

Universidad de Santander, Maestría en Biotecnología, curso de estadística.

## Prueba de hipótesis para la comparación de proporciones de dos poblaciones

1. Formulación de la pregunta problema:
2. Hipótesis: La hipótesis estadística se puede formular de la siguiente manera.

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2$$

$$H_A : \pi_1 \neq \pi_2$$

Esto se lee, como hipótesis nula, la proporción de la población del grupo 1 es igual a la proporción del grupo

2. La hipótesis alterna, consiste en que la proporción de la población del grupo 1 es diferente a la proporción de la población del grupo 2.

- Regla de decisión (1)

si  $|z^*| \leq z(1 - \alpha/2)$ , concluir  $H_0$

si  $|z^*| > z(1 - \alpha/2)$ , concluir  $H_A$

- Regla de decisión (2): Se calcula el *valor-p*, como la probabilidad en la cola derecha para el valor calculado del estadístico  $z^*$ . Este *valor-p* se compara con el nivel de significancia  $\alpha$ , y se concluye de acuerdo a la siguiente regla de decisión: Si  $valor-p < \alpha$ , decidir  $H_A$ ; si  $valor-p \geq \alpha$ , decidir  $H_0$ .

3. Estadístico Se calcula primero la proporción de la muestra de cada grupo:

$$p_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_{1i}}{n_1}$$

$$p_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} X_{2i}}{n_2}$$

Se calcula el error estándar (e.e.):

$$e.e. = \sqrt{\frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}}$$

Y luego se calcula el estadístico  $z^*$ :

$$z^* = \frac{p_1 - p_2}{e.e.} \sim \text{Normal}(0, 1)$$

Un intervalo de confianza para la proporción de dos poblaciones es igual a

$$(p_1 - p_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}}$$

4. Decisión:

5. Conclusión:

### Ejercicios

1. Se requiere probar un método educacional en grupos de educación secundaria. Se seleccionan dos salones del mismo grado. Cada salón es de 35 jóvenes estudiantes del curso de matemáticas. El grupo 1 recibe la formación en matemáticas que está en uso normal. El grupo 2 recibe formación en matemáticas utilizando el nuevo método. Luego se administra un problema para que los estudiantes lo resuelvan individualmente. Se cuenta el número de estudiantes que resolvieron el problema exitosamente en cada grupo. El grupo 1 tuvo 22 jóvenes que resolvieron exitosamente el problema. El grupo 2 tuvo 26 jóvenes que resolvieron exitosamente el problema. Pruebe la hipótesis que las proporciones de las dos poblaciones son iguales y por tanto no hay diferencias entre el método uno y el dos. Utilice los niveles de significancia 0.05 y 0.01.
2. Se pretende probar un parche de nicotina para fumadores. Se selecciona un grupo de 180 fumadores adultos entre los 20 y 30 años de sexo femenino. se dividen en dos grupos, el grupo 1 con 85 individuos recibe un parche que no contiene nicotina (control), y el grupo 2 con 95 individuos recibe el parche de nicotina. Los individuos del estudio desconocen qué tipo de parche utilizan. La respuesta consiste en el retiro del hábito de fumar en una evaluación dos meses después de la instalación del parche. En el grupo 1, 35 mujeres dejan de fumar, y en el grupo 2 48 mujeres dejan de fumar. Pruebe la hipótesis que el tratamiento es efectivo para disminuir el hábito de fumar a los dos meses, al nivel de significancia 0.05, y 0.01.

3. Se quiere probar si la adición de un protocolo de psicoterapia, al tratamiento convencional con farmacos antidepresivos, ayuda a eliminar la depresión a los 45 dias de haber iniciado el tratamiento, en personas afectadas con un problema depresivo. Se cuenta con los pacientes que acuden al servicio de atención a problemas mentales de una institución de salud durante un año. Durante todo el año se reciben en total 124 pacientes, de los cuales 63 son asignados al tratamiento convencional (grupo 1), y 61 reciben el tratamiento convencional mas psicoterapia (grupo 2). En el grupo 1 se reportan 28 pacientes con mejoría a los dos meses del problema depresivo, mientras que en el grupo 2 se reportan 37 pacientes con mejoría a los dos meses del problema depresivo.
4. Se quiere establecer el efecto de la adición en la dieta de cerdas preñadas en el ultimo tercio de gestación de un suplemento vitamínico y mineral sobre la viabilidad de lechones al nacimiento. De un total de 130 cerdas preñadas, 65 cerdas son seleccionadas al azar y reciben el suplemento vitamínico mineral, y 65 cerdas no reciben el suplemento. Se evalua si cada cerda tiene un parto con o sin lechones muertos. Se encuentra que del primer grupo (suplementado) 38 cerdas tuvieron al menos un lechon muerto al parto, mientras que del segundo grupo, 49 cerdas reportaron al menos un lechon muerto al parto. Pruebe la hipotésis de igualdad de proporciones entre los grupos suplementados y control.