

# **Trabalho Prático 2**

## **Algoritmos 1**

**Daniel Ferreira Abadi<sup>1</sup> - 2018088062**

<sup>1</sup> Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Belo Horizonte, MG – Brasil

### **1. Introdução**

O problema abordado consiste em simular o Jogo dos Diamantes utilizando programação dinâmica. O mesmo funciona da seguinte forma, recebemos um conjunto de pedras de diamantes e seus respectivos pesos, podemos então "combinar" tais pedras chocando umas com as outras. Se os pesos das pedras são iguais, temos que ambos os diamantes são destruídos, e se os pesos são diferentes, a pedra com peso menor é destruída e o resto da maior é uma nova pedra. O objetivo do jogo é ficar sem pedras, ou com uma pedra com o menor valor possível.

### **2. Implementação**

Para representar o conjunto de diamantes simplesmente iniciei um vetor com a quantidade dada inicialmente. Para realizar o trabalho tomei a decisão de usar o algoritmo KnapSack visto em aula. Para poder utilizá-lo, peguei o teto da divisão por 2 da soma de todos os pesos, tal resultado seria o peso total passado ao algoritmo, o motivo será explicado na subseção abaixo.

#### **2.1. KnapSack**

Aqui irei explicar o porquê de ter escolhido tal algoritmo, visto que a implementação do mesmo com programação dinâmica é idêntica ao do livro base da matéria.

Inicialmente fiquei tentado a soluções gulosas, tentei minimizando as subtrações, pegando o maior elemento e subtraindo o segundo maior ou menor elemento. Porém nada disso deu certo e me convenci de que possivelmente não haviam soluções gulosas para o mesmo. Então pensei em dividir o conjunto de diamantes em 2, tais que os conjuntos possuísem a menor diferença de peso possível, e isso me pareceu extremamente parecido com o problema de KnapSack. Para tal divisão, peguei a metade da soma de todas as pedras e fixei como peso para o algoritmo. Como ele sempre me retorna o conjunto otimizado, apenas peguei este resultado, que é o conjunto 1, e subtraí do peso total, gerando o valor do conjunto 2. Logo a resposta seria a diferença entre os dois conjuntos.

### **3. Instruções de compilação e execução**

Vá até a pasta Daniel\_Ferreira\_2018088062, pelo terminal, e digite "make" para compilar. Para executar o programa digite "./tp2". Há também a opção "make test" que executa o programa utilizando os casos teste dados.

Há uma pasta chamada src2, que contém o arquivo com a implementação alternativa sem utilizar programação dinâmica, com seu próprio make file. Para compilá-la basta entrar na pasta src2 e digitar "make", e gerará o executável "./alternativo".

#### 4. Análise de complexidade de tempo e espaço

Aqui irei focar apenas na complexidade do algoritmo KnapSack, visto que o main tem apenas um loop que recebe as entradas.

Em termos de tempo o algoritmo tem 2 loops aninhados, sendo o externo de 0 até o número de itens e o interno de 0 até o peso passado, logo temos uma complexidade de  $O(n \cdot \text{peso})$ , sendo  $n$  o número de pedras, visto que a função `std::max` dentro do loop tem complexidade  $O(1)$ . Já em termos de complexidade espacial temos que o algoritmo cria uma matriz de  $n$  linhas por todos os pesos, ou seja, cada linha tem de 0 até o peso máximo em colunas. Portanto, temos que a complexidade espacial também é da ordem de  $O(n \cdot \text{peso})$ .

Sobre o algoritmo sem programação dinâmica pedido, fiz uma versão recursiva do KnapSack e a complexidade temporal da mesma é algo em torno de  $O(2^n)$ , e essa diferença será bem visível na próxima seção.

#### 5. Análise experimental

O gráfico abaixo mostra a relação entre tempo e quantidade de pedras. Escolhi pular de 5 em 5 pedras para ficar melhor visualmente.

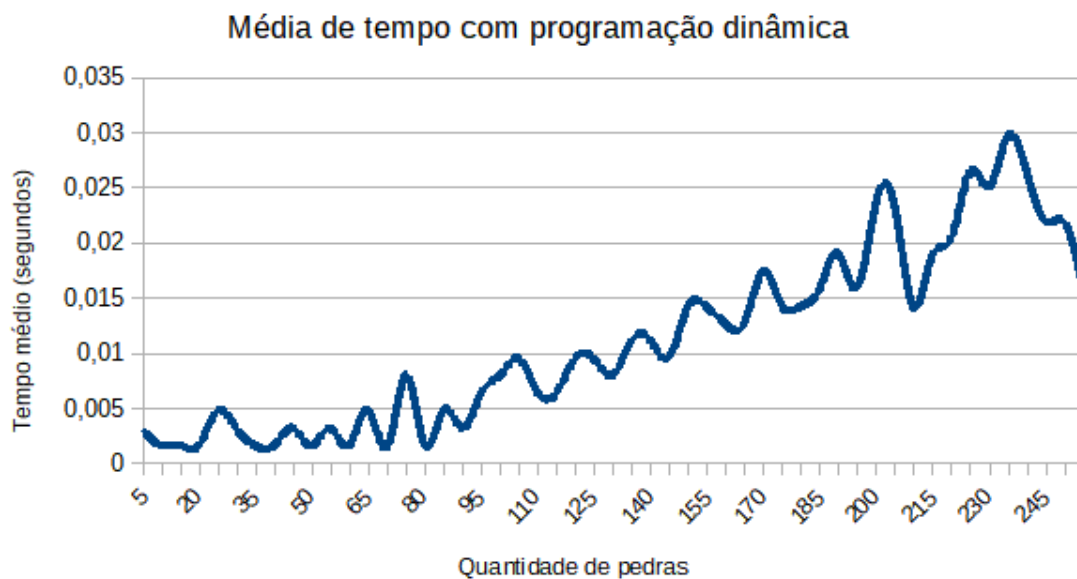
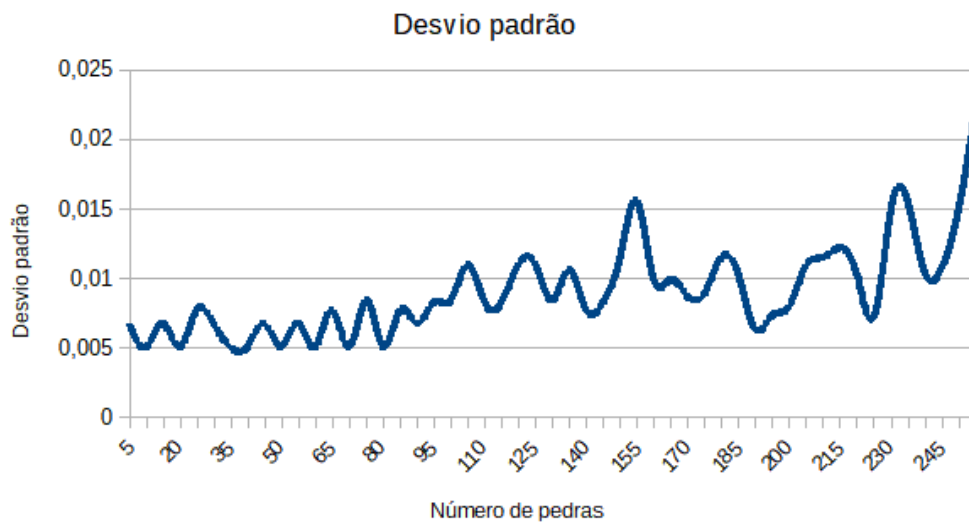


Figura 1. Média com programação dinâmica

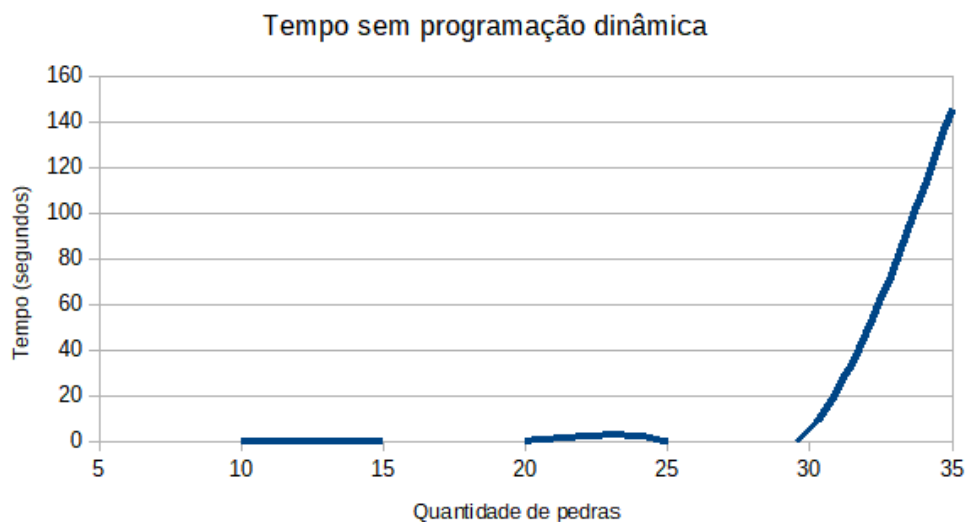
Para cada quantidade de pedras foram feitas 10 amostras variando de 5 até 255, variando os pesos aleatoriamente até o máximo de 128. Como visto no gráfico acima, o algoritmo utilizando programação dinâmica é realmente muito rápido se comparado a força bruta ou ao próprio sem utilizar deste conceito. Visualmente me parece que é um tempo polinomial, o que corrobora com a complexidade dada na seção 4. Abaixo está o gráfico com os desvios padrões de cada medida feita.

O próximo gráfico mostra o tempo do KnapSack sem utilizar programação dinâmica. O mesmo também foi feito de 5 em 5 pedras, gerando valores aleatórios para



**Figura 2. Desvio padrão**

os pesos das mesmas. Note que só vai até 35 pedras, isso porque com 40 pedras 10 minutos não foram suficientes. Este grande salto nos tempos de execução representa bem a característica exponencial do algoritmo.



**Figura 3. Gráfico média com DP**

## 6. Conclusão

Tendo em comparação os tempos de execução das duas versões do KnapSack, é notável o poder que a programação dinâmica nos oferece, partindo de algo que poderia levar dias, ou anos, para tempos extremamente pequenos. Como dito anteriormente, tive bastante dificuldade de encaixar o problema dado com o conceito de programação dinâmica, o que mostra que mesmo sendo uma ferramenta excelente ela necessita de uma modelagem

muito boa para ser corretamente utilizada. A única referência utilizada foi o livro texto da matéria [Kleinberg and Éva Tardos 2006].

## **Referências**

Kleinberg, J. and Éva Tardos (2006). *Algorithm Design*. Pearson/Addison-Wesley, 1th edition.