Deskriptive Statistik

Maße der zentralen Tendenz und Streuung

Daniela Palleschi
Humboldt-Universität zu Berlin

Mi. den 06.12.2023

Lernziele

Heute werden wir lernen…

- über Maße der zentralen Tendenz (Mittelwert, Median, Modus)
- über Streuungsmaße (Bereich, Standardabweichung)
- wie man die Funktion `summarise()` von `dplyr` benutzt
- wie man Zusammenfassungen `.by` Gruppe erstellt

Lektüre

Die erforderliche Lektüre für dieses Thema sind:

1. Kap. 3, Abschnitte 3.4-3.9 (*Descriptive statistics, models, and distributions*) in Winter (2019) (online verfügbar für Studierende/Beschäftigte der HU Berlin über das HU Grimm Zentrum.
2. Abschnitt 4.5 (Groups) in Kap. 4 (*Data Transformation*) in Wickham et al. (2023).

Einrichten

Umgebung löschen

- Starten Sie ein neues Skript *immer* mit einer leeren R-Umgebung
  - keine Objekte in der Umgebung gespeichert
  - keine Pakete geladen
- Klicken Sie auf `Session > Restart R`, um mit einer neuen Umgebung zu beginnen
  - oder das Tastaturkürzel `Cmd/Ctrl+Strg+0`

Pakete

```
pacman::p_load(tidyverse,
               here,
               janitor)
```

Daten laden

- zwei Datensätze heute:
  - `groesse_geburtstag_ws2324.csv`: ein leicht veränderter `groesse_geburtstag`-Datensatz von letzter Woche
  - `languageR_english.csv`: komprimierte Version des `english`-Datensatzes aus dem `languageR`-Paket
- wenn Sie diese Daten noch nicht haben, laden Sie sie von Moodle herunter

```
df_groesse <- read_csv(here("daten", "groesse_geburtstag_ws2324.csv"))
```

```
df_eng <- read_csv(here("daten", "languageR_english.csv")) |>
  clean_names() |>
  # fix some wonky variable names:
  rename(rt_lexdec = r_tlexdec,
         rt_naming = r_tnaming)
```

Deskriptive Statistik

- beschreibt quantitativ die zentrale Tendenz, Variabilität und Verteilung von Daten
  - auch zusammenfassende Statistik genannt
- z.B. Wertebereich (Minimum, Maximum), der Mittelwert und die Standardabweichung

Anzahl der Beobachtungen (n)

- ist keine Statistik, aber eine wichtige Information
  - mehr Daten (höher n) = mehr Beweise
  - weniger Daten (niedriger n) = möglicherweise nicht verallgemeinerbar auf die breitere Population
- `nrow()`: liefert die Anzahl der Beobachtungen in einem Datensatz

```
1 nrow(df_groesse)
```

```
[1] 9
```

- `length()`: die Anzahl der Beobachtungen in einem Vektor oder einer Variablen

```
1 length(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 9
```

Maße der zentralen Tendenz (Lagemaße)

- beschreiben quantitativ die Mitte unserer Daten
  - der Mittelwert, der Median und der Modus

Mittelwert (μ)

- der Mittelwert oder Durchschnitt: die Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl der Werte (wie in Gleichung 1)

$$\mu = \frac{\text{Summe der Werte}}{n} \tag{1}$$

- können wir die Ergebnisse einer Gleichung als Objekt speichern
  - oder mehrere Werte als Vektor (eine Liste von Werten der gleichen Klasse)

```
# save heights as a vector
heights <- c(171, 168, 182, 190, 170, 163, 164, 167, 189)
```

- könnten wir dann die Funktionen `sum()` und `length()` verwenden, um den Mittelwert zu berechnen

```
# divide the sum of heights by the n of heights
sum(heights)/length(heights)
```

```
[1] 173.7778
```

- or simply use the `mean()` function.

```
# or use the mean() function
mean(heights)
```

```
[1] 173.7778
```

- Wir können die Funktion `mean()` auch auf eine Variable in einem Datenrahmen anwenden, indem wir den Operator `$` verwenden (`datenrahmen$variable`).

```
1 mean(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 173.6667
```

Median

- der Wert in der Mitte des Datensatzes
- Wenn Sie Ihre Daten in der Reihenfolge ihrer Werte anordnen, liegt die Hälfte der Daten unter dem Median, die andere Hälfte darüber.

Median in R

- können wir die Funktion `sort()` verwenden und zählen, welches der mittlere Wert ist:

```
1 sort(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 163 164 167 167 170 171 182 189 190
```

- alternativ könnte man auch einfach die Funktion `median()` verwenden

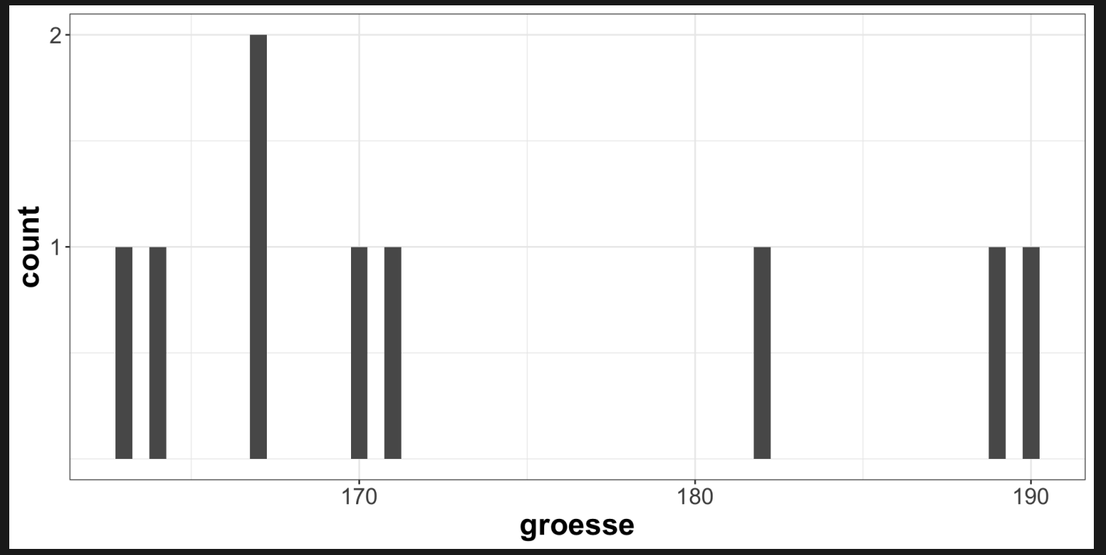
```
1 median(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 170
```

Modus

- der Wert, der am häufigsten in einem Datensatz vorkommt
- keine R-Funktion zur Bestimmung des Modus
  - aber wir können ihn visualisieren, z.B. mit einem Histogramm oder einem Dichteplot

```
df_groesse |>
  ggplot(aes(x = groesse)) +
  geom_histogram(binwidth = .5) +
  scale_y_continuous(breaks = c(1,2)) +
  theme_bw() +
  theme(axis.text = element_text(size = 15),
        axis.title = element_text(size = 20, face = "bo
```



Streuungsmaße

- beschreiben die Streuung von Datenpunkten
  - sagen uns etwas darüber, wie die Daten insgesamt verteilt sind

Bereich

- kann sich auf den höchsten (Maximum) und den niedrigsten (Minimum) Wert beziehen
  - oder die Differenz zwischen höchstem und niedrigstem Wert

- `max()` und `min()`: gibt den höchsten und den niedrigsten Wert aus

```
1 max(heights)
```

```
[1] 190
```

```
1 min(heights)
```

```
[1] 163
```

- oder die Funktion `range()` verwenden

```
1 range(heights)
```

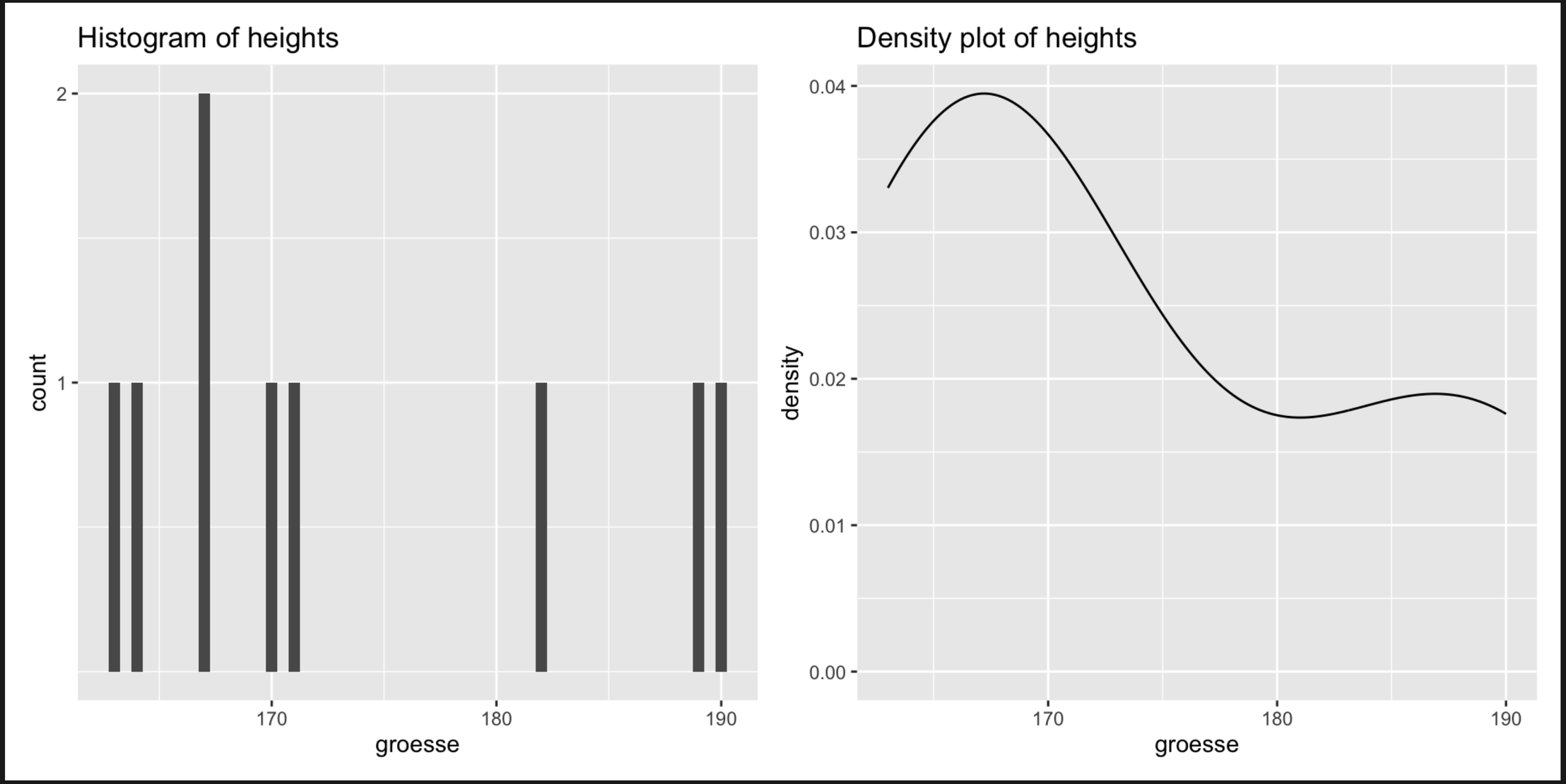
```
[1] 163 190
```

- Die Differenz zwischen diesen Werten erhält man, indem man den Minimalwert vom Maximalwert subtrahiert

```
1 max(heights) - min(heights)
```

```
[1] 27
```

- In einem Histogramm oder Dichteplot: die niedrigsten und höchsten Werte auf der x-Achse



Standardabweichung (`sd` oder σ)

- ein Maß für die Streuung der Daten *im Verhältnis zum Mittelwert*
  - eine niedrige Standardabweichung bedeutet, dass die Daten um den Mittelwert herum gruppiert sind (d.h. es gibt eine geringere Streuung)
  - eine hohe Standardabweichung bedeutet, dass die Daten stärker gestreut sind
- Die Standardabweichung wird sehr oft angegeben, wenn der Mittelwert angegeben wird.

- Standardabweichung (`sd`) = die Quadratwurzel ($\sqrt{}$ oder `sqrt()` in R) der Summe der quadrierten Wertabweichungen vom Mittelwert ($(x - \mu)^2$) geteilt durch die Anzahl der Beobachtungen minus 1 ($n - 1$)
  - gegeben in Gleichung 2

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \ldots + (x_N - \mu)^2}{N - 1}} \tag{2}$$

- das sieht einschüchternd aus, aber wir können die Standardabweichung in R mit der Funktion `sd()` berechnen

```
1 sd(heights)
```

```
[1] 10.46157
```

- wir können die Standardabweichung von Hand berechnen, wenn wir wissen:
  - den Wert der einzelnen Beobachtungen
  - den Mittelwert dieser Werte
  - die Anzahl der Beobachtungen

$$\sigma_{\text{heights}} = \sqrt{\frac{(\text{height}_1 - \mu)^2 + (\text{height}_2 - \mu)^2 + \ldots (\text{heights}_N - \mu)^2}{N - 1}} \tag{3}$$

- In einem Vektor mit 3 Beobachtungen (3, 5, 9) sind unsere Werte (x) zum Beispiel folgende:

```
1  values <- c(3,5,16)
2  values
```

```
[1]  3  5 16
```

- Wenn wir diese zu Gleichung 2 hinzufügen, erhalten wir Gleichung 4

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(3-\mu)^2 + (5-\mu)^2 + (16-\mu)^2}{N-1}} \tag{4}$$

- unser Mittelwert (μ) ist:

```
1 mean(values)
```

```
[1] 8
```

- Wenn wir diese zu Gleichung 4 hinzufügen, erhalten wir Gleichung 5.

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(3-8)^2 + (5-8)^2 + (16-8)^2}{N-1}} \tag{5}$$

- die Anzahl der Beobachtungen (n) ist:

```
1  length(values)
```

```
[1] 3
```

- Wenn wir diese zu Gleichung 5 hinzufügen, erhalten wir Gleichung 6

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(3-8)^2 + (5-8)^2 + (16-8)^2}{3-1}} \tag{6}$$

- Wenn wir die restlichen Operationen durchführen, erhalten wir die Gleichungen 8 bis 2:

$$\sigma_{\text{values}} = \sqrt{\frac{(-5)^2 + (-3)^2 + (8)^2}{3 - 1}} \tag{7}$$

$$\tag{8}$$

$$= \sqrt{\frac{25 + 9 + 64}{3 - 1}} \tag{9}$$

$$= \sqrt{\frac{98}{2}} \tag{10}$$

$$= \sqrt{49} \tag{11}$$

$$= 7 \tag{12}$$

- unsere Arbeit überprüfen:

```
1 sd(values)
```

```
[1] 7
```

Zusammenfassende Statistiken mit R

- das Paket `dplyr` aus dem `tidyverse` hat einige hilfreiche Funktionen, um zusammenfassende Statistiken zu erstellen
- Lassen Sie uns nun den `df_eng`-Datensatz verwenden, um diese `dplyr`-Verben kennenzulernen

dplyr::summarise

- Die Funktion `summarise()` (`dplyr`) berechnet Zusammenfassungen von Daten
  - aber wir müssen ihr sagen, *was* sie berechnen soll, und für welche Variable(n)
- die Funktion `n()` zum Beispiel liefert die Anzahl der Beobachtungen (nur wenn sie innerhalb von `summarise()` oder `mutate()` verwendet wird)

```
 1  df_eng |>
 2    summarise(N = n())
```

```
# A tibble: 1 × 1
      N
  <int>
1  4568
```

- wir können auch mehrere Berechnungen auf einmal durchführen
  - Ermitteln wir auch den Mittelwert und die Standardabweichung der lexikalischen Entscheidungsaufgabe (`rt_lexdec`, in Millisekunden)

```
 1 df_eng |>
 2   summarise(mean_lexdec = mean(rt_lexdec, na.rm=T),
 3             sd_lexdec = sd(rt_lexdec, na.rm = T),
 4             N = n())
```

```
# A tibble: 1 × 3
  mean_lexdec sd_lexdec     N
        <dbl>     <dbl> <int>
1        708.      115.  4568
```

Fehlende Werte

- Berechnungen sind bei fehlenden Werten nicht möglich
  - die Variable `rt_naming` hat einen fehlenden Wert
  - die Funktion `mean()` funktioniert nicht mit fehlenden Werten

```
1 df_eng |>
2   summarise(mean_naming = mean(rt_naming))
```

```
# A tibble: 1 × 1
  mean_naming
        <dbl>
1          NA
```

- können wir sie mit dem Verb `drop_na()` entfernen

```
1 df_eng |>
2   drop_na() |>
3   summarise(mean_naming = mean(rt_naming))
```

```
# A tibble: 1 × 1
  mean_naming
        <dbl>
1        566.
```

Variablen gruppieren

- Wir wollen normalerweise bestimmte Gruppen *vergleichen*.
  - z. B. den Vergleich von “Groesse” zwischen L1-Sprechergruppen

`.by =`

- das Argument `.by =` in `summarise()` berechnet unsere Berechnungen für Gruppen innerhalb einer kategorialen Variable

```
 1  df_eng |>
 2    drop_na() |>
 3    summarise(mean_lexdec = mean(rt_lexdec),
 4              sd_lexdec = sd(rt_lexdec),
 5              N = n(),
 6              .by = age_subject) |>
 7    arrange(mean_lexdec)
```

```
# A tibble: 2 × 4
  age_subject mean_lexdec sd_lexdec     N
  <chr>             <dbl>     <dbl> <int>
1 young              630.      69.1  2283
2 old                787.      96.2  2284
```

Group by multiple variables

- wir können auch nach mehreren Variablen gruppieren
  - dafür brauchen wir `Verkettung` (`c()`)

```r
df_eng |>
  drop_na() |>
  summarise(mean_lexdec = mean(rt_lexdec),
            sd_lexdec = sd(rt_lexdec),
            N = n(),
            .by = c(age_subject, word_category)) |>
  arrange(age_subject)
```

```
# A tibble: 4 × 5
  age_subject word_category mean_lexdec sd_lexdec     N
  <chr>       <chr>                <dbl>     <dbl> <int>
1 old         N                     790.     101.   1452
2 old         V                     780.      86.5   832
3 young       N                     633.      70.8  1451
4 young       V                     623.      65.7   832
```

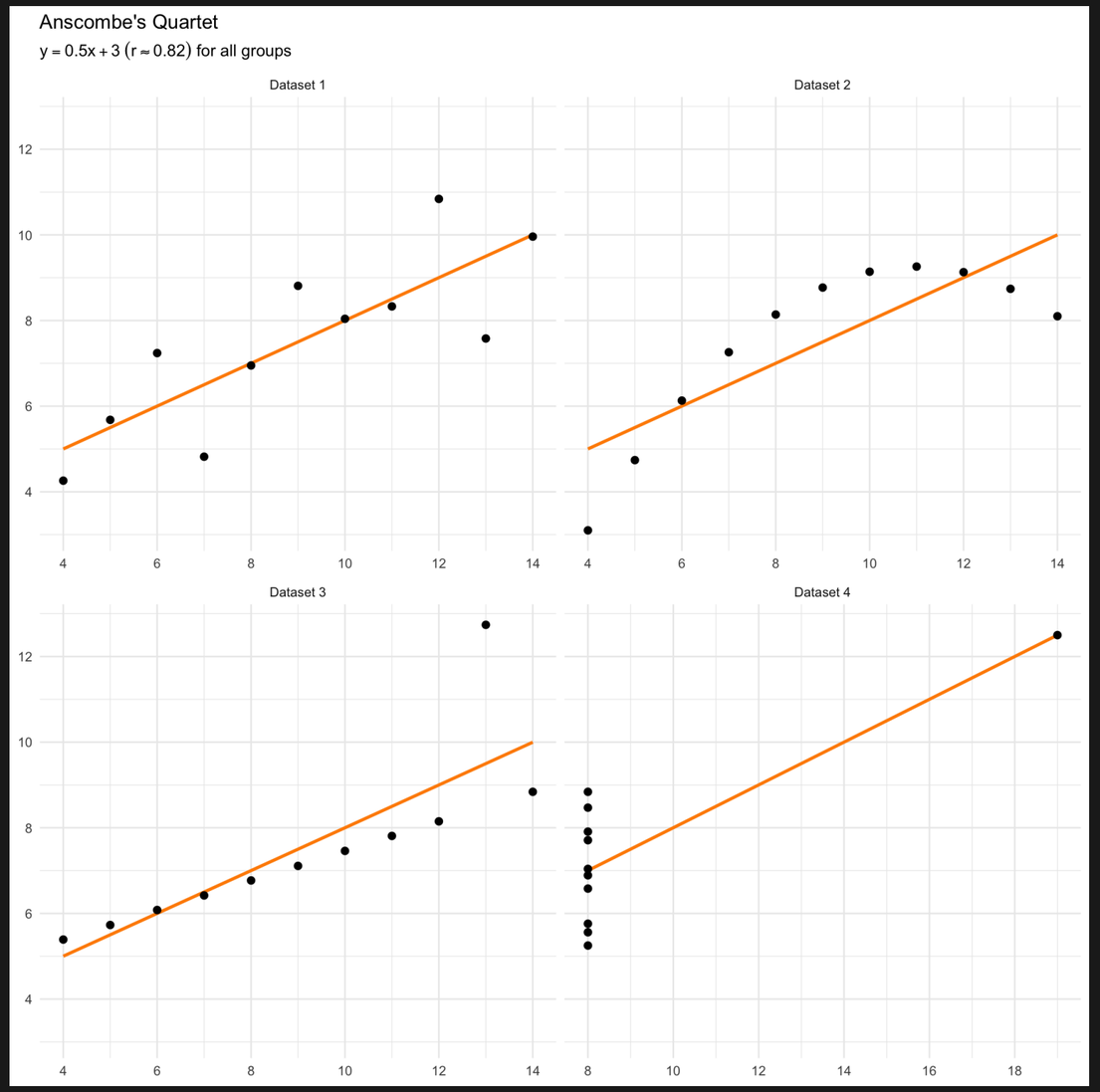
Das Quartett von Anscombe

- Francis Anscombe konstruierte 1973 4 Datensätze, um zu veranschaulichen, wie wichtig es ist, Daten zu visualisieren, bevor man sie analysiert und ein Modell erstellt
- Diese vier Diagramme stellen 4 Datensätze dar, die alle einen nahezu identischen Mittelwert und eine Standardabweichung, aber sehr unterschiedliche Verteilungen aufweisen

Tabelle 1: Summary stats of Anscombe’s quratet datasets

dataset	mean_x	mean_y
Dataset 1	9	7.5
Dataset 2	9	7.5
Dataset 3	9	7.5
Dataset 4	9	7.5

Abbildung 1: Plots of Anscombe’s quratet distributions



DatasaurRus

- datasauRus-Paket (Davies et al., 2022) enthält einige weitere Datensätze, die ähnliche Mittelwerte und Standardabweichung, aber unterschiedliche Verteilungen haben
  - angegeben in Tabelle 2

```
1  pacman::p_load("datasauRus")
```

Tabelle 2: Summary stats of datasauRus datasets

dataset	mean_x	mean_y	std_dev_x	std_dev_y	corr_x_y
away	54.27	47.83	16.77	26.94	-0.06
bullseye	54.27	47.83	16.77	26.94	-0.07
circle	54.27	47.84	16.76	26.93	-0.07
dino	54.26	47.83	16.77	26.94	-0.06
dots	54.26	47.84	16.77	26.93	-0.06
h_lines	54.26	47.83	16.77	26.94	-0.06
high_lines	54.27	47.84	16.77	26.94	-0.07
slant_down	54.27	47.84	16.77	26.94	-0.07
slant_up	54.27	47.83	16.77	26.94	-0.07
star	54.27	47.84	16.77	26.93	-0.06
v_lines	54.27	47.84	16.77	26.94	-0.07
wide_lines	54.27	47.83	16.77	26.94	-0.07
x_shape	54.26	47.84	16.77	26.93	-0.07

- aber wenn wir sie aufzeichnen, sehen sie alle sehr unterschiedlich aus (Abbildung 2)!

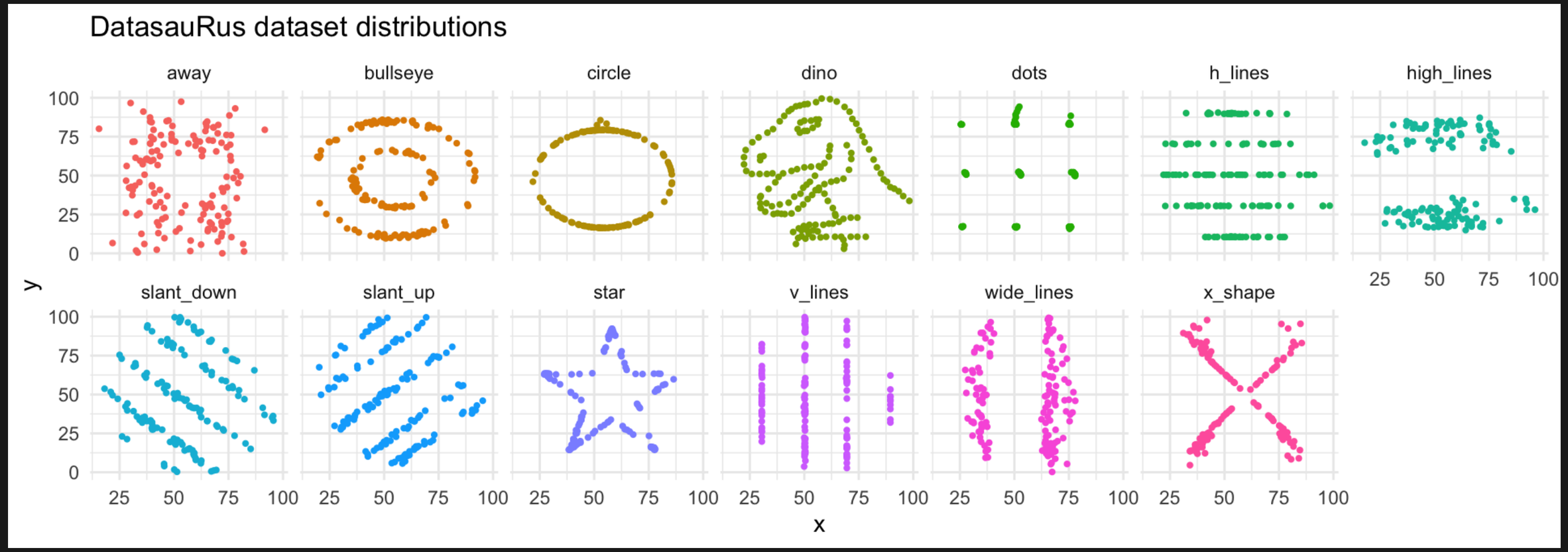


Abbildung 2: Plots of datasauRus dataset distributions

- Also, ***immer die Daten aufzeichnen***
  - Schauen Sie sich nicht nur die deskriptiven Statistiken an!
- Beides ist sehr wichtig für das Verständnis Ihrer Daten.
- Nächste Woche sehen wir uns an, wie wir unsere zusammenfassenden Statistiken darstellen

Learning objectives 🏁

Heute haben wir gelernt…

- über Maße der zentralen Tendenz ✅
- über Streuungsmaße ✅
- wie man die Funktion `summarise()` von `dplyr` benutzt ✅
- wie man Zusammenfassungen `.by` Gruppe erstellt ✅

Aufgaben

1. Berechnen Sie die Standardabweichung der Werte `152, 19, 1398, 67, 2111`, ohne die Funktion `sd()` zu benutzen.
   - zeige deine Arbeit. Die folgende R-Syntax könnte nützlich sein (je nachdem, wie Sie es machen wollen):
     - `c()`
     - `mean()`
     - `x^2` berechnet das Quadrat eines Wertes (hier, `x`)
     - `sqrt()` errechnet die Quadratwurzel
     - `length()` liefert die Anzahl der Beobachtungen in einem Vektor

2. Benutze die Funktion `sd()`, um die Standardabweichung der obigen Werte zu drucken. Haben Sie es richtig gemacht?
3. Benutze `summarise`, um den Mittelwert, die Standardabweichung und die Anzahl der Beobachtungen für `rt_naming` im `df_lexdec` Datenrahmen zu drucken.
    - Hinweis: Müssen Sie fehlende Werte (`NA`) entfernen?
4. Machen Sie dasselbe, aber fügen Sie das Argument `.by()` hinzu, um die mittlere Reaktionszeit der Benennungsaufgabe (`rt_naming`) pro Monat zu ermitteln
    - Ordnen Sie die Ausgabe nach der mittleren Antwortzeit für die Namensgebung an.

Session Info

Erstellt mit R version 4.3.0 (2023-04-21) (Already Tomorrow) und RStudioversion 2023.9.0.463 (Desert Sunflower).

```
1 sessionInfo()
```

```
R version 4.3.0 (2023-04-21)
Platform: aarch64-apple-darwin20 (64-bit)
Running under: macOS Ventura 13.2.1

Matrix products: default
BLAS:   /Library/Frameworks/R.framework/Versions/4.3-arm64/Resources/lib/libRblas.0.dylib
LAPACK: /Library/Frameworks/R.framework/Versions/4.3-arm64/Resources/lib/libRlapack.dylib;  LAPACK version 3.11.0

locale:
[1] en_US.UTF-8/en_US.UTF-8/en_US.UTF-8/C/en_US.UTF-8/en_US.UTF-8

time zone: Europe/Berlin
tzcode source: internal

attached base packages:
```

Literaturverzeichnis

Davies, R., Locke, S., & D'Agostino McGowan, L. (2022). *datasauRus: Datasets from the Datasaurus Dozen*. https://CRAN.R-project.org/package=datasauRus

Wickham, H., Çetinkaya-Rundel, M., & Grolemund, G. (2023). *R for Data Science* (2. Aufl.).

Winter, B. (2019). Statistics for Linguists: An Introduction Using R. In *Statistics for Linguists: An Introduction Using R*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315165547