Método generalizado de Newton Raphson.

tomemos el sistema de ecuaciones dado por:

$$f_1(x,y)=0$$
$$f_2(x,y)=0$$

Suponemos de las funciones son diferenciables, de modo que es posible expandir en series de Taylor alrededor de (x_0,y_0) a primer orden. tenemos

$$f_1(x_0,y_0)+\frac{\partial f_1(x_0,y_0)}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial f_1(x_0,y_0)}{\partial y}\Delta y \cong 0$$
$$f_2(x_0,y_0)+\frac{\partial f_2(x_0,y_0)}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial f_2(x_0,y_0)}{\partial y}\Delta y \cong 0$$

con
$$x=x_0+\Delta x$$
$$y=y_0+\Delta y$$

Vectorizando la ecuación $\vec{x}=(x,y)$ $\vec{F}=(f_1,f_2)$

$$\vec{J}=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y}\end{bmatrix}$$ Jacobiano

$$\Rightarrow \quad \vec{F}(\vec{x_0})+J(x_0)(\vec{x}-\vec{x_0})\cong 0$$

Si el Jacobiano es invertible $\Rightarrow$

$$\vec{x} = \vec{x_0} - J^{-1}(\vec{x_0})\vec{F}(\vec{x_0})$$

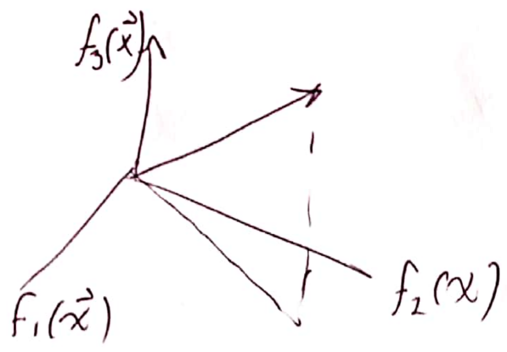
Encontrar la Sucesión significa resolver el Sistema de Ecuaciones.

$$\vec{x_{n+1}} = \vec{x_n} - J^{-1}(\vec{x_n})\vec{F}(\vec{x_n}).$$

Descenso Gradiente:

Vamos a pensar el Sistema de ecuaciones como un vector de funciones; definamos $G(x)$ como:

$$G(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots x_n) \end{bmatrix}$$



Este vector tendrá una norma, vamos a definir la función a minimizar usando la norma. El punto Solución estará dado por: $\|\vec{F}(\vec{x})\| = 0$

$$\vec{F}(\vec{x}) = \frac{1}{2} G(\vec{x})^T G(x) \quad y \quad \vec{x} = [x_1, x_2, \dots x_n]$$

De forma parecida al valor cuadrático medio

Entonces debemos movernos en contra de gradiente de esta función vectorial.

$$\vec{x}^{(1)} = \vec{x}^{(0)} - r\,\vec{\nabla}\vec{F}(0)$$

Cómo entender el gradiente de un vector?

lo que nos brinda la información direccional del gradiente para una función vectorial es la matriz Jacobiana

---

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$$

Matriz de derivadas parciales de primer orden de dicha función

Suponemos $\vec{F}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ y que es diferenciable

$\Rightarrow \vec{x} \in \mathbb{R}^n \Rightarrow \vec{F}(\vec{x}) \in \mathbb{R}^m$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{F}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \vec{F}}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla^T f_1 \\ \vdots \\ \nabla^T f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = f_1\hat{\imath} + f_2\hat{\jmath}$$

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial x_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\hat{\imath} + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\hat{\jmath}$$

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial x_2} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\hat{\imath} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\hat{\jmath}$$

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

∇^T porque el gradiente es un vector columna

es un vector fila