

# Deskriptive Statistik

## Maße der zentralen Tendenz und Streuung

Daniela Palleschi

Mi. den 06.12.2023

### Inhaltsverzeichnis

<b>Lernziele</b>	<b>2</b>
<b>1 Lektüre</b>	<b>2</b>
<b>2 Einrichten</b>	<b>2</b>
<b>3 Umgebung löschen</b>	<b>2</b>
3.1 Pakete . . . . .	3
3.2 Daten laden . . . . .	3
<b>4 Deskriptive Statistik</b>	<b>3</b>
4.1 Anzahl der Beobachtungen ( $n$ ) . . . . .	3
4.2 Maße der zentralen Tendenz (Lagemaße) . . . . .	4
4.2.1 Mittelwert ( $\mu$ ) . . . . .	4
4.2.2 Median . . . . .	5
4.2.3 Modus . . . . .	6
4.3 Streuungsmaße . . . . .	6
4.3.1 Bereich . . . . .	7
4.3.2 Standardabweichung ( $\text{sd}$ oder $\sigma$ ) . . . . .	8
<b>5 Deskriptive Statistiken mit R</b>	<b>11</b>
5.1 <code>dplyr::summarise</code> . . . . .	11
<b>6 Variablen gruppieren</b>	<b>12</b>
6.1 <code>.by =</code> . . . . .	12
6.2 Gruppieren nach mehreren Variablen . . . . .	13

<b>7 Das Quartett von Anscombe</b>	<b>13</b>
7.1 DatasaurRus . . . . .	14
<b>8 Hausaufgaben</b>	<b>15</b>
<b>Session Info</b>	<b>17</b>

## Lernziele

Heute werden wir lernen...

- über Maße der zentralen Tendenz (Mittelwert, Median, Modus)
- über Streuungsmaße (Bereich, Standardabweichung)
- wie man die Funktion `summarise()` von `dplyr` benutzt
- wie man Zusammenfassungen `.by` Gruppe erstellt

## 1 Lektüre

Die erforderliche Lektüre für dieses Thema sind:

1. Kap. 3, Abschnitte 3.4-3.9 (*Descriptive statistics, models, and distributions*) in Winter (2019) (online verfügbar für Studierende/Beschäftigte der HU Berlin über das [HU Grimm Zentrum](#)).
2. [Abschnitt 4.5 \(Groups\)](#) in Kap. 4 (*Data Transformation*) in Wickham et al. (2023).

## 2 Einrichten

## 3 Umgebung löschen

- Starten Sie ein neues Skript *immer* mit einer leeren R-Umgebung
  - keine Objekte in der Umgebung gespeichert
  - keine Pakete geladen
- Klicken Sie auf `Session > Restart R`, um mit einer neuen Umgebung zu beginnen
  - oder das Tastaturkürzel `Cmd/Ctrl+Strg+0`

### 3.1 Pakete

```
pacman::p_load(tidyverse,  
               here,  
               janitor)
```

### 3.2 Daten laden

- zwei Datensätze heute:
  - `groesse_geburtstag_ws2324.csv`: ein leicht veränderter `groesse_geburtstag`-Datensatz von Winter Semester 2023/2024
  - `languageR_english.csv`: komprimierte Version des `english`-Datensatzes aus dem `languageR`-Paket
- wenn Sie diese Daten noch nicht haben, laden Sie sie von Moodle herunter

```
df_groesse <- read_csv(here("daten", "groesse_geburtstag_ws2324.csv"))
```

```
df_eng <- read_csv(here("daten", "languageR_english.csv")) |>  
  clean_names() |>  
  # fix some wonky variable names:  
  rename(rt_lexdec = r_tlexdec,  
         rt_naming = r_tnaming)
```

## 4 Deskriptive Statistik

- beschreibt quantitativ die zentrale Tendenz, Variabilität und Verteilung von Daten
  - auch zusammenfassende Statistik genannt
- z.B. Wertebereich (Minimum, Maximum), der Mittelwert und die Standardabweichung

### 4.1 Anzahl der Beobachtungen ( $n$ )

- ist keine Statistik, aber eine wichtige Information
  - mehr Daten (höher  $n$ ) = mehr Beweise
  - weniger Daten (niedriger  $n$ ) = möglicherweise nicht verallgemeinerbar auf die breitere Population

- `nrow()`: liefert die Anzahl der Beobachtungen in einem Datensatz

```
nrow(df_groesse)
```

```
[1] 9
```

- `length()`: die Anzahl der Beobachtungen in einem Vektor oder einer Variablen

```
length(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 9
```

## 4.2 Maße der zentralen Tendenz (Lagemaße)

- beschreiben quantitativ die Mitte unserer Daten
  - der Mittelwert, der Median und der Modus

### 4.2.1 Mittelwert ( $\mu$ )

- der Mittelwert oder Durchschnitt: die Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl der Werte (wie in Gleichung 1)

$$\mu = \frac{\text{Summe der Werte}}{n} \quad (1)$$

- 
- können wir die Ergebnisse einer Gleichung als Objekt speichern
    - oder mehrere Werte als Vektor (eine Liste von Werten der gleichen Klasse)

```
# save heights as a vector
heights <- c(171, 168, 182, 190, 170, 163, 164, 167, 189)
```

- könnten wir dann die Funktionen `sum()` und `length()` verwenden, um den Mittelwert zu berechnen

```
# divide the sum of heights by the n of heights  
sum(heights)/length(heights)
```

```
[1] 173.7778
```

- or simply use the `mean()` function.

```
# or use the mean() function  
mean(heights)
```

```
[1] 173.7778
```

- 
- Wir können die Funktion `mean()` auch auf eine Variable in einem Datenrahmen anwenden, indem wir den Operator `$` verwenden (`datenrahmen$variable`).

```
mean(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 173.6667
```

## 4.2.2 Median

- der Wert in der Mitte des Datensatzes
- Wenn Sie Ihre Daten in der Reihenfolge ihrer Werte anordnen, liegt die Hälfte der Daten unter dem Median, die andere Hälfte darüber.

### 4.2.2.1 Median in R

- können wir die Funktion `sort()` verwenden und zählen, welches der mittlere Wert ist:

```
sort(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 163 164 167 167 170 171 182 189 190
```

- alternativ könnte man auch einfach die Funktion `median()` verwenden

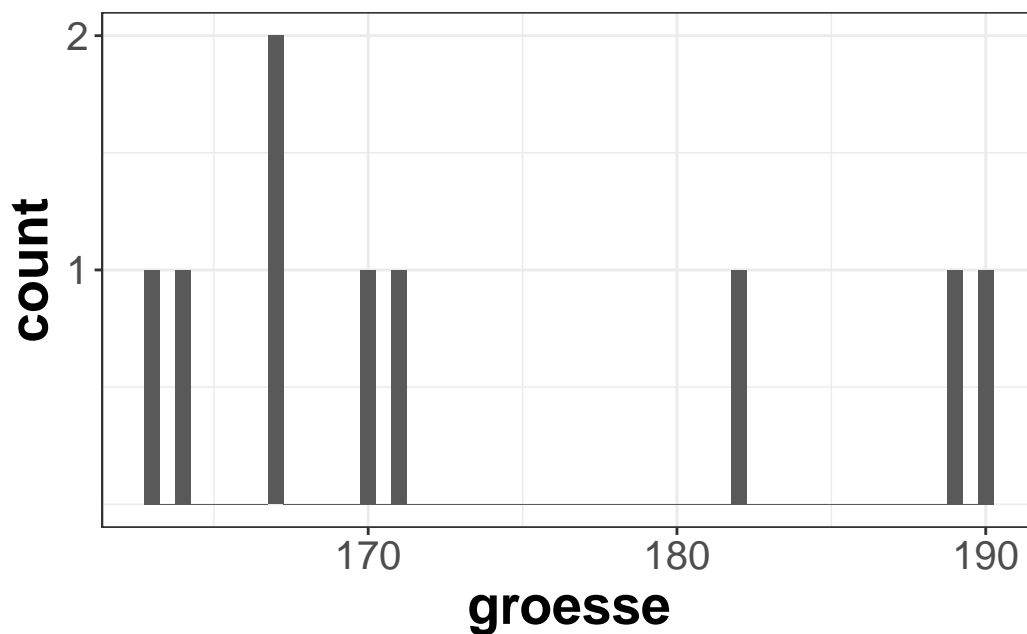
```
median(df_groesse$groesse)
```

```
[1] 170
```

### 4.2.3 Modus

- der Wert, der am häufigsten in einem Datensatz vorkommt
- keine R-Funktion zur Bestimmung des Modus
  - aber wir können ihn visualisieren, z.B. mit einem Histogramm oder einem Dichteplot

```
df_groesse |>  
  ggplot(aes(x = groesse)) +  
  geom_histogram(binwidth = .5) +  
  scale_y_continuous(breaks = c(1,2)) +  
  theme_bw() +  
  theme(axis.text = element_text(size = 15),  
        axis.title = element_text(size = 20, face = "bold"))
```



### 4.3 Streuungsmaße

- beschreiben die Streuung von Datenpunkten
  - sagen uns etwas darüber, wie die Daten insgesamt verteilt sind

### 4.3.1 Bereich

- kann sich auf den höchsten (Maximum) und den niedrigsten (Minimum) Wert beziehen
  - oder die Differenz zwischen höchstem und niedrigstem Wert

- 
- `max()` und `min()`: gibt den höchsten und den niedrigsten Wert aus

```
max(heights)
```

```
[1] 190
```

```
min(heights)
```

```
[1] 163
```

- oder die Funktion `range()` verwenden

```
range(heights)
```

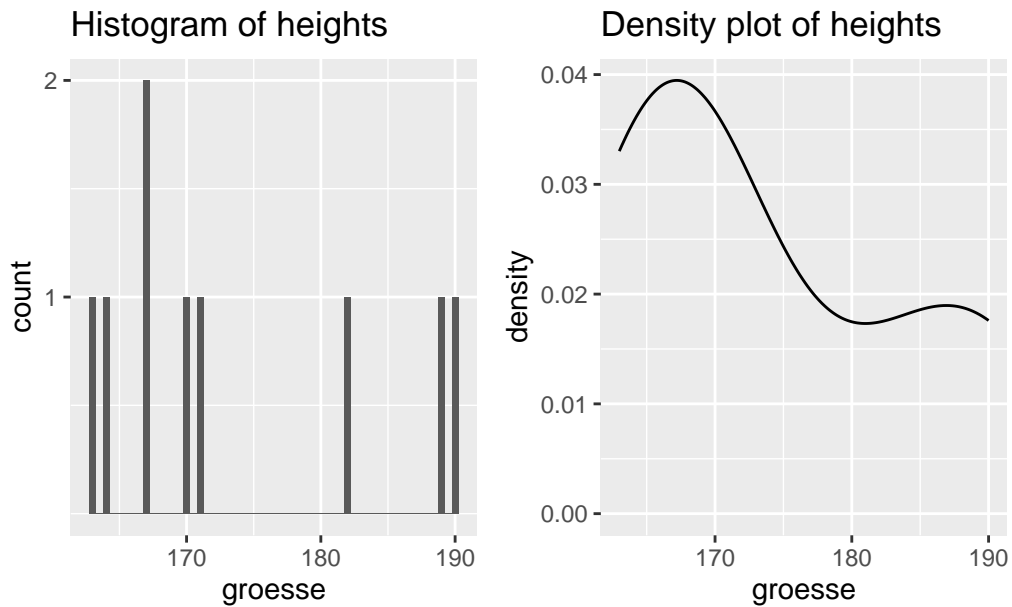
```
[1] 163 190
```

- 
- Die Differenz zwischen diesen Werten erhält man, indem man den Minimalwert vom Maximalwert subtrahiert

```
max(heights) - min(heights)
```

```
[1] 27
```

- 
- In einem Histogramm oder Dichteplot: die niedrigsten und höchsten Werte auf der x-Achse



#### 4.3.2 Standardabweichung (sd oder $\sigma$ )

- ein Maß für die Streuung der Daten *im Verhältnis zum Mittelwert*
  - eine niedrige Standardabweichung bedeutet, dass die Daten um den Mittelwert herum gruppiert sind (d.h. es gibt eine geringere Streuung)
  - eine hohe Standardabweichung bedeutet, dass die Daten stärker gestreut sind
- Die Standardabweichung wird sehr oft angegeben, wenn der Mittelwert angegeben wird.

- 
- Standardabweichung (**sd**) = die Quadratwurzel ( $\sqrt{\quad}$  oder **sqrt()** in R) der Summe der quadrierten Wertabweichungen vom Mittelwert  $((x - \mu)^2)$  geteilt durch die Anzahl der Beobachtungen minus 1 ( $n - 1$ )
    - gegeben in Gleichung 2

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_N - \mu)^2}{N - 1}} \quad (2)$$

- das sieht einschüchternd aus, aber wir können die Standardabweichung in R mit der Funktion **sd()** berechnen



```
sd(heights)
```

```
[1] 10.46157
```

- 
- wir können die Standardabweichung von Hand berechnen, wenn wir wissen:
    - den Wert der einzelnen Beobachtungen
    - den Mittelwert dieser Werte
    - die Anzahl der Beobachtungen

$$\sigma_{heights} = \sqrt{\frac{(height_1 - \mu)^2 + (height_2 - \mu)^2 + \dots (heights_N - \mu)^2}{N - 1}} \quad (3)$$

- 
- In einem Vektor mit 3 Beobachtungen (3, 5, 9) sind unsere Werte ( $x$ ) zum Beispiel folgende:

```
values <- c(3,5,16)
values
```

```
[1] 3 5 16
```

- Wenn wir diese zu Gleichung 2 hinzufügen, erhalten wir Gleichung 4

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(3 - \mu)^2 + (5 - \mu)^2 + (16 - \mu)^2}{N - 1}} \quad (4)$$

- 
- unser Mittelwert ( $\mu$ ) ist:

```
mean(values)
```

```
[1] 8
```

- Wenn wir diese zu Gleichung 4 hinzufügen, erhalten wir Gleichung 5.

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(3-8)^2 + (5-8)^2 + (16-8)^2}{N-1}} \quad (5)$$


---

- die Anzahl der Beobachtungen ( $n$ ) ist:

```
length(values)
```

```
[1] 3
```

- Wenn wir diese zu Gleichung 5 hinzufügen, erhalten wir Gleichung 6

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(3-8)^2 + (5-8)^2 + (16-8)^2}{3-1}} \quad (6)$$


---

- Wenn wir die restlichen Operationen durchführen, erhalten wir die Gleichungen 8 bis 2:

$$\sigma_{values} = \sqrt{\frac{(-5)^2 + (-3)^2 + (8)^2}{3-1}} \quad (7)$$

(8)

$$= \sqrt{\frac{25 + 9 + 64}{3-1}} \quad (9)$$

$$= \sqrt{\frac{98}{2}} \quad (10)$$

$$= \sqrt{49} \quad (11)$$

$$= 7 \quad (12)$$

- unsere Arbeit überprüfen:

```
sd(values)
```

```
[1] 7
```

## 5 Deskriptive Statistiken mit R

- das Paket `dplyr` aus dem `tidyverse` hat einige hilfreiche Funktionen, um zusammenfassende Statistiken zu erstellen
- Lassen Sie uns nun den `df_eng`-Datensatz verwenden, um diese `dplyr`-Verben kennenzulernen

### 5.1 `dplyr::summarise`

- Die Funktion `summarise()` (`dplyr`) berechnet Zusammenfassungen von Daten
  - aber wir müssen ihr sagen, *was* sie berechnen soll, und für welche Variable(n)
- die Funktion `n()` zum Beispiel liefert die Anzahl der Beobachtungen (nur wenn sie innerhalb von `summarise()` oder `mutate()` verwendet wird)

```
df_eng |>
  summarise(N = n())
```

```
# A tibble: 1 x 1
      N
  <int>
1  4568
```

---

- wir können auch mehrere Berechnungen auf einmal durchführen
  - Ermitteln wir auch den Mittelwert und die Standardabweichung der lexikalischen Entscheidungsaufgabe (`rt_lexdec`, in Millisekunden)

```
df_eng |>
  summarise(mean_lexdec = mean(rt_lexdec, na.rm=T),
            sd_lexdec = sd(rt_lexdec, na.rm = T),
            N = n())
```

```
# A tibble: 1 x 3
  mean_lexdec sd_lexdec      N
    <dbl>      <dbl> <int>
1    708.      115.  4568
```

---

## 💡 Fehlende Werte

- Berechnungen sind bei fehlenden Werten nicht möglich
  - die Variable `rt_naming` hat einen fehlenden Wert
  - die Funktion `mean()` funktioniert nicht mit fehlenden Werten

```
df_eng |>
  summarise(mean_naming = mean(rt_naming))
```

```
# A tibble: 1 x 1
  mean_naming
      <dbl>
1         NA
```

- können wir sie mit dem Verb `drop_na()` entfernen

```
df_eng |>
  drop_na() |>
  summarise(mean_naming = mean(rt_naming))
```

```
# A tibble: 1 x 1
  mean_naming
      <dbl>
1       566.
```

## 6 Variablen gruppieren

- Wir wollen normalerweise bestimmte Gruppen *vergleichen*.
  - z. B. den Vergleich von “Groesse” zwischen L1-Sprechergruppen

### 6.1 .by =

- das Argument `.by =` in `summarise()` berechnet unsere Berechnungen für Gruppen innerhalb einer kategorialen Variable

```
1 df_eng |>
2   drop_na() |>
3   summarise(mean_lexdec = mean(rt_lexdec),
```

```

4         sd_lexdec = sd(rt_lexdec),
5         N = n(),
6         .by = age_subject) |>
7 arrange(mean_lexdec)

```

```

# A tibble: 2 x 4
  age_subject mean_lexdec sd_lexdec      N
  <chr>         <dbl>      <dbl> <int>
1 young          630.        69.1  2283
2 old            787.        96.2  2284

```

## 6.2 Gruppieren nach mehreren Variablen

- wir können auch nach mehreren Variablen gruppieren
  - dafür brauchen wir Verkettung (`c()`)

---

```

1 df_eng |>
2   drop_na() |>
3   summarise(mean_lexdec = mean(rt_lexdec),
4             sd_lexdec = sd(rt_lexdec),
5             N = n(),
6             .by = c(age_subject, word_category)) |>
7   arrange(age_subject)

```

```

# A tibble: 4 x 5
  age_subject word_category mean_lexdec sd_lexdec      N
  <chr>        <chr>         <dbl>      <dbl> <int>
1 old         N             790.        101.  1452
2 old         V             780.         86.5   832
3 young       N             633.         70.8  1451
4 young       V             623.         65.7   832

```

## 7 Das Quartett von Anscombe

- Francis Anscombe konstruierte 1973 4 Datensätze, um zu veranschaulichen, wie wichtig es ist, Daten zu visualisieren, bevor man sie analysiert und ein Modell erstellt

- Diese vier Diagramme stellen 4 Datensätze dar, die alle einen nahezu identischen Mittelwert und eine Standardabweichung, aber sehr unterschiedliche Verteilungen aufweisen

Tabelle 1: Summary stats of Anscombe’s qurated datasets

dataset	mean__x	mean__y
Dataset 1	9	7.5
Dataset 2	9	7.5
Dataset 3	9	7.5
Dataset 4	9	7.5

## 7.1 DatasaurRus

- datasauRus-Paket (Davies et al., 2022) enthält einige weitere Datensätze, die ähnliche Mittelwerte und Standardabweichung, aber unterschiedliche Verteilungen haben
  - angegeben in Tabelle 2

```
pacman::p_load("datasauRus")
```

Tabelle 2: Zusammenfassende Statistiken der datasauRus-Datensätze

dataset	mean__x	mean__y	std__dev__x	std__dev__y	corr__x__y
away	54.27	47.83	16.77	26.94	-0.01
bullseye	54.27	47.83	16.77	26.94	-0.01
circle	54.27	47.84	16.76	26.93	-0.01
dino	54.26	47.83	16.77	26.94	-0.01
dots	54.26	47.84	16.77	26.93	-0.01

h_lines	54.26	47.83	16.77	26.94	-0
high_lines	54.27	47.84	16.77	26.94	-0
slant_down	54.27	47.84	16.77	26.94	-0
slant_up	54.27	47.83	16.77	26.94	-0
star	54.27	47.84	16.77	26.93	-0
v_lines	54.27	47.84	16.77	26.94	-0
wide_lines	54.27	47.83	16.77	26.94	-0
x_shape	54.26	47.84	16.77	26.93	-0

---

- aber wenn wir sie aufzeichnen, sehen sie alle sehr unterschiedlich aus (Abbildung 2)!
- 

- Also, *immer die Daten aufzeichnen*
  - Schauen Sie sich nicht nur die deskriptiven Statistiken an!
- Beides ist sehr wichtig für das Verständnis Ihrer Daten.
- Nächste Woche sehen wir uns an, wie wir unsere zusammenfassenden Statistiken darstellen

## Learning objectives

Heute haben wir gelernt...

- über Maße der zentralen Tendenz
- über Streuungsmaße
- wie man die Funktion `summarise()` von `dplyr` benutzt
- wie man Zusammenfassungen `.by` Gruppe erstellt

## 8 Hausaufgaben

[Anhang 7: Deskriptive Statistik](#) auf der Website des Kurses.

## Anscombe's Quartet

$y = 0.5x + 3$  ( $r \approx 0.82$ ) for all groups

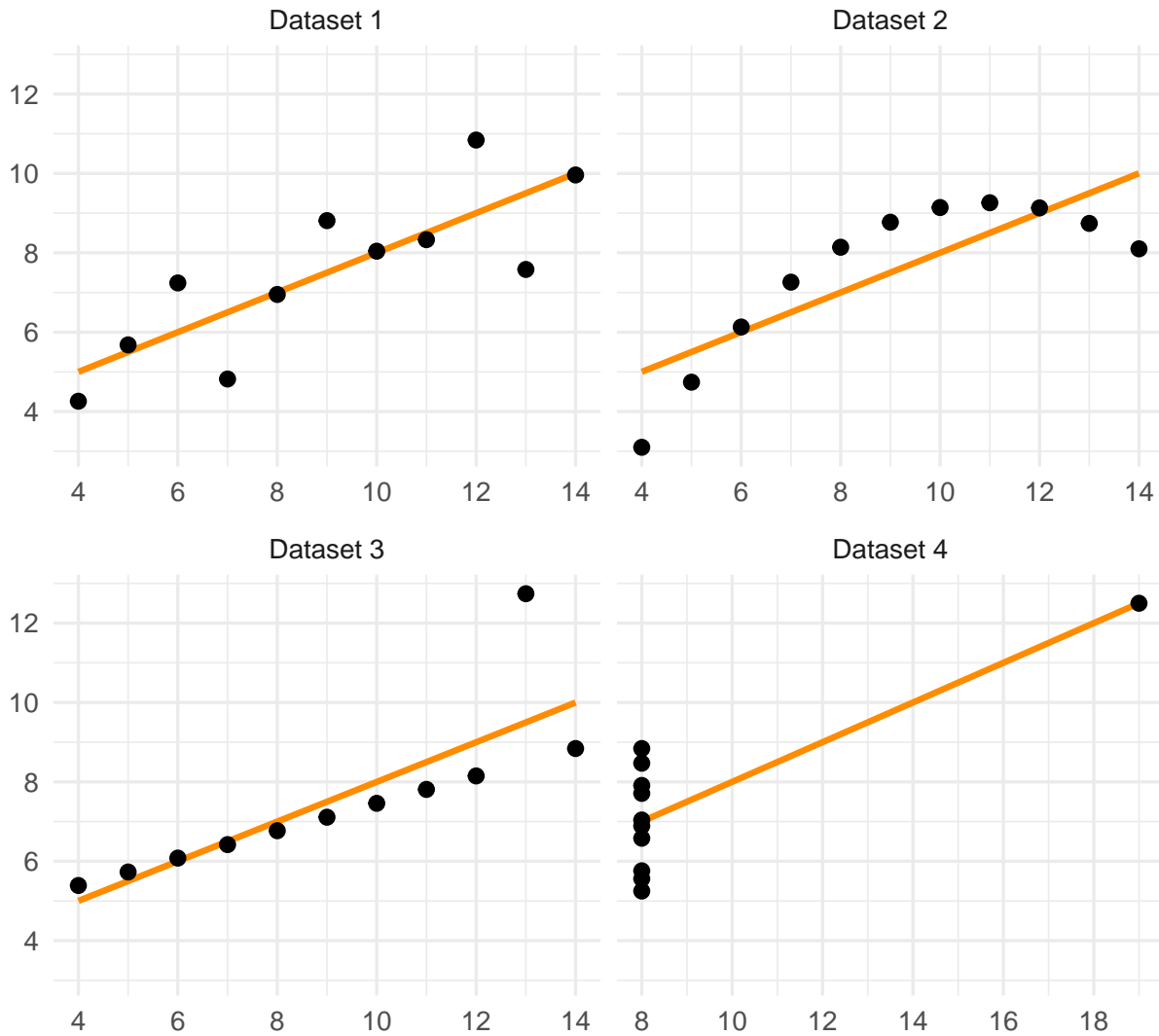


Abbildung 1: Plots of Anscombe's quartet distributions



## DatasauRus dataset distributions

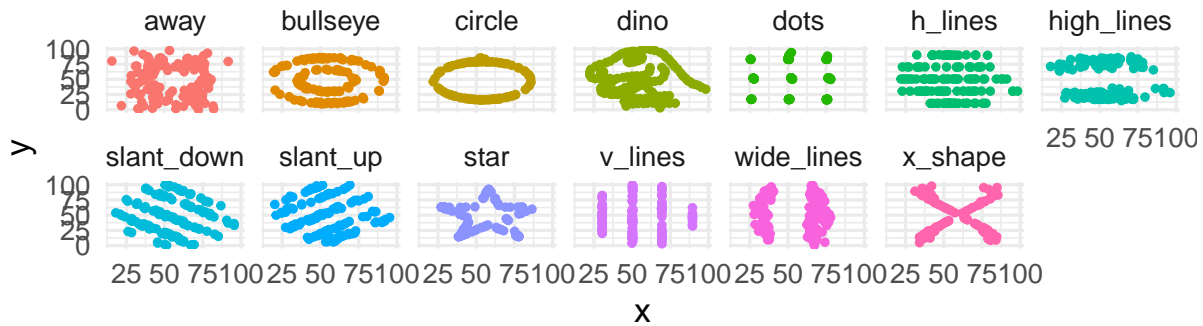


Abbildung 2: Plots of datasauRus dataset distributions

## Session Info

Erstellt mit R version 4.4.0 (2024-04-24) (Puppy Cup) und RStudioversion 2023.9.0.463 (Desert Sunflower).

```
sessionInfo()
```

```
R version 4.4.0 (2024-04-24)
Platform: aarch64-apple-darwin20
Running under: macOS Ventura 13.2.1
```

```
Matrix products: default
```

```
BLAS: /Library/Frameworks/R.framework/Versions/4.4-arm64/Resources/lib/libRblas.0.dylib
```

```
LAPACK: /Library/Frameworks/R.framework/Versions/4.4-arm64/Resources/lib/libRlapack.dylib;
```

```
locale:
```

```
[1] en_US.UTF-8/en_US.UTF-8/en_US.UTF-8/C/en_US.UTF-8/en_US.UTF-8
```

```
time zone: Europe/Berlin
```

```
tzcode source: internal
```

```
attached base packages:
```

```
[1] stats      graphics  grDevices datasets  utils      methods    base
```

```
other attached packages:
```

```
[1] datasauRus_0.1.8 patchwork_1.2.0  janitor_2.2.0    here_1.0.1
[5] lubridate_1.9.3  forcats_1.0.0    stringr_1.5.1    dplyr_1.1.4
[9] purrr_1.0.2      readr_2.1.5      tidyr_1.3.1      tibble_3.2.1
```

[13] ggplot2\_3.5.1      tidyverse\_2.0.0

loaded via a namespace (and not attached):

[1] utf8_1.2.4	generics_0.1.3	renv_1.0.7	xml2_1.3.6
[5] lattice_0.22-6	stringi_1.8.3	hms_1.1.3	digest_0.6.35
[9] magrittr_2.0.3	evaluate_0.23	grid_4.4.0	timechange_0.3.0
[13] fastmap_1.1.1	Matrix_1.7-0	rprojroot_2.0.4	jsonlite_1.8.8
[17] tinytex_0.50	mgcv_1.9-1	fansi_1.0.6	viridisLite_0.4.2
[21] scales_1.3.0	cli_3.6.2	rlang_1.1.3	crayon_1.5.2
[25] splines_4.4.0	bit64_4.0.5	munsell_0.5.1	withr_3.0.0
[29] yaml_2.3.8	parallel_4.4.0	tools_4.4.0	tzdb_0.4.0
[33] colorspace_2.1-0	pacman_0.5.1	kableExtra_1.4.0	vctrs_0.6.5
[37] R6_2.5.1	lifecycle_1.0.4	snakecase_0.11.1	bit_4.0.5
[41] vroom_1.6.5	pkgconfig_2.0.3	pillar_1.9.0	gtable_0.3.5
[45] glue_1.7.0	systemfonts_1.0.6	xfun_0.43	tidyselect_1.2.1
[49] rstudioapi_0.16.0	knitr_1.46	farver_2.1.1	nlme_3.1-164
[53] htmltools_0.5.8.1	svglite_2.1.3	labeling_0.4.3	rmarkdown_2.26
[57] compiler_4.4.0			

## Literaturverzeichnis

Davies, R., Locke, S., & D'Agostino McGowan, L. (2022). *datasauRus: Datasets from the Datasaurus Dozen*. <https://CRAN.R-project.org/package=datasauRus>

Wickham, H., Çetinkaya-Rundel, M., & Golemund, G. (2023). *R for Data Science* (2. Aufl.).

Winter, B. (2019). Statistics for Linguists: An Introduction Using R. In *Statistics for Linguists: An Introduction Using R*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315165547>