

Universidad de Santander  
Comparación de la media de dos poblaciones dependientes utilizando la prueba de  $t$  pareada

- Establecer el efecto de la adición de diferentes concentraciones de fibra en detergente neutro (FDN) sobre la digestibilidad verdadera ileal (DVI) y la digestibilidad verdadera total (DVT) de la grasa de la dieta en porcinos. Un total de 8 cerdos adultos fueron alimentados primero con 3% de FDN, luego con 6% de FDN y finalmente con 9% de FDN, en períodos de 48 horas. Se determinó la DVI y DVT de la grasa de la dieta para cada cerdo, en cada nivel de FDN. Nota: Fibra en detergente acido (FDA), corresponde a las porciones de pared de las celulas del forraje que esta constituido por celulosa y lignina. FDA esta relacionada con la habilidad del animal para digerir el forraje. FDN, corresponde a la pared total de la celula, que esta comprendido por la fraccion FDA mas la hemicelulosa. FDN refleja la cantidad de forraje que el animal puede consumir.

|       | DVI          |      |      | DVT  |      |      |
|-------|--------------|------|------|------|------|------|
|       | Nivel de FDN |      |      |      |      |      |
| Cerdo | 3%           | 6%   | 9%   | 3%   | 6%   | 9%   |
| 1     | 94.1         | 92.1 | 89.2 | 95.1 | 95.2 | 92.6 |
| 2     | 94.2         | 92.2 | 90.7 | 94.7 | 94.3 | 92.3 |
| 3     | 95.3         | 93.1 | 92.1 | 94.8 | 94.7 | 91.3 |
| 4     | 93.2         | 92.8 | 91.4 | 95.5 | 95.5 | 92.3 |
| 5     | 94.4         | 92.4 | 91.4 | 96.5 | 96.4 | 90.1 |
| 6     | 94.7         | 91.2 | 89.7 | 96.7 | 96.1 | 93.5 |
| 7     | 94.2         | 92.2 | 90.2 | 96.3 | 96.4 | 92.1 |
| 8     | 95.3         | 92.3 | 91.4 | 95.1 | 94.9 | 92.6 |

- Formulación de la pregunta problema:
- Hipótesis. Esta hipótesis se debe distinguir de la hipótesis de igualdad de promedios en poblaciones independientes. Las dos mediciones se encuentran relacionadas para cada uno de los individuos. Por esto, la variable respuesta se transforma en la diferencia entre las respuestas de cada individuo.

$$H_0 : \mu_{dif} = 0$$

$$H_1 : \mu_{dif} \neq 0$$

- Se fija el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$  ó  $\alpha = 0.01$

- Regla de decisión (1):

si  $|t^*| \leq t(1 - \alpha/2, n_{dif} - 1)$  Concluir  $H_0$

si  $|t^*| > t(1 - \alpha/2, n_{dif} - 1)$  Concluir  $H_1$

- Regla de decisión (2): Se calcula el *valor-p*, como la probabilidad en la cola derecha para el valor calculado del estadístico  $t^*$  con  $\nu$  grados de libertad. Este *valor-p* se compara con el nivel de significancia  $\alpha$ , y se concluye de acuerdo a la siguiente regla de decisión: Si  $valor-p < \alpha$ , decidir  $H_1$ ; si  $valor-p \geq \alpha$ , decidir  $H_0$ .
- El estadístico  $t^*$  para comparación de medias dependientes. Para calcular el estadístico se trabaja con las diferencias entre el grupo 1 y el grupo

$$\begin{array}{lcl} X_1 - X_2 & = & \text{Diferencia } (x_{idif}) \\ x_{11} - x_{12} & = & x_{1dif} \\ x_{21} - x_{22} & = & x_{2dif} \\ x_{31} - x_{32} & = & x_{3dif} \\ x_{41} - x_{42} & = & x_{4dif} \\ x_{51} - x_{52} & = & x_{5dif} \\ x_{61} - x_{62} & = & x_{6dif} \end{array}$$

Con las diferencias  $x_{idif}$  se estima el promedio de las diferencias  $\bar{X}_{dif}$ , la varianza de las diferencias  $s_{dif}^2$ , el total de observaciones de la diferencia  $n_{dif}$

$$\frac{\bar{X}_{dif}}{\sqrt{\frac{s_{dif}^2}{n_{dif}}}} = t^* \sim t_\nu$$

También se pueden calcular intervalos de confianza del  $100(1 - \alpha)\%$  para la diferencia entre las dos poblaciones.

$$\bar{X}_{dif} \pm t(1 - \alpha/2; n_{dif} - 1) s_{\bar{X}_{dif}} = \sqrt{\frac{s_{dif}^2}{n_{dif}}}$$

- Decisión:

- Conclusión:

1. Una universidad ha introducido un método de formación docente. Doce profesores son seleccionados al azar para recibir la formación. Los profesores deben presentar una prueba antes de que inicie la formación (prueba **Pre**). A mitad del período de formación reciben otra prueba (prueba **Media**), y al final del curso de formación deben presentar la prueba final (prueba **post**). Pruebe la hipótesis de igualdad de promedios entre la prueba pre y la prueba media, y entre la prueba **pre** y la prueba **post**.

| Prueba | Profesor |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|--------|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
|        | 1        | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Pre    | 5        | 3 | 4 | 5 | 4 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3  | 3  | 3  |
| Media  | 6        | 4 | 4 | 6 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 6  | 4  | 6  |
| Post   | 7        | 4 | 5 | 7 | 6 | 4 | 7 | 8 | 6 | 9  | 7  | 10 |

2. Para analizar dos variedades de caña forrajera bajo condiciones normales de cultivo, se seleccionan 2 parcelas por finca en 8 fincas diferentes, y se plantaron las dos variedades. Se determina el rendimiento en  $kg/m^2$  de cada parcela. Pruebe la hipótesis de igualdad de promedios entre las dos variedades dado que son cultivadas en diferentes fincas.

| Finca | Variedad uno | Variedad dos |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-------|--------------|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
|       |              |              | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1     | 17           | 16           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2     | 14           | 14           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3     | 16           | 14           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4     | 17           | 16           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5     | 16           | 15           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6     | 14           | 12           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7     | 17           | 13           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8     | 18           | 14           |   |   |   |   |   |   |   |   |

3. De una población de ovejas de pelo se extrae una muestra al azar de tamaño 8. En la semana uno (S1) se mide la glicemia de estas ovejas. Durante las semanas 2, 3 y 4 se adiciona a la dieta propilen glicol. Se quiere establecer el efecto de la adición de propilen glicol sobre la glicemia. Pruebe la hipótesis de igualdad de promedios entre la semana uno y la semana dos, entre la semana uno y la semana tres, y entre la semana uno y la semana cuatro.

| camuro | S 1   | S 2   | S 3   | S 4   |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| 1      | 107.8 | 112.6 | 124   | 113.4 |
| 2      | 114.5 | 108.5 | 129.1 | 107   |
| 3      | 129.1 | 126.4 | 145.7 | 121.9 |
| 4      | 146.9 | 144.2 | 161.1 | 139.1 |
| 5      | 164.9 | 162   | 178.6 | 157.2 |
| 6      | 142.2 | 148   | 145.9 | 145.2 |
| 8      | 139.7 | 135.5 | 131.3 | 132.2 |