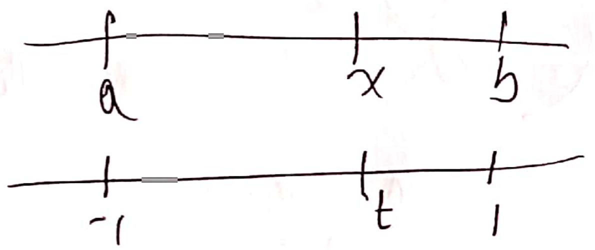
Integración doble:

$$\int f(x,y)\,dx\,dy = \int_c^d \int_a^b f(x,y)\,dx\,dy$$

Recordemos la proporción



$$\frac{t-(-1)}{1-(-1)} = \frac{(x-a)}{(b-a)}$$

$$\frac{t}{2}(b-a) + \frac{(b-a)}{2} + a = x$$

$$\frac{1}{2}\left(t(b-a) + a+b\right) = a$$

el diferencial $\left(\frac{b-a}{2}\right)dt = dx$

Para la primera integral.

$$I = \int_c^d \int_{-1}^{1} f\left(\frac{1}{2}\left(t(b-a)+a+b\right), y\right)\left(\frac{b-a}{2}\right) dy\,dx$$

Aplicando nuevamente:

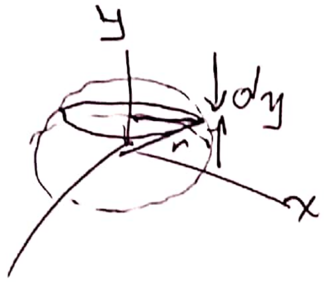
$$I = \frac{(b-a)(d-c)}{4} \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f\left(\frac{1}{2}\left(t(b-a)+a+b\right), \frac{1}{2}\left(t(b-a)+a+b\right)\right) dx\,dy$$

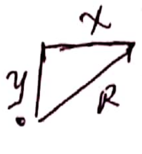
Escaneado con CamScanner

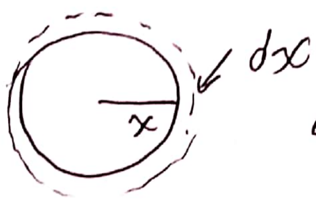
Aplicando la regla de n puntos

$$I \simeq \frac{(b-a)(d-c)}{4} \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \sum_{j=1}^{n} w_j^{(n)} f\left(\frac{(b-a)x_i^{(n)} + (a+b)}{2}, \frac{(d-c)x_j^{(n)} + c+d}{2}\right)$$

Para límites no constantes, pensemos en el caso esférico







El área de anillo es:

$$dA = 2\pi x \, dx$$

Volumen de domo $\int_0^1 A(y)\, dy$ adicionalmente $x^2 = R^2 - y^2$

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{R^2-y^2}} 2\pi x \, dx \, dy$$ integrado $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $R=1$

Usando Cuadratura para límite variable.

$$2\pi \left[\frac{(d-c)}{4} \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \left(b(x_i^{(n)}) - a\right) \sum_{j=1}^{n} w_j^{(n)} f\left(\frac{(b(x_i^{(n)}) - a)x_i^{(n)} + a + b}{2}, \frac{(d-c)x_j^{(n)} + c+d}{2}\right)\right.$$

en este caso

$$b(x_i^{(n)}) = \left(R^2 - (x_i^{(n)})^2\right)^{1/2}$$ Implementar.

Escaneado con CamScanner