

Universidad de Santander. Prueba de hipótesis de la varianza de una población

- Una nueva píldora para dormir se prueba en un número de voluntarios. Seis hombres acceden a participar en el experimento. Durante ocho días los participantes en el estudio toman las píldoras, y al final de los ocho días se suma el total de horas que cada uno de los participantes durmieron de mas con la píldora. Los hombres durmieron (4,6,5,4,5,6) horas. Probar la hipótesis que la varianza de la población es igual a 2 horas de sueño.
- Formulación de la pregunta problema: la varianza de la población es igual 2 horas.
- Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 : \sigma^2 &= \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 &\neq \sigma_0^2 \end{aligned}$$

- Se fija el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ o $\alpha = 0.01$
- La regla de decisión: Basada en el estadístico

$$\text{si } \chi^2(\alpha/2, n - 1) \leq \chi^{2*} \leq \chi^2(1 - \alpha/2, n - 1) \text{ Concluir } H_0$$

$$\text{si } \chi^2(\alpha/2, n - 1) \geq \chi^{2*} \geq \chi^2(1 - \alpha/2, n - 1) \text{ Concluir } H_1$$

Basada en el p-valor. El p-valor del resultado de una muestra es la probabilidad de que el resultado de la muestra sea mas extremo que el observado de los datos cuando $\mu = \mu_0$ (cuando la hipótesis nula se cumple). P-valor grande soporta la hipótesis nula, mientras que p-valor pequeño soporta la hipótesis alterna.

$$p\text{-valor} = 2 \times p(|\chi_{n-1}^{2*}| > |\chi^{2*}|)$$

- El estadístico χ^{2*} para comparación de la media de una población, donde la varianza poblacional postulada es σ_0^2 ;

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \\ \frac{S^2(n - 1)}{\sigma_0^2} &= \chi^{2*} \sim \chi_{\nu}^2 \end{aligned}$$

Intervalo de confianza del 100%(1- α) de la media (μ) de la población cuando la varianza es desconocida

$$\begin{aligned} \text{Límite inferior} &= \frac{(n - 1)s^2}{\chi^2(1 - \alpha/2; n - 1)} \\ \text{Límite superior} &= \frac{(n - 1)s^2}{\chi^2(\alpha/2; n - 1)} \end{aligned}$$

- Decisión:
 - Conclusión:
1. De una población de cerdos adultos de la misma raza, edad, alimentación se extrae una muestra al azar de 10 animales. Se administra a los 10 animales un antibiótico de tipo macrólido por vía oral, utilizando la misma dosis por kilogramo a cada animal, durante 10 días. El día once se retira una muestra de sangre y se determina el nivel de la enzima creatinina. Los investigadores están interesados en determinar si la administración del antibiótico produce una varianza igual a 2 mg/dl. Obtenga intervalos de confianza para la varianza del 95% y del 99%
Los datos son : 22.3, 19.2, 21.5, 21.9, 22.6, 19.6, 21.1, 21.0, 18.7, 26.4

2. Un grupo de personas de la misma edad, sexo, nivel educativo y económico es entrenada para evaluar productos alimenticios. Se toma una muestra al azar de 28 individuos de esta población. Se desea introducir un producto alimenticio al mercado. A la muestra de personas se les administra el producto y se les entrega un cuestionario para que evaluen el producto en una escala de uno a cien donde uno es una baja preferencia por el producto y 100 es una alta preferencia por el producto. Pruebe la hipótesis que la varianza de la calificación es igual a 25.

Los datos son: 80.7, 76.9, 80.9, 73.7, 78.4, 85.4, 80.0, 78.3, 74.3, 71.7, 73.5, 79.5, 77.3, 86.6, 86.1, 76.1, 82.4, 77.3, 70.7, 76.5, 79.6, 78.3, 76.5, 77.7, 67.0, 74.7, 69.0, 84.0, 85.7, 81.2

3. En un ensayo sobre la hormona prolactina, la respuesta se mide como peso del buche de palomas. A una dosis de 0.125 mg de hormona, cuatro pesos de buches de paloma son registrados: 28, 65, 35, 36. El problema es determinar si la varianza de la población es igual a 10 gramos. Pruebe la hipótesis al nivel de $\alpha = 0.05$ y 0.01. Obtenga intervalos de confianza del 95% y 99%.

4. Una universidad ha introducido un nuevo método de formación docente. De la población de docentes se extrae una muestra al azar de 12 profesores. Luego a cada individuo en el estudio se le administran tres pruebas escritas. La calificación de cada prueba se determina para cada instructor. Pruebe la hipótesis que la varianza de la calificación de cada prueba fue igual a 2, al nivel de significancia del 5%. Elabore intervalos de confianza del 95% para la varianza de la población.

	Docente											
Prueba	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7	4	6	7	6	4	7	8	6	9	7	10
2	6	4	4	6	5	2	3	4	2	6	4	6
3	5	3	4	5	4	2	2	2	1	3	3	3

5. Para analizar dos variedades de caña forrajera bajo condiciones normales de cultivo, se seleccionan 2 parcelas por finca en 8 fincas diferentes, y se plantaron las dos variedades. Pruebe la hipótesis que la varianza de la producción de forraje de cada variedad es igual a 4 kilogramos por metro cuadrado. Pruebe la hipótesis a los niveles de significancia 5% y 1%. Elabore intervalos de confianza para la varianza.

	Parcela							
Finca	1	2	3	4	5	6	7	8
1	17	14	16	17	16	14	17	18
2	16	14	14	16	15	12	13	14

6. De una población de camuros jóvenes de la misma edad, se extrae una muestra al azar de 8 camuros, los cuales son seguidos durante 4 semanas para determinar el efecto sobre la glicemia del propilen glicol por vía oral. Pruebe la hipótesis que la varianza de la glicemia es igual a 35 g/dl. Elabore intervalos de confianza del 95%.

camuro	Semana1	Semana2	Semana3	Semana4
1	107.8	112.6	124	113.4
2	114.5	108.5	129.1	107
3	129.1	126.4	145.7	121.9
4	146.9	144.2	161.1	139.1
5	164.9	162	178.6	157.2
6	142.2	148	145.9	145.2
8	139.7	135.5	131.3	132.2