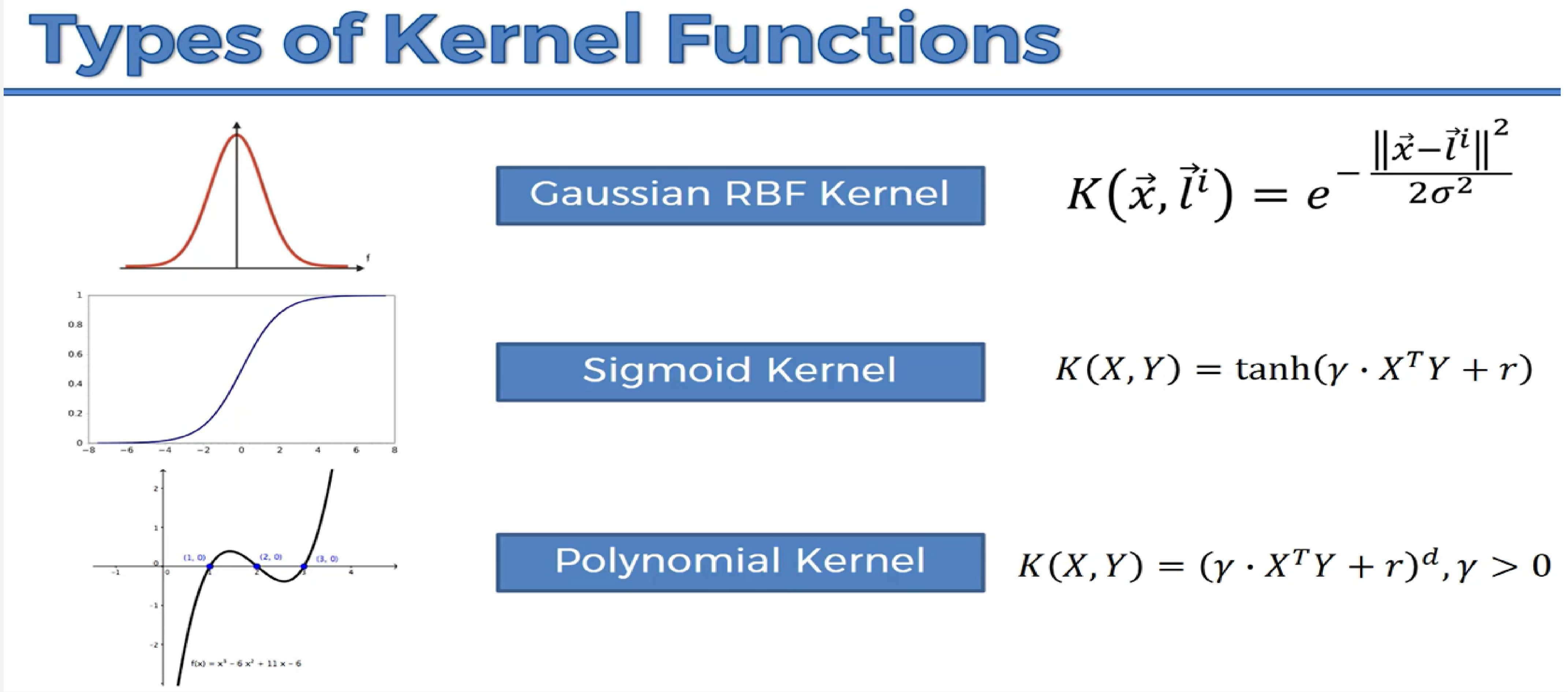




不同的 σ 值的結果比較： gamma = 1/2σ^2



其他核函數：



- 函數介紹網址 : http://mlkernels.readthedocs.io/en/latest/kernels.html