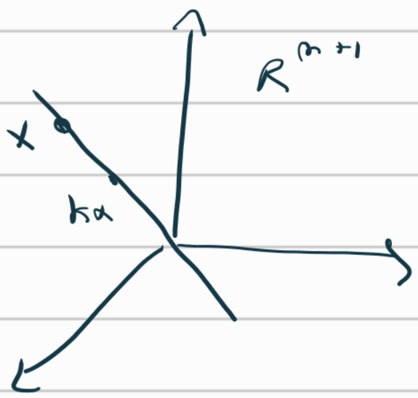
Ponto em $\mathbb{R}P^N$

$x \equiv kx$

igualdade no espaço projetivo



Coordenadas canônicas em $\mathbb{R}P^N$ são aquelas em que fazemos $x_{n+1} = 1$

$$(x_1, \dots x_{n+1})^{\mathbb{R}P^N} = \left(\frac{x_1}{x_{n+1}}, \dots \frac{x_n}{x_{n+1}}, 1 \right)$$

$$\mathbb{R}P^N = \{ x_1, \dots x_n, 1 \} \cup \{ x_1, \dots x_n, 0 \}$$

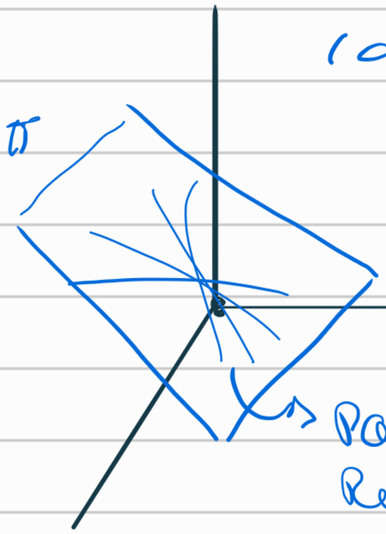
Pontos afins — Pontos ideais / Pontos do infinito

Ex.: $\mathbb{R}P^2$

Retas em $\mathbb{R}P^N$

↳ Uma reta em RP^N é um plano do $\mathbb{R}^{N+1}$ que passa pela origem.

$(0,0,0) \in \pi$



Quais as coordenadas afim?

Pontos da reta

Retas são formadas por pontos

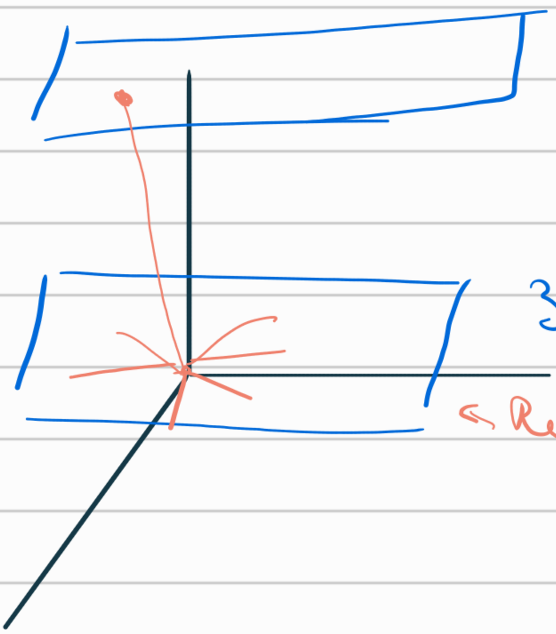
Qual a interseção de π com o plano $z=1$?

É uma reta

Uma reta em $\mathbb{RP}^2$ no plano $z=1$ é uma reta.

Fato: Todos os pontos ideais pertencem a uma reta de $\mathbb{RP}^2$, ou seja, um plano em $\mathbb{R}^3$

$(x, y, 0)$ = Plano $z=0$



$z=1$ $(x,y,1)$

$z=0$ $(x,y,0)$

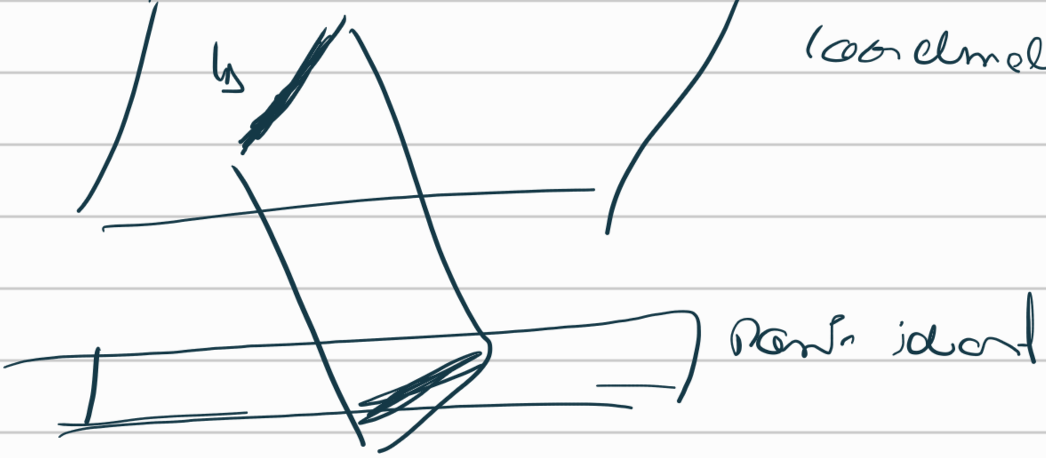
← Reta em $\mathbb{RP}^2$ = reta ideal = passa na origem

O que são interseção de duas retas do $\mathbb{R}^2$ no plano $z=1$. Ou seja, como são as coordenadas quando intersecta?

$\mathbb{R}P^2$	$\mathbb{R}^3$
Ponto	→ reta que passa pela origem
Reta	→ Plano que passa origem

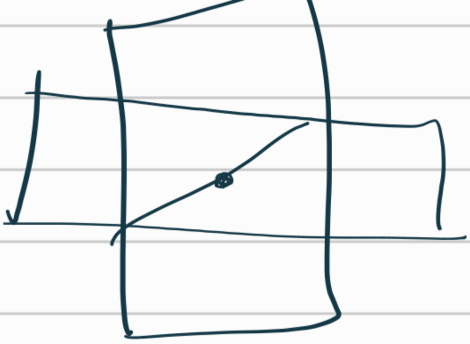
O que é uma reta do $\mathbb{R}P^2$ no plano $z=1$?
Ela é uma reta

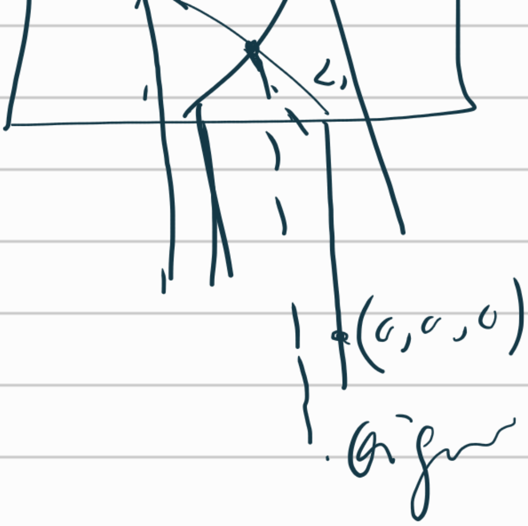
Parte afim



Lugar Geométrico:

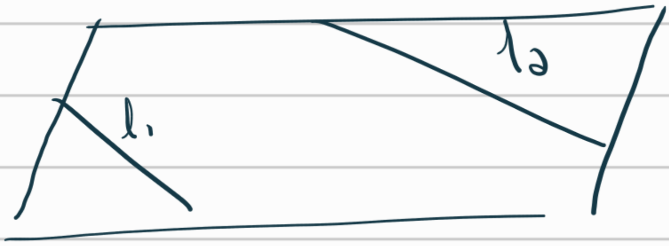
Duas retas do $\mathbb{R}P^2$ sempre se intersectam. Na Origem



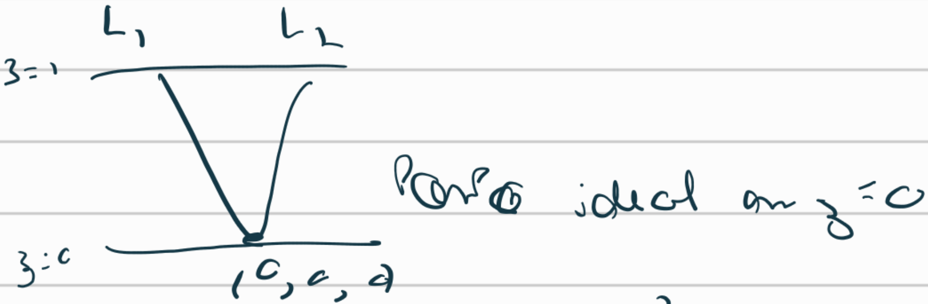


No plano $z=1$ a interseção de duas retas de RP^2 é um Ponto.

O caso anterior mostra que as coordenadas afins do Ponto de interseção podem ser obtidas como interseção de duas retas do Plano $Z=1$.



Em um plano $z=1$ L_1 for paralelo a L_2



as Retas de $\mathbb{R}^3$ $\in$ Plano $z=0$

$L_1 \cap L_2$ é da forma $(X, Y, 0)$, sendo um ponto ideal

$\parallel$

Coordenadas de Reta