- Anos 2000
  ↳ Álgebra, Geometria
  ↳ OpenCV

- Bibliografia

Multiple View Geometry for computer Vision
Hartley - Zisserman

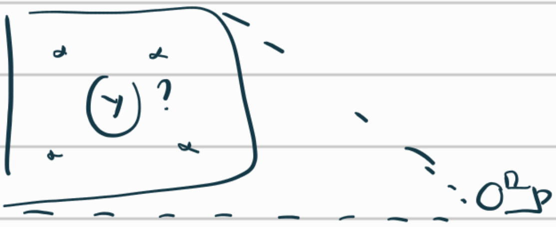
→ Dissertação de Mc. · Calibração Robusta de vídeo p/ realidade aumentada. (VISGRAF)

Embasamento

↳ Álgebra Linear ↑
↳ Otimização (Cálculo) ↓

Problemas (objetivo do curso)

↳ Dado um plano com N pontos conhecidos sobre ele e suas coordenadas em uma imagem encontrar a posição de um outro ponto X qualquer a partir da sua projeção na imagem. (N = 4)



↳ Dado N pontos 3D em uma cena com coordenadas 3D conhecidas e suas projeções em uma imagem determinar a pose da câmera que filmou e seus parâmetros intrínsecos (distância focal da lente).

(N=6)

Pose (localização e ângulo)

↳ Dados N ≥ 2 câmeras com Pose e parâmetros intrínsecos conhecidos e a projeção de um ponto da cena sobre suas imagens, estimar a posição 3D desse ponto.

↳ Determinar os parâmetros intrínsecos de uma câmera a partir de 3 (x) planos em posições diferentes

↳ Dados N pontos 3D da cena e suas projeções em M imagens, descobrir onde os pontos e as câmeras estão (Pose).

- Ambiguidades, Problema em drones → movimento e pontos

Aplicações

↳ VAR (Problema 1)

↳ Realidade Aumentada

↳ Reconstrução 3D

↳ Posicionamento de Robôs usando objetos conhecidos

↳ SLAM (Problema 5)

↳ Motion Capture (Problema 5)

Nivelamento Álgebra Linear

$\mathbb{R}^n = \{(x_1, x_2, \dots x_n) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$

↳ Conjunto de vetores (Lista)

Combinação Linear

↳ Seja $v_1, \dots v_m \in \mathbb{R}^n$ e $c_1, \dots c_m \in \mathbb{R}$

Temos que $\sum_{i=1}^{m} c_i x = c_1 x_1 + \dots + c_m x_n$ é a combinação linear de $v_1, \dots v_m$

<u>Base</u>: Uma base do $\mathbb{R}^N$ é um conjunto de M vetores tais que tq

1) Todo vetor de $\mathbb{R}^n$ pode ser escrito como comb lin de $v_1, \dots v_m$

2) Se $\sum c_i v = 0 \Rightarrow c_1 = c_2 = \dots = c_m = 0$

↳ linearmente independente

<u>Teorema</u>

↳ Toda base do $\mathbb{R}^n$ tem n vetores

<u>Produto Interno</u>

↳ Sejam $X = (x_1 \dots x_N)$ e $Y = (y_1 \dots y_n)$

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 \dots x_n y_n$$

<u>Propriedades do produto interno</u>

Bilinearidade

$\langle x, y + z \rangle = \langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle$

$\langle x, \lambda y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle$

Comutatividade

$\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$

Positividade

$\langle x, x \rangle \geq 0$ e $\langle x, x \rangle = 0 \Rightarrow x = 0$

Norma → Euclidiana

$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$

Props

1° $\|x\| = 0 \Rightarrow x = 0$

2: $\|\lambda x\| = \|\lambda\| \cdot \|x\|$

3: $\|a + b\| \leq \|a\| + \|b\|$

Desigualdade de Cauchy-Shwarz

$$-1 < \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|} < 1$$

Angulo no espaço $\mathbb{R}^n$ $\langle x, y \rangle = \|x\| \|y\| \cdot \cos\theta$

Base Canônica do $\mathbb{R}^n$

$e_1 = (1, 0, \dots 0)$

$e_2 = (0, 1, 0 \dots 0)$

$e_n = (0, 0, \dots 0, 1)$

Temos que $x = (x_1, \dots, x_N)$

$x = (x_1 \dots x_N)$

$X = \sum^{N} x_i e_i = x_1 (1, 0 \dots 0) +$

$i=1$ $\qquad \alpha_2(0,1,0,0) +$

$\alpha_n(0 \dots x_n)$

Transformações Lineares

↳ Seja uma função $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, dizemos que T transformação linear se: $\forall\, x, y \in \mathbb{R}^n$, $\lambda \in \mathbb{R}$

1) $T(x+y) = T(x) + T(y)$

2) $T(\lambda x) = \lambda T(x)$

Funcionais Linear

↳ Transformação linear é uma transformação linear $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

Teorema: Seja $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ um funcional linear, existe $y \in \mathbb{R}^n$ tal que $T(x) = \langle y, x \rangle$

Prova

$$T(x) = T\Big(\sum_{i=1}^{n} \underbrace{x_i}_{\text{const}} e_i\Big) \overset{\text{linearidade de } T}{=}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} T(x_i e_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i T(e_i)$$

$$= \langle x, \underbrace{(T(e_1), \dots, T(e_n))}_{y} \rangle$$

$$= \langle x, y \rangle$$

Representação Matricial da Transf. Lineares

1° interpretação (pelas linhas)

- Seja $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ uma transformação linear $\exists$ funcionais lineares $T_1, \dots, T_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$
  tq $T(x) = (T_1(x), \dots, T_m(x))$

$$T(x) = \begin{pmatrix} \cdots y_1 \cdots \\ \cdots y_2 \cdots \\ \vdots \\ \cdots y_n \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \langle y_1, x \rangle \\ \langle y_2, x \rangle \\ \langle y_m, x \rangle \end{pmatrix} \begin{array}{l} \to T_1(x) \\ \to T_2(x) \\ \end{array}$$