

Universidad de Santander. Prueba de hipótesis de la media de una población con varianza desconocida utilizando la prueba de t

- Una nueva píldora para dormir se prueba en un número de voluntarios. Seis hombres acceden a participar en el experimento. Durante ocho días los participantes en el estudio toman las píldoras, y al final de los ocho días se suma el total de horas que cada uno de los participantes durmieron de mas con la píldora. Los hombres durmieron (4,6,5,4,5,6) horas adicionales de sueño. Probar la hipótesis que la media de horas de sueño es igual a 5 horas.
- Formulación de la pregunta problema: es igual la media del tiempo de sueño adicional a 5 horas.
- Hipótesis

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0;$$

- Se establece el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ o $\alpha = 0.01$
- La regla de decisión: Basada en el estadístico

$$\text{si } |t^*| \leq t(1 - \alpha/2, n - 1) \text{ Concluir } H_0$$

$$\text{si } |t^*| > t(1 - \alpha/2, n - 1) \text{ Concluir } H_1$$

Basada en el p-valor. El p-valor del resultado de una muestra es la probabilidad de que el resultado de la muestra sea mas extremo que el observado de los datos cuando $\mu = \mu_0$ (cuando la hipótesis nula se cumple). P-valor grande soporta la hipótesis nula, mientras que p-valor pequeño soporta la hipótesis alterna.

$$p - \text{valor} = 2 \times p(|t_{n-1}^*| > |t^*|)$$

- El estadístico t^* para comparación de la media de una población;

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} = t^* \sim t_\nu$$

También se puede establecer un intervalo de confianza del 100%(1- α) de la media (μ) de la población cuando la varianza es desconocida

$$\bar{x} - t_{(1-\alpha/2, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{(1-\alpha/2, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- Decisión:
 - Conclusión:
1. De una población de cerdos adultos de la misma raza, edad, alimentación se extrae una muestra de 10 animales. Se administra a los 10 animales un antibiótico de tipo macrólido por via oral, utilizando la misma dosis por kilogramo a cada animal, durante 10 días. El día once se retira una muestra de sangre y se determina el nivel de la enzima creatinina. Los investigadores estan interesados en determinar si la administración del antibiótico produce un promedio de creatinina sanguínea igual a 20 mg/dl. Obtenga un intervalo de confianza del 95% y del 99%
Los datos son : 22.3, 19.2, 21.5, 21.9, 22.6, 19.6, 21.1, 21.0 18.7, 26.4

2. Un grupo de personas de la misma edad, sexo, nivel educativo y económico es entrenada para evaluar productos alimenticios. Se toma una muestra al azar de este grupo de 28 individuos. Se desea introducir un producto alimenticio al mercado. A la muestra de personas se les administra el producto y se les entrega un cuestionario para que evaluen el producto en una escala de uno a cien donde uno es una baja preferencia por el producto y 100 es una alta preferencia por el producto. Los investigadores estan interesados en conocer si el promedio de la preferencia por el producto es igual a 80 puntos. Calcule un intervalo de confianza del 95%
Los datos son: 80.7, 76.9, 80.9, 73.7, 78.4, 85.4, 80.0, 78.3, 74.3, 71.7, 73.5, 79.5, 77.3, 86.6, 86.1, 76.1, 82.4, 77.3, 70.7, 76.5, 79.6, 78.3, 76.5, 77.7, 67.0, 74.7, 69.0, 84.0, 85.7, 81.2

3. En un ensayo sobre la hormona prolactina, la respuesta se mide como peso del buche de palomas. A una dosis de 0.125 mg de hormona, cuatro pesos de buches de paloma son registrados en gramos: 28, 65,35,36. El problema es determinar si la media de la población es igual a 35 g. Pruebe la hipótesis al nivel de $\alpha = 0.05$ y 0.01. Obtenga un intervalo de confianza del 95%, y un intervalo de confianza del 99%.

4. Una universidad ha introducido un nuevo método de formación docente. Luego a cada individuo en el estudio se le administran tres pruebas. La calificación de cada prueba se determina para cada instructor. Probar la hipótesis que la media de la calificación de cada prueba fue igual a 6, al nivel de significancia del 5%. Elabore intervalos de confianza para la media de cada población.

Prueba	Docente											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7	4	6	7	6	4	7	8	6	9	7	10
2	6	4	4	6	5	2	3	4	2	6	4	6
3	5	3	4	5	4	2	2	2	1	3	3	3

5. Para analizar dos variedades de caña forrajera bajo condiciones normales de cultivo, se seleccionan 2 parcelas por finca en 8 fincas diferentes, y se plantaron las dos variedades. Pruebe la hipótesis que la producción media de forraje de cada variedad es igual a 17 kilogramos por metro cuadrado. Pruebe la hipótesis a los niveles de significancia 5% y 1%. Elabore un intervalo de confianza del 95%.

Finca								
1	17	14	16	17	16	14	17	18
2	16	14	14	16	15	12	13	14

6. Se dispone de ocho camuros jóvenes, los cuales son seguidos durante 4 semanas para determinar el efecto sobre la glicemia del propilen glicol. Pruebe la hipótesis que en cada semana la media de la población es igual a 130 mg/dl de glucosa. Elabore un intervalo de confianza de 95% para la glucosa.

camuro	S 1	S 2	S 3	S 4
1	107.8	112.6	124	113.4
2	114.5	108.5	129.1	107
3	129.1	126.4	145.7	121.9
4	146.9	144.2	161.1	139.1
5	164.9	162	178.6	157.2
6	142.2	148	145.9	145.2
8	139.7	135.5	131.3	132.2