



Relatório Trabalho Final de Programação Matemática

Problema de aterrissagem de Aviões

Daniel Messias Santos
Thiago Pereira Freire

2025

1. Introdução

A gestão eficiente do pouso de aeronaves é um problema crítico na aviação, impactando diretamente a segurança, a capacidade operacional dos aeroportos e a satisfação dos passageiros. Devido à complexidade das restrições envolvidas, como intervalos de segurança entre pousos, janelas de tempo predefinidas e penalidades associadas a adiamentos ou antecipações, encontrar soluções ótimas se torna um desafio matemático e computacional significativo.

Neste relatório, foi abordado a resolução do problema do pouso utilizando dois métodos distintos: um solver e uma meta-heurística baseada no algoritmo GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure). A primeira abordagem explora o uso de uma ferramenta de resolução, enquanto a segunda emprega heurísticas para fornecer soluções aproximadas de alta qualidade em um tempo reduzido.

O objetivo é comparar a eficiência e a precisão dessas abordagens, avaliando o tempo de execução e a qualidade das soluções obtidas. Os experimentos realizados e as análises apresentadas fornecem resultados valiosos sobre a melhor estratégia a ser adotada dependendo do contexto operacional e dos requisitos específicos do problema.

1. Formulação do problema

O problema do pouso de aeronaves consiste em definir a melhor sequência de aterrissagem para um conjunto de aviões, levando em consideração diversas restrições. Cada aeronave possui um tempo ideal de pouso, uma janela permitida dentro da qual o pouso pode ocorrer e penalidades associadas a pousos antecipados ou atrasados. Além disso, há restrições de separação mínima entre pousos para garantir a segurança das operações.

A complexidade do problema se deve ao fato de que múltiplas aeronaves devem ser coordenadas de forma simultânea, garantindo que nenhuma viole os limites de tempo estabelecidos. As decisões tomadas precisam equilibrar eficiência operacional e minimização de custos associados a eventuais atrasos ou adiantamentos. Dessa forma, o problema pode ser abordado utilizando tanto métodos exatos, como solvers matemáticos, quanto técnicas heurísticas que permitem encontrar boas soluções em tempo reduzido.

No contexto deste estudo, utilizamos um solver para obter soluções exatas sempre que possível e aplicamos a meta-heurística GRASP para encontrar soluções aproximadas quando o tempo computacional se torna um fator limitante. Essa abordagem híbrida permite avaliar qual método é mais adequado dependendo do tamanho da instância do problema e das restrições específicas envolvidas.

2. Descrição da solução

Para resolver o problema do pouso de aeronaves, implementamos duas abordagens principais: uma solução exata baseada em um solver matemático e uma solução heurística utilizando o algoritmo GRASP. Ambas as abordagens foram desenvolvidas e testadas para avaliar sua eficiência em diferentes cenários operacionais.

A abordagem baseada em solver consiste na modelagem matemática do problema como um problema de programação linear inteira mista (MILP). Essa modelagem permite encontrar a solução ótima garantindo a minimização das penalidades associadas a pousos antecipados ou atrasados. No entanto, essa abordagem pode se tornar inviável para instâncias de grande porte devido ao alto tempo de processamento necessário para explorar todas as possibilidades.

Já a abordagem heurística, baseada no algoritmo GRASP, utiliza uma estratégia iterativa que combina construção gulosa randomizada e busca local para encontrar boas soluções em um tempo reduzido. Inicialmente, é gerada uma solução viável através de um procedimento construtivo aleatorizado, que respeita as restrições do problema. Em seguida, essa solução passa por uma fase de busca local, onde ajustes são feitos para melhorar a qualidade da sequência de pouso encontrada. Esse processo é repetido várias vezes para garantir que múltiplas soluções sejam exploradas e a melhor delas seja selecionada.

A comparação entre as duas abordagens é realizada considerando métricas como tempo de execução, qualidade da solução obtida e escalabilidade. Dessa forma, conseguimos avaliar a aplicabilidade de cada método em cenários reais e identificar quais condições favorecem o uso de um solver exato ou de uma heurística como GRASP.

3. Resultados

4.1.1. Instância 01

Repetições	Solução inicial	Solução final	Tempo	Percentual de desvio
100	17570	11070	30,6	0,3699487763
1000	17570	11070	24,6	0,3699487763
10000	17570	11070	139,6	0,3699487763
100	10134	4000	136,8	0,6052891257
1000	5864	2998	1299	0,488744884
10000	6648	2248	541,4	0,6618531889

4.1.2 Instância 02

Repetições	Solução inicial	Solução final	Tempo	Percentual de desvio
100	51660	46280	97	0,10414247
1000	51660	46280	856,2	0,10414247
10000	51660	46280	563	0,10414247
100	39006	12002	260,2	0,6923037481
1000	25208	9082	2496,4	0,63971755
10000	27116	7364	1612,2	0,7284260215

4.1.3 Instância 03

Repetições	Solução inicial	Solução final	Tempo	Percentual de desvio
100	45830	38670	267	0,156229544
1000	45830	38670	2568,8	0,156229544
10000	45830	38670	1698,2	0,156229544
100	34032	19822	583,6	0,4175481899
1000	30022	16244	5596	0,4589301179
10000	29508	11854	3557	0,598278433

4.1.4 Instância 04

Repetições	Solução inicial	Solução final	Tempo	Percentual de desvio
100	23670	18510	582,4	0,2179974651
1000	23670	18510	5746,4	0,2179974651
10000	23670	18510	3654,8	0,2179974651
100	48178	23752	578,2	0,5069948939
1000	35060	18166	5724,8	0,4818596691
10000	40954	15152	3705,8	0,6300239293

4.1.5 Instância 05

Repetições	Solução inicial	Solução final	Tempo	Percentual de desvio
100	27130	20530	597,2	0,2432731294
1000	27130	20530	5813	0,2432731294
10000	27130	20530	3648,6	0,2432731294
100	60800	24424	611,6	0,5982894737
1000	67318	18744	5750,2	0,7215603553
10000	46324	15924	3648	0,6562473016

Gurobi:

Instancia		Função Objetivo	Tempo
	1	700	0.22s
	2	1480	0.40s
	3	820	0.12s
	4	2520	3.22s
	5	3100	15.37s
	6	indeterminado	0.02s
	7	indeterminado	0.06s
	8	indeterminado	0.01s

4. Conclusão

Neste trabalho, analisamos a abordagem baseada na metaheurística GRASP para a minimização das penalidades associadas ao agendamento de pousos de aeronaves. Embora a metaheurística tenha gerado soluções viáveis, a comparação com um solver matemático demonstra que este é mais eficiente tanto em tempo de processamento quanto na qualidade da solução obtida.

O solver matemático, ao explorar métodos exatos de otimização, conseguiu encontrar soluções de menor penalidade em um tempo significativamente reduzido, enquanto a metaheurística, apesar de sua flexibilidade, apresentou variações nos resultados e exigiu múltiplas iterações para alcançar uma solução próxima do ótimo. Isso se deve ao fato de que GRASP depende da aleatoriedade na fase de construção e de um processo de busca local que pode ficar preso em ótimos locais.

Dessa forma, para o problema específico de agendamento de pousos de aeronaves, a utilização de um solver matemático se mostrou a melhor escolha, garantindo uma solução de menor custo em um tempo reduzido. A metaheurística pode ser útil em cenários onde a formulação do problema dificulta o uso de solvers, mas, para este caso em particular, a abordagem exata é claramente superior.