

## Lab 3 - BCC406

### REDES NEURAIS E APRENDIZAGEM EM PROFUNDIDADE

#### Construindo uma rede neural

Prof. Eduardo e Prof. Pedro Silva

Aluna: Daniela Costa Terra

Data da entrega : 15/04

- Complete o código (marcado com `ToDo`) e quando requisitado, escreva textos diretamente nos notebooks. Onde tiver `None`, substitua pelo seu código.
- Execute todo notebook e salve tudo em um PDF **nomeado** como "NomeSobrenome-Lab3.pdf"
- Envie o PDF para pelo [FORM](#)

#### ▼ Parte 1 - Rede neural do zero: passo a passo (10pt)

```
from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')
```

Drive already mounted at /content/drive; to attempt to forcibly remount, call `drive.m`

##### Notação:

- Sobrescrito índice  $[l]$  indica os valores associados a  $l$ -ésima camada.
  - **Exemplo:**  $a^{[l]}$  é a ativação da  $l$ -ésima camada.
- Sobrescrito índice  $(i)$  indica os valores associados ao  $i$ -ésimo exemplo.
  - **Exemplo:**  $x^{(i)}$  é o  $i$ -ésimo exemplo de treinamento.
- Subescrito índice  $j$  indica a  $j$ -ésima entrada de um vetor.
  - **Exemplo:**  $a_j^{[l]}$  indica a  $j$ -ésima entrada da ativação da  $l$ -ésima camada.

✓ 0s conclusão: 20:08



Primeiro, vamos executar a célula abaixo para importar todos os pacotes que precisaremos.

- [numpy](#) é o pacote fundamental para a computação científica com Python.
- [h5py](#) é um pacote comum para interagir com um conjunto de dados armazenado em um arquivo H5.
- [matplotlib](#) é uma biblioteca famosa para plotar gráficos em Python.
- [PIL](#) e [scipy](#) são usados aqui para testar seu modelo.
- `dnn_utils` fornece algumas funções necessárias para este notebook.
- `testCases` fornece alguns casos de teste para avaliar as funções.
- `np.random.seed(1)` é usado para manter todas as chamadas de funções aleatórias.

```
# Para Google Colab: Você vai precisar fazer o upload dos arquivos no seu drive e montá-lo
# não se esqueça de ajustar o path para o seu drive
from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')
```

```
Drive already mounted at /content/drive; to attempt to forcibly remount, call drive.m
```

```
# Você vai precisar inserir seu diretório para importar as "bibliotecas próprias" auxiliares
# não se esqueça de ajustar o path para o seu diretório
```

```
import sys
sys.path.append('/content/drive/MyDrive/disciplinasDoutorado/PCC177-2022-1(Redes)/lab3')
```

```
import numpy as np
import h5py
import matplotlib.pyplot as plt
# bibliotecas auxiliares (ver testCases_v4a.py e dnn_utils_v2.py)
from testCases_v4a import *
from dnn_utils_v2 import sigmoid, sigmoid_backward, relu, relu_backward
#
```

```
%matplotlib inline
plt.rcParams['figure.figsize'] = (5.0, 4.0) # set default size of plots
plt.rcParams['image.interpolation'] = 'nearest'
plt.rcParams['image.cmap'] = 'gray'
```

```
%load_ext autoreload
%autoreload 2
```

```
np.random.seed(1)
```

```
The autoreload extension is already loaded. To reload it, use:
```

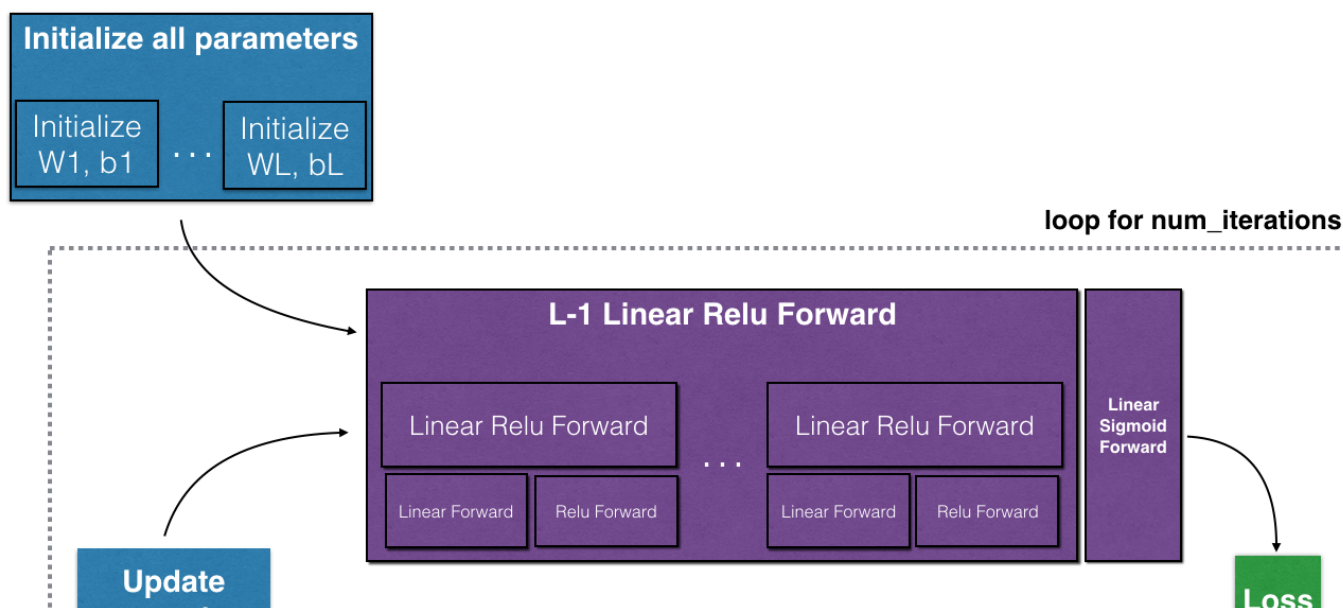
```

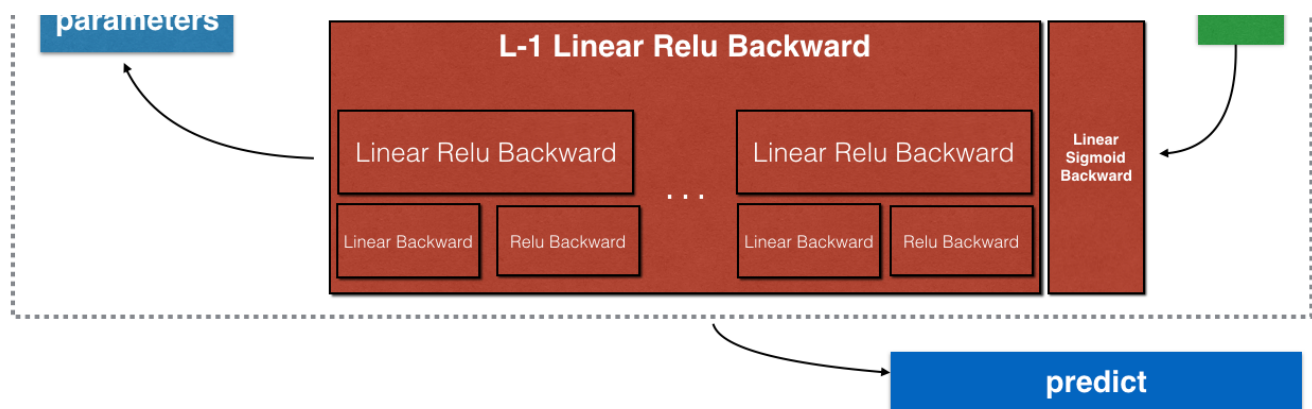
the autoreload extension is already loaded. To reload it, use:
%reload_ext autoreload

```

## 2 - Esboço das Funções auxiliares

- Inicialização dos parâmetros da rede.
- Implementação da fase forward propagation (roxo na figura abaixo).
  - Complete a parte LINEAR da etapa de forward propagation de uma camada (resultando em  $Z^{[l]}$ ).
  - Fornecemos a função ATIVAÇÃO (relu / sigmóide).
  - Combine os dois passos anteriores em uma nova função de avanço [LINEAR-> ATIVAÇÃO].
  - Empilhe a função de avanço [LINEAR-> RELU] L-1 (para as camadas 1 a L-1) e adicione um [LINEAR-> SIGMOID] no final (para a camada final  $L$ ). Isso fornece uma nova função L\_model\_forward.
- Cálculo a função loss.
- Implementação da fase backward propagation (vermelho na figura abaixo).
  - Complete a parte LINEAR da etapa de backward propagation de uma camada.
  - Fornecemos o gradiente da função (relu\_backward / sigmoid\_backward)
  - Combine as duas etapas anteriores em uma nova função [LINEAR-> ATIVAÇÃO] para trás.
  - Empilhe [LINEAR-> RELU] para trás L-1 vezes e adicione [LINEAR-> SIGMOID] para trás em uma nova função L\_model\_backward
- Atualização dos parâmetros.





\*\*Figura 1\*\*

**Observe** que para todas as etapas forward, existe uma etapa backward correspondente. É por isso que em cada etapa forward você estará armazenando alguns valores em cache. Os valores em cache são úteis para calcular gradientes. Na etapa backward, você usará o cache para calcular os gradientes.

### 3 - Inicialização (1pt)

A função será usada para inicializar parâmetros para uma rede com  $L$ -camadas.

#### 3.1 - Rede Neural com $L$ -camadas

##### Instruções:

- A estrutura do modelo é  $* [\text{LINEAR} \rightarrow \text{RELU}] \times (L-1) \rightarrow \text{LINEAR} \rightarrow \text{SIGMOID} *$ . Ou seja, possui  $(L-1)$  camadas usando uma função de ativação ReLU seguida por uma camada de saída com uma função de ativação sigmóide.
- Use inicialização aleatória para as matrizes de peso. Use `np.random.randn(shape) * 0,01`.
- Use a inicialização de zeros para os vieses. Use `np.zeros(shape)`.
- Armazenaremos  $n^{[l]}$ , o número de elementos/neurônios na camada  $l$ , em uma variável `camadas_dims`. Por exemplo, `camadas_dims = [2,4,1]` é uma rede com duas entradas, uma camada oculta com 4 unidades/neurônios e uma camada de saída com 1 unidade/neurônio de saída.

```
# Inicialize_parametros
```

```
def initialize_parametros(camadas_dims):
    """
    - . . .
```

Entrada:

camadas\_dims -- python array (lista) contendo a dimensão de cada camada da rede

Saída:

parametros -- python dicionario contendo os parametros "W1", "b1", ..., "WL", "bL":  
 Wl -- vetor de pesos com formato (camadas\_dims[l], camadas\_dims[l-1])  
 bl -- vetor de vies com formato (camadas\_dims[l], 1)

"""

np.random.seed(3)

parametros = {}

L = len(camadas\_dims) # ToDo: número de camadas da rede

### Início do código ###

for l in range(1, L):

# dica: itere pelo número de camadas, inicializando pesos e viés de cada camada,  
 # e armazenem em parameters (≈ 2 linhas de código)

parametros['W' + str(l)] = np.random.randn(camadas\_dims[l], camadas\_dims[l-1]) \* 0.01

parametros['b' + str(l)] = np.zeros((camadas\_dims[l], 1)) # ToDo

### Fim do código ###

return parametros

**Comentários** Ao concluir o `inicialize_parametros`, certifique-se de que as dimensões entre cada camada estejam corretas. Lembre-se de que  $n^{[l]}$  é o número de unidades na camada  $l$ . Assim, por exemplo, se o tamanho da nossa entrada  $X$  for (12288, 209) (com número de exemplos  $m = 209$ ), então:

	<b>**Formato de W**</b>	<b>**Formato de b**</b>	<b>**Ativação**</b>	<b>**Formato da Ativação**</b>
<b>**Camada 1**</b>	$(n^{[1]}, 12288)$	$(n^{[1]}, 1)$	$Z^{[1]}$ $= W^{[1]}X$ $+ b^{[1]}$	$(n^{[1]}, 209)$
<b>**Camada 2**</b>	$(n^{[2]}, n^{[1]})$	$(n^{[2]}, 1)$	$Z^{[2]}$ $= W^{[2]}A^{[1]}$ $+ b^{[2]}$	$(n^{[2]}, 209)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<b>**Camada L-1**</b>	$(n^{[L-1]}, n^{[L-2]})$	$(n^{[L-1]}, 1)$	$Z^{[L-1]}$ $= W^{[L-1]}A^{[L-2]}$ $+ b^{[L-1]}$	$(n^{[L-1]}, 209)$
<b>**Camada L**</b>	$(n^{[L]}, n^{[L-1]})$	$(n^{[L]}, 1)$	$Z^{[L]}$ $= W^{[L]}A^{[L-1]}$ $+ b^{[L]}$	$(n^{[L]}, 209)$

# Teste

parametros = inicialize\_parametros([5,4,3])

print("Formato de parametros: ", parametros)

```

print("w1 = " + str(parametros["w1"]))
print("b1 = " + str(parametros["b1"]))
print("w2 = " + str(parametros["w2"]))
print("b2 = " + str(parametros["b2"]))

w1 = [[ 0.01788628  0.0043651  0.00096497 -0.01863493 -0.00277388]
       [-0.00354759 -0.00082741 -0.00627001 -0.00043818 -0.00477218]
       [-0.01313865  0.00884622  0.00881318  0.01709573  0.00050034]
       [-0.00404677 -0.0054536  -0.01546477  0.00982367 -0.01101068]]
b1 = [[0.]
       [0.]
       [0.]
       [0.]]
w2 = [[-0.01185047 -0.0020565  0.01486148  0.00236716]
       [-0.01023785 -0.00712993  0.00625245 -0.00160513]
       [-0.00768836 -0.00230031  0.00745056  0.01976111]]
b2 = [[0.]
       [0.]
       [0.]]

```

### Valores esperados:

```

**W1** [[ 0.01788628 0.0043651 0.00096497 -0.01863493 -0.00277388] [-0.00354759 -0.00082741 -0.00627001 -0.00043818 -0.00477218]
**b1** [[0.] [0.] [0.] [0.]]
**W2** [[-0.01185047 -0.0020565 0.01486148 0.00236716] [-0.01023785 -0.00712993 0.00625245 -0.00160513] [-0.00768836 -0.00230031 0.00745056 0.01976111]]
**b2** [[0.] [0.] [0.]]

```

## 4 - Fase: Forward propagation (2pt)

Usaremos duas funções:

- LINEAR
- [LINEAR -> RELU] × (L-1) -> LINEAR -> SIGMOID

### 4.1 - Linear Forward

A função linear\_forward (sobre todos os examples) é definida pela equação:

$$Z^{[l]} = W^{[l]}A^{[l-1]} + b^{[l]} \quad (4)$$

onde  $A^{[0]} = X$ .

**Lembrete** Lembre-se de que quando calculamos  $WX + b$  em python, ele realiza **broadcasting**.

Por exemplo, se:

$$W = \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} s \\ t \\ u \end{bmatrix} \quad (2)$$

Então  $WX + b$  será:

$$WX + b = \begin{bmatrix} (ja + kd + lg) + s & (jb + ke + lh) + s & (jc + kf + li) + s \\ (ma + nd + og) + t & (mb + ne + oh) + t & (mc + nf + oi) + t \\ (pa + qd + rg) + u & (pb + qe + rh) + u & (pc + qf + ri) + u \end{bmatrix} \quad (3)$$

# Função linear\_forward

```
def linear_forward(A, W, b):
```

```
    """
```

```
    Implementa a parte linear da fase de propagação nas camadas
```

```
    Entradas:
```

```
    A - dados de entrada da camada atual (ativações da camada anterior): formato (tamanho (
```

```
    W - matriz de pesos: matriz numpy com formato (tamanho da camada atual, tamanho da cam
```

```
    b - vetor de viés, matriz numpy com formato (tamanho da camada atual, 1)
```

```
    Saídas:
```

```
    Z -- a entrada da função de ativação, também chamada de parâmetro de pré-ativação
```

```
    cache - uma tupla python contendo "A", "W" e "b"; (armazenado para usar na fase backwar
```

```
    """
```

```
    ### Início do código ### (≈ 2 linhas de código)
```

```
    Z = W.dot(A) + b # dica: use a função .dot()
```

```
    cache = (A, W, b)
```

```
    ### Fim do código ###
```

```
    return Z, cache
```

```
# Teste
```

```
A, W, b = linear_forward_test_case()
```

```
Z, linear_cache = linear_forward(A, W, b)
```

```
Z, linear_cache
```

```
(array([[ 3.26295337, -1.23429987]]), (array([[ 1.62434536, -0.61175641],
        [-0.52817175, -1.07296862],
        [ 0.86540763, -2.3015387 ]]),
array([[ 1.74481176, -0.7612069 ,  0.3190391 ]]),
array([[ -0.24937038]]))
```

**Valores Esperados:**

```
**Z** [[ 3.26295337 -1.23429987]]
```

## 4.2 - Linear-Ativação Forward

Usaremos duas funções de ativação:

usaremos duas funções de ativação.

- **Sigmoid:**  $\sigma(Z) = \sigma(WA + b) = \frac{1}{1+e^{-(WA+b)}}$ . A função `sigmoid`, **retorna dois** itens: o valor de ativação "a" e um "cache" que contém "z" (necessário para a fase backward correspondente). Para usá-lo, basta chamar:

```
A, ativacao_cache = sigmoid(Z)
```

- **ReLU:** A fórmula é  $A = RELU(Z) = \max(0, Z)$ . A função `relu`, **retorna dois** itens: o valor de ativação "a" e um "cache" que contém "z" (necessário para a fase backward correspondente). Para usá-lo, basta chamar:

```
A, ativacao_cache = relu(Z)
```

**Exercício:** Implemente a *LINEAR-> ATIVAÇÃO* da camada da fase forward propagation. A relação matemática é:  $A^{[l]} = g(Z^{[l]}) = g(W^{[l]}A^{[l-1]} + b^{[l]})$  onde a ativação "g" pode ser `sigmoid` ou `relu`. Use a função `linear_forward()`.

```
# Função linear_ativacao_forward
```

```
def linear_ativacao_forward(A_prev, W, b, ativacao):
```

```
    """
```

```
    Implementa a *LINEAR-> ATIVAÇÃO* da camada da fase forward propagation
```

```
    Entradas:
```

```
    A_prev -- dados de entrada da camada atual (ativações da camada anterior): formato (tar
```

```
    W - matriz de pesos: matriz numpy com formato (tamanho da camada atual, tamanho da cam
```

```
    b - vetor de viés, matriz numpy com formato (tamanho da camada atual, 1)
```

```
    ativacao -- "sigmoid" ou "relu"
```

```
    Saídas:
```

```
    A -- a saída da função de ativação, também chamada de valor da pós-ativação
```

```
    cache -- uma tupla python contendo "linear_cache" e "ativacao_cache";
```

```
    (armazenado para usar na fase backward propagation)
```

```
    """
```

```
    A = np.array([])
```

```
    cache = ()
```

```
    if ativacao == "sigmoid":
```

```
        # Entradas: "A_prev, W, b". Saídas: "A, ativacao_cache".
```

```
        ### Início do código ###
```

```
        # dicas: use sua funcao de propagação e as funções de ativação fornecidas em dnn_ut
```

```
        Z, linear_cache = linear_forward(A_prev, W, b)
```

```
        A, activation_cache = sigmoid(Z)
```

```
        cache = (linear_cache, activation_cache)
```



```

    cache = (linear_cache, activation_cache)
    ### Fim do código ###

elif ativacao == "relu":
    # Entradas: "A_prev, W, b". Saídas: "A, ativacao_cache".
    ### Início do código ###
    # dicas: use sua funcao de propagação e as funções de ativação fornecidas em dnn_utils
    Z, linear_cache = linear_forward(A_prev, W, b)
    A, activation_cache = relu(Z)
    cache = (linear_cache, activation_cache)
    ### Fim do código ###

return A, cache

# Teste

A_prev, W, b = linear_activation_forward_test_case()

A, linear_ativacao_cache = linear_ativacao_forward(A_prev, W, b, ativacao = "sigmoid")
print("com sigmoid: A = " + str(A))

A, linear_ativacao_cache = linear_ativacao_forward(A_prev, W, b, ativacao = "relu")
print("com ReLU: A = " + str(A))

```

```

com sigmoid: A = [[0.96890023 0.11013289]]
com ReLU: A = [[3.43896131 0.      ]]

```

### Valores esperados:

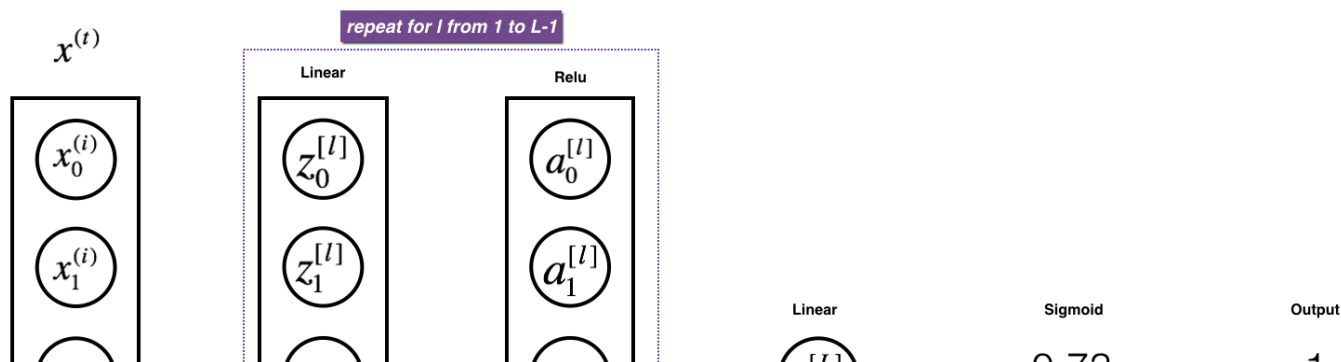
```

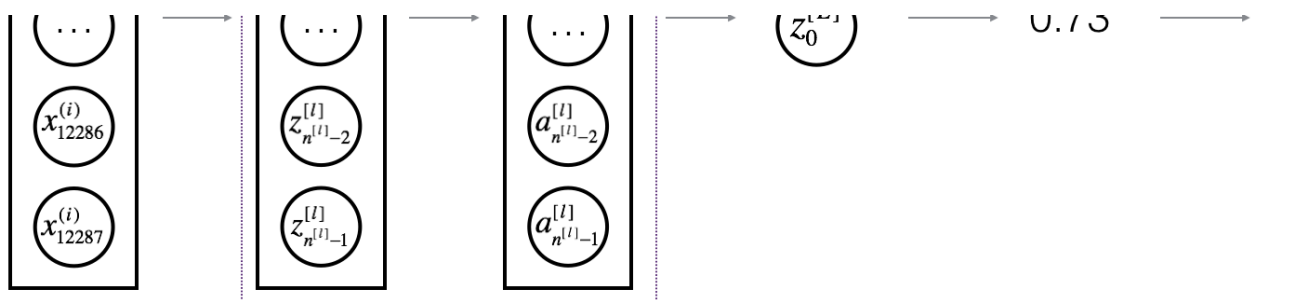
**com sigmoid: A ** [[ 0.96890023 0.11013289]]
**com ReLU: A **    [[ 3.43896131 0.      ]]

```

### d) Modelo de L-camadas

Replica a função `linear_ativacao_forward` com RELU ( $L - 1$ ) vezes, depois uma vez `linear_ativacao_forward` com SIGMOID.





**\*\*Figura 2\*\*** : Esquema do modelo \*[LINEAR -> RELU] × (L-1) -> LINEAR -> SIGMOID\*

**Instrução:** A variável AL é  $A^{[L]} = \sigma(Z^{[L]}) = \sigma(W^{[L]}A^{[L-1]} + b^{[L]})$ . (ativação da última camada, i.e.,  $\hat{Y}$ .)

# L\_modelo\_forward

```
def L_modelo_forward(X, parametros):
    """
    Implementa a fase forward propagation

    Entradas:
    X -- dados, numpy array de tamanho (input size, number of examples)
    parametros -- parametros iniciais

    Saídas:
    AL -- valor da pós-ativação da última camada
    caches -- lista dos caches contendo:
        todos caches da linear_ativacao_forward() (existem L-1 deles, indexados de
        """

    caches = []
    A = X # dados da camada inicial
    L = int(len(parametros)/2) # números de camadas da rede

    # Implemente [LINEAR -> RELU]*(L-1). Adicione o "linear_cache" para a lista "caches".
    ### Início do código ###
    for l in range(1, L):
        A_prev = A
        A, cache = linear_ativacao_forward(A_prev, parametros["W"+str(l)], parametros["b"+str(l)])
        caches.append(cache)
    ### Fim do código ###

    # Implement LINEAR -> SIGMOID. Add "cache" to the "caches" list.
    ### Início do código ###
    AL, cache = linear_ativacao_forward(A, parametros["W"+str(L)], parametros["b"+str(L)])
    caches.append(cache)
    ### Fim do código ###
```

```

return AL, caches

X, parametros = L_model_forward_test_case_2hidden()
AL, caches = L_modelo_forward(X, parametros)

print("AL = " + str(AL))
print("Tamanho da lista caches = " + str(len(caches)))

AL = [[0.03921668 0.70498921 0.19734387 0.04728177]]
Tamanho da lista caches = 3

```

### Valores Esperados:

```

**AL**
[[ 0.03921668 0.70498921 0.19734387 0.04728177]]

**Tamanho da lista caches** 3

```

Usando  $A^{[L]}$ , você deve calcular o custo da rede.

## 5 - Função Custo (cross-entropy) (2pt)

Para a fase backward propagation é necessário o cálculo da função custo.

**Exercício:** Use a seguinte função custo:

$$-\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y^{(i)} \log(a^{[L](i)}) + (1 - y^{(i)}) \log(1 - a^{[L](i)})) \quad (7)$$

obs.: veja que é a mesma implementada para o Lab1b.

```

# Função custo

def custo(AL, Y):
    """
    Implementa a função custo da rede.

    Entradas:
    AL -- Probabilidade de predição da rede, (1, numero de exemplos)
    Y -- Vetor de rótulos dos exemplos de treinamento ( 0 se não tem gato, 1 tem gato ), (

    Saída:
    custo -- custo da rede
    """

    m = Y.shape[1] # número de exemplos

```

```
# Compute loss from AL and y.
###Início do código ### (≈ 1 linha de código)
custo = -1/m*np.sum(np.sum(Y*np.log(AL) + (1 - Y)*np.log(1 - AL), axis=0))
### Fim do código ###

custo = np.squeeze(custo)      # assegurar o formato esperado ( [[17]] para 17).

return custo

Y, AL = compute_cost_test_case()

print("custo = " + str(custo(AL, Y)))

custo = 0.2797765635793422
```

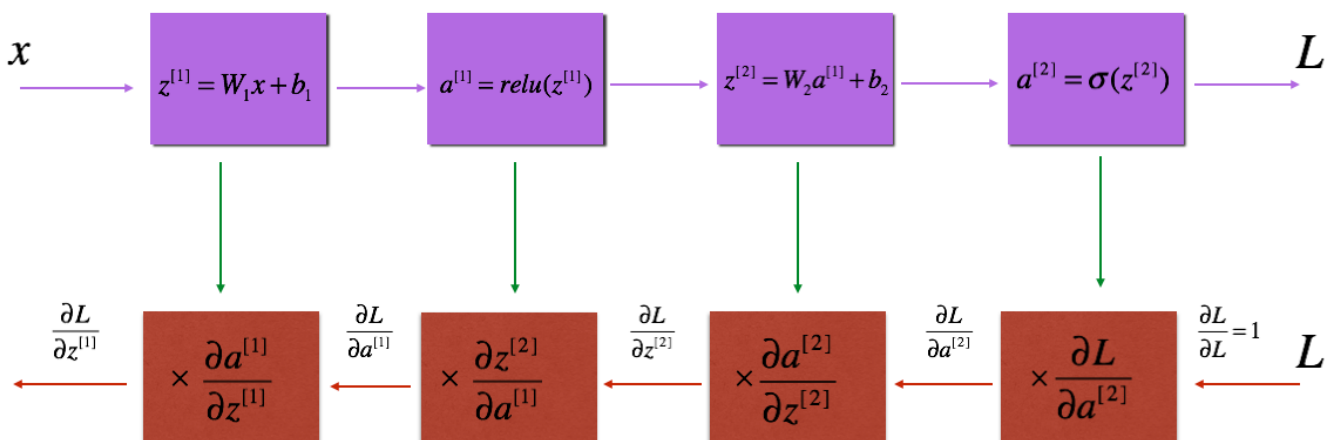
### Valores Esperados:

**\*\*custo\*\*** 0.2797765635793422

## 6 - Fase: Backward propagation (2pt)

Com funções auxiliares, a fase back propagation é usada para calcular o gradiente da função loss em relação aos parâmetros.

### Lembrete:



**\*\*Figura 3\*\* :**

\*Os blocos roxos representam a fase forward propagation, e os vermelhos representam a fase backward propagation.\*

Usaremos duas funções, igualmente feito na fase forward:

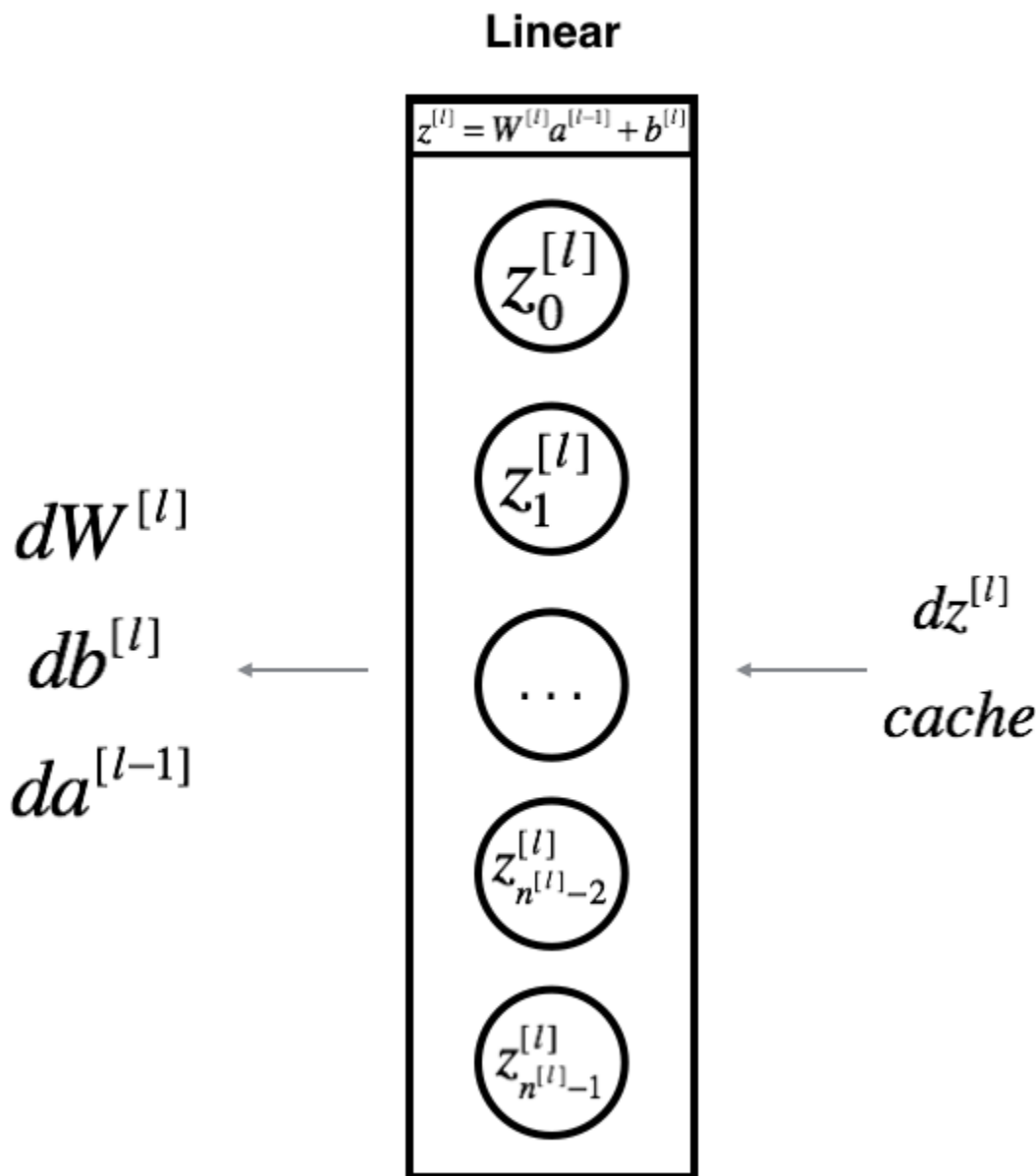
- LINEAR

- [LINEAR -> RELU]  $\times$  (L-1) -> LINEAR -> SIGMOID

## 6.1 - Linear backward

Para a camada  $l$ , a parte linear é:  $Z^{[l]} = W^{[l]} A^{[l-1]} + b^{[l]}$  (seguida por uma ativação).

Suponha que  $dZ^{[l]} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Z^{[l]}}$  já foi calculado.



**\*\*Figura 4\*\***

As saídas ( $dW^{[l]}$ ,  $db^{[l]}$ ,  $da^{[l-1]}$ ) são calculadas usando  $dZ^{[l]}$ :

$$dW^{[l]} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial W^{[l]}} = \frac{1}{m} dZ^{[l]} A^{[l-1]T} \quad (8)$$

$$db^{[l]} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial b^{[l]}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m dZ^{[l](i)} \quad (9)$$

$$dA^{[l-1]} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A^{[l-1]}} = W^{[l]T} dZ^{[l]} \quad (10)$$

**Exercício:** Use as 3 fórmulas acima para implementar `linear_backward()`.

```
# linear_backward

def linear_backward(dZ, cache):
    """
    Implementa a parte linear da fase backward propagation em uma camada l

    Entradas:
    dZ -- gradiente do custo em relação a saída linear da camada l
    cache -- tupla (A_prev, W, b) vindo da forward propagation da camada l

    Saídas:
    dA_prev -- gradiente do custo em relação a ativação da camada l-1,
    dW -- gradiente do custo em relação a W da camada l,
    db -- gradiente do custo em relação a b,
    """
    A_prev, W, b = cache
    m = A_prev.shape[1]

    #print(A_prev.shape[1])
    #print(dZ.shape[1])

    ### Início do código ###
    dW = 1/m * dZ.dot(A_prev.T)
    db = 1/m * np.sum(dZ, axis = 1).reshape(dZ.shape[0], 1)
    dA_prev = W.T.dot(dZ)
    ### Fim do código ###

    assert (dA_prev.shape == A_prev.shape)
    assert (dW.shape == W.shape)
    assert (db.shape == b.shape)

    return dA_prev, dW, db

# Teste
dZ, linear_cache = linear_backward_test_case()

dA_prev, dW, db = linear_backward(dZ, linear_cache)

print ("dA_prev = " + str(dA_prev))
print ("dW = " + str(dW))
print ("db = " + str(db))

dA_prev = [[-1.15171336  0.06718465 -0.3204696  2.09812712]
```

```

dA_prev = [[ 1.15171336  0.06718465  0.3204696  2.09812712]
 [ 0.60345879 -3.72508701  5.81700741 -3.84326836]
 [-0.4319552  -1.30987417  1.72354705  0.05070578]
 [-0.38981415  0.60811244 -1.25938424  1.47191593]
 [-2.52214926  2.67882552 -0.67947465  1.48119548]]
dW = [[ 0.07313866 -0.0976715  -0.87585828  0.73763362  0.00785716]
 [ 0.85508818  0.37530413 -0.59912655  0.71278189 -0.58931808]
 [ 0.97913304 -0.24376494 -0.08839671  0.55151192 -0.10290907]]
db = [[-0.14713786]
 [-0.11313155]
 [-0.13209101]]

```

## Valores Esperados:

```

dA_prev =
[[-1.15171336  0.06718465 -0.3204696  2.09812712]
 [ 0.60345879 -3.72508701  5.81700741 -3.84326836]
 [-0.4319552  -1.30987417  1.72354705  0.05070578]
 [-0.38981415  0.60811244 -1.25938424  1.47191593]
 [-2.52214926  2.67882552 -0.67947465  1.48119548]]
dW =
[[ 0.07313866 -0.0976715  -0.87585828  0.73763362  0.00785716]
 [ 0.85508818  0.37530413 -0.59912655  0.71278189 -0.58931808]
 [ 0.97913304 -0.24376494 -0.08839671  0.55151192 -0.10290907]]
db =
[[-0.14713786]
 [-0.11313155]
 [-0.13209101]]

```

## 6.2 - Linear-Ativação backward

A etapa backward para a ativação `linear_ativacao_backward`.

Use as funções:

- `sigmoid_backward`: backward propagation para SIGMOID:

```
dZ = sigmoid_backward(dA, ativacao_cache)
```

- `relu_backward`: backward propagation para RELU:

```
dZ = relu_backward(dA, ativacao_cache)
```

Se  $g(.)$  é a função de ativação, `sigmoid_backward` e `relu_backward` calcula

$$dZ^{[l]} = dA^{[l]} * g'(Z^{[l]}) \quad (11)$$

```

# linear_ativacao_backward

def linear_ativacao_backward(dA, cache, ativacao):
    """
    Implementa a backward propagation para ativação.

    Entradas:
    dA -- gradiente da pos-ativacao gradient para camada l
    cache -- tupla de valores (linear_cache, ativacao_cache)
    ativacao -- "sigmoid" or "relu"

    Saídas:
    dA_prev -- gradiente do custo em relação a ativação da camada l-1,
    dW -- gradiente do custo em relação a W da camada l,
    db -- gradiente do custo em relação a b,
    """
    linear_cache, ativacao_cache = cache

    if ativacao == "relu":
        ### Início do código ###
        dZ = relu_backward(dA, ativacao_cache)
        dA_prev, dW, db = linear_backward(dZ, linear_cache)
        ### Fim do código ###

    elif ativacao == "sigmoid":
        ### Início do código ###
        dZ = sigmoid_backward(dA, ativacao_cache)
        dA_prev, dW, db = linear_backward(dZ, linear_cache)
        ### Fim do código ###

    return dA_prev, dW, db

# Teste

dAL, linear_ativacao_cache = linear_activation_backward_test_case()
dA_prev, dW, db = linear_ativacao_backward(dAL, linear_ativacao_cache, ativacao = "sigmoid")
print ("sigmoid:")
print ("dA_prev = " + str(dA_prev))
print ("dW = " + str(dW))
print ("db = " + str(db) + "\n")

dA_prev, dW, db = linear_ativacao_backward(dAL, linear_ativacao_cache, ativacao = "relu")
print ("relu:")
print ("dA_prev = " + str(dA_prev))
print ("dW = " + str(dW))
print ("db = " + str(db))

```



```
print ( db =  + str(db))

sigmoid:
dA_prev = [[ 0.11017994  0.01105339]
 [ 0.09466817  0.00949723]
 [-0.05743092 -0.00576154]]
dW = [[ 0.10266786  0.09778551 -0.01968084]]
db = [[-0.05729622]]

relu:
dA_prev = [[ 0.44090989  0.          ]
 [ 0.37883606  0.          ]
 [-0.2298228  0.          ]]
dW = [[ 0.44513824  0.37371418 -0.10478989]]
db = [[-0.20837892]]
```

### Valores esperados com:

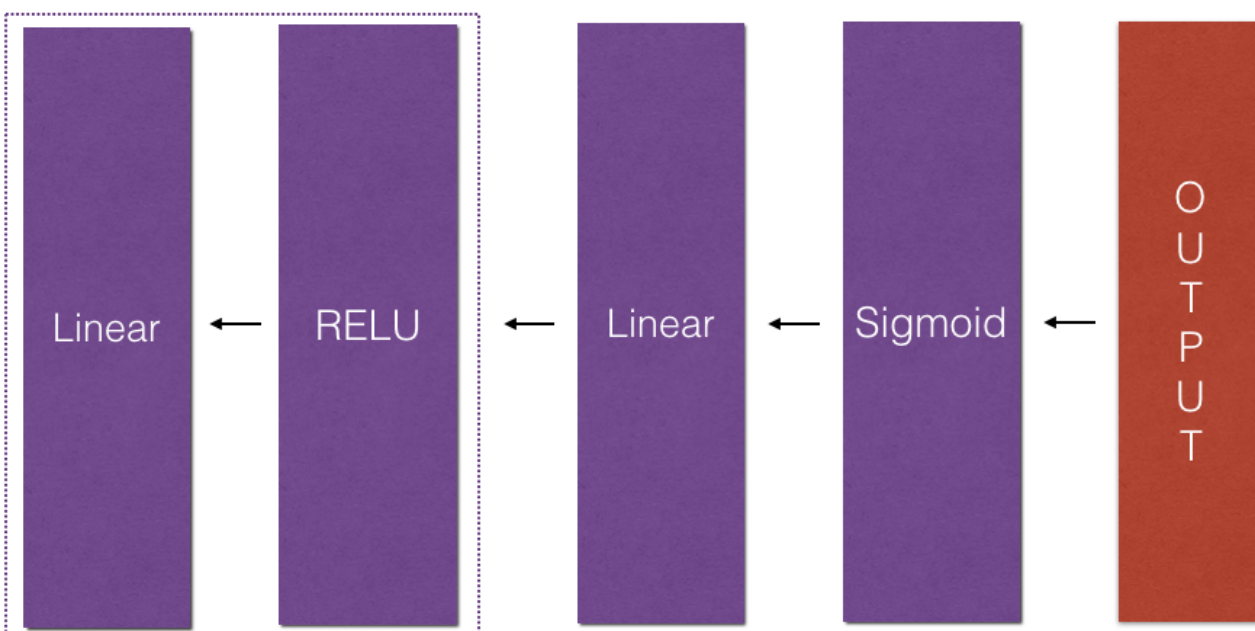
```
dA_prev [[ 0.11017994 0.01105339] [ 0.09466817 0.00949723] [-0.05743092 -0.00576154]]
dW      [[ 0.10266786 0.09778551 -0.01968084]]
db      [[-0.05729622]]
```

### Valores esperados com relu:

```
dA_prev [[ 0.44090989 0. ] [ 0.37883606 0. ] [-0.2298228 0. ]]
dW      [[ 0.44513824 0.37371418 -0.10478989]]
db      [[-0.20837892]]
```

## 6.3 - L-Modelo Backward

A Figura mostra a fase backward.



**repeat L-1 times**

**\*\*Figura 5\*\* : Fase Backward**

**Inicializando a fase backpropagation:** A saída da rede é,  $A^{[L]} = \sigma(Z^{[L]})$ . Então temos que calcular  $dAL = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A^{[L]}}$ :

$$dAL = -\frac{Y}{AL} + \frac{1-Y}{1-AL}$$

O gradiente  $dAL$  para continuar propagando. Como visto na Figura 5,  $dAL$  vai alimentar a `linear_ativacao_backward` com ativação SIGMOID (que utilizará os valores armazenados em cache armazenados pela função `L_modelo_forward`). Depois disso, você terá que usar um loop `for` para percorrer todas as outras camadas usando `linear_ativacao_backward` com ativação RELU. Você deve armazenar cada  $dA$ ,  $dW$  e  $db$  no dicionário `grads`.

```
# L_modelo_backward

def L_modelo_backward(AL, Y, caches):
    """
    Implementa a backward propagation para [LINEAR->RELU] * (L-1) -> LINEAR -> SIGMOID

    Entradas:
    AL -- Probabilidade de predição da rede, saída da fase forward propagation (L_modelo_for
    Y -- Vetor de rótulos dos exemplos de treinamento ( 0 se não tem gato, 1 tem gato )
    caches -- lista de caches contendo:
        todos cache da linear_ativacao_forward() com "relu" ( caches[1], l = 0...L-1
        o cache da linear_ativacao_forward() com "sigmoid" (caches[L-1])

    Saídas:
    grads -- Um dicionário com os gradientes

    """
    grads = {}
    L = len(caches) # número de camadas
    m = AL.shape[1] # número de exemplos

    Y = Y.reshape(AL.shape) # Y deve ter o mesmo formato que AL

    # Inicializando a fase backpropagation
    ### Início do código ###
    dAL = - Y/AL + (1 - Y)/(1 - AL) # gradiente do custo em relação a AL
    ### Fim do código ###

    # gradiente da l-ésima camada (SIGMOID -> LINEAR).
    # Entrada: "dAL, corrente_cache". Saída: "d(AL-1), dWL, dbL"
    ### Início do código ###
    current_cache = caches[L-1]
```

```

current_cache = caches[l-1]
grads["dA" + str(L-1)], grads["dW" + str(L)], grads["db" + str(L)] = linear_ativacao_b:
### Fim do código ###

# Gradientes das camadas anteriores: (RELU -> LINEAR)
# Entradas: "dA(l+1), corrente_cache".
# Saídas: "dA(l), dW(l+1), db(l+1)"
### Início do código ###
# Loop de l=L-2 até l=0
for l in reversed(range(L-1)):
    current_cache = caches[l]
    dA_prev_temp, dW_temp, db_temp = linear_ativacao_backward(grads["dA" + str(l+1)], cu
    grads["dA" + str(l)] = dA_prev_temp
    grads["dW" + str(l + 1)] = dW_temp
    grads["db" + str(l + 1)] = db_temp
### Fim do código ###

return grads

```

```
AL, Y_teste, caches = L_model_backward_test_case()
```

```
grads = L_modelo_backward(AL, Y_teste, caches)
print_grads(grads)
```

```

dW1 = [[0.41010002 0.07807203 0.13798444 0.10502167]
 [0.          0.          0.          0.          ]
 [0.05283652 0.01005865 0.01777766 0.0135308 ]]
db1 = [[-0.22007063]
 [ 0.          ]
 [-0.02835349]]
dA1 = [[ 0.12913162 -0.44014127]
 [-0.14175655  0.48317296]
 [ 0.01663708 -0.05670698]]

```

## Valores esperados

```

dW1  [[0.41010002 0.07807203 0.13798444 0.10502167] [0. 0. 0. 0.] [0.05283652 0.01005865 0.01777766 0.0135308 ]]
db1  [[-0.22007063] [0.] [-0.02835349]]
dA1  [[0.12913162 -0.44014127] [-0.14175655 0.48317296] [ 0.01663708 -0.05670698]]

```

## 6.4 - Atualização dos parâmetros

Usando gradiente descendente:

$$W^{[l]} = W^{[l]} - \alpha dW^{[l]} \quad (16)$$

$$b^{[l]} = b^{[l]} - \alpha db^{[l]} \quad (17)$$

onde  $\alpha$  é a taxa de aprendizagem.

**Instruções:** Atualização dos parâmetros usando gradiente descendente:  $W^{[l]}$  and  $b^{[l]}$  para  $l = 1, 2, \dots, L$ .

```
# atualize_parametros

def atualize_parametros(parametros, grads, learning_rate):
    """
    Atualização dos parâmetros usando gradiente descendente:

    Entradas:
    parametros -- python dicionario contendo os parametros
    grads -- python dicionario contendo os gradientes, saída L_modelo_backward

    Saídas:
    parametros -- python dicionario contendo os parametros

    """

    L = int(len(parametros)/2) # número de camadas da rede

    # Atualiza os parametros.
    ### Início do código ###
    for l in range(L):
        parametros["W" + str(l+1)] -= learning_rate* grads["dW" + str(l+1)]
        parametros["b" + str(l+1)] -= learning_rate* grads["db"+ str(l+1)]
    ### Fim do código ###
    return parametros

parametros, grads = update_parameters_test_case()
parametros = atualize_parametros(parametros, grads, 0.1)

print ("W1 = "+ str(parametros["W1"]))
print ("b1 = "+ str(parametros["b1"]))
print ("W2 = "+ str(parametros["W2"]))
print ("b2 = "+ str(parametros["b2"]))

W1 = [[-0.59562069 -0.09991781 -2.14584584  1.82662008]
      [-1.76569676 -0.80627147  0.51115557 -1.18258802]
      [-1.0535704  -0.86128581  0.68284052  2.20374577]]
b1 = [[-0.04659241]
      [-1.28888275]
      [ 0.53405496]]
W2 = [[-0.55569196  0.0354055  1.32964895]]
b2 = [[-0.84610769]]
```

### Valores esperados:

```
W1  [[-0.59562069 -0.09991781 -2.14584584 1.82662008] [-1.76569676 -0.80627147 0.51115557 -1.18258802] [-1.0535704 -0.86128581 0.68284052 2.20374577]]
b1  [[-0.04659241] [-1.28888275] [ 0.53405496]]
```

```
W2  [[-0.55569196 0.0354055 1.32964895]]
b2  [[-0.84610769]]
```

## 7 - Construa o modelo (2pt)

Implemente o modelo usando as funções anteriores para treinar os parâmetros da rede no conjunto de dados.

```
# L_layer_modelo

def L_layer_modelo(X, Y, camada_dims, learning_rate = 0.0075, num_iter = 3000, print_custo:
    """
    Implementa a uma rede neural com L-camadas: [LINEAR->RELU]*(L-1)->LINEAR->SIGMOID.

    Entradas:
    X -- conjunto de treinamento representado por uma matriz numpy da forma (num_px * num_px * 3, num_px)
    Y -- rótulos de treinamento representados por uma matriz numpy (vetor) da forma (1, num_px)
    camada_dims -- lista contendo a dimensão dos dados de entrada e tamanho de cada camada oculta
    learning_rate -- hiperparâmetro que representa a taxa de aprendizado usada na regra de atualização
    num_iter -- hiperparâmetro que representa o número de iterações para otimizar os parâmetros
    print_custo -- imprime o custo a cada 100 iterações

    Saida:
    parametros -- parametros aprendidos do modelo.
    """

    np.random.seed(1)
    custos = [] # guarda o custo

    # Inicialização dos parametros
    ### Início do código ###
    parameters = initialize_parameters(camada_dims) # dica : ver sua função de inicialização
    ### Fim do código ###

    # Gradiente descendente. Dica : use as funções que você escreveu acima
    for i in range(0, num_iter):

        # Fase Forward propagation: [LINEAR -> RELU]*(L-1) -> LINEAR -> SIGMOID.
        ### Início do código ###
        AL, caches = L_modelo_forward(X, parameters)
        ### Fim do código ###

        # Calculo do Custo.
        ### Início do código ###
        cost = custo(AL, Y)
        ### Fim do código ###
```

```

# Fase Backward propagation.
### Início do código ###
grads = L_modelo_backward(AL, Y, caches)
### Fim do código ###

# Atualização dos parametros.
### Início do código ###
parameters = atualize_parametros(parameters, grads, learning_rate)
### Fim do código ###

# Imprime o custo cada 100 iterações
if print_custo and i % 100 == 0:
    print ("Custo depois da iteração %i: %f" %(i, cost))
if print_custo and i % 100 == 0:
    custos.append(cost)

# plot the cost
plt.plot(np.squeeze(custos))
plt.ylabel('custo')
plt.xlabel('iterações (por centenas)')
plt.title("Taxa de aprendizagem =" + str(learning_rate))
plt.show()

return parameters

```

## 8- Pronto! (1pt)

### Pre-processamento dos dados

Vamos construir o modelo para treinar um classificador de imagens (o mesmo da regressão logística)

```

# Lendo os dados (gato/não-gato)
def load_dataset():

    train_dataset = h5py.File('/content/drive/MyDrive/disciplinasDoutorado/PCC177-2022-1(Re:
    train_set_x_orig = np.array(train_dataset["train_set_x"][:]) # your train set features
    train_set_y_orig = np.array(train_dataset["train_set_y"][:]) # your train set labels

    test_dataset = h5py.File('/content/drive/MyDrive/disciplinasDoutorado/PCC177-2022-1(Re:
    test_set_x_orig = np.array(test_dataset["test_set_x"][:]) # your test set features
    test_set_y_orig = np.array(test_dataset["test_set_y"][:]) # your test set labels

    classes = np.array(test_dataset["list_classes"][:]) # the list of classes
    train_set_y_orig = train_set_y_orig.reshape((1, train_set_y_orig.shape[0]))

```

```

test_set_y_orig = test_set_y_orig.reshape((1, test_set_y_orig.shape[0]))

return train_set_x_orig, train_set_y_orig, test_set_x_orig, test_set_y_orig, classes

# Lendo os dados (gato/não-gato)
treino_x_orig, treino_y, teste_x_orig, teste_y, classes = load_dataset()

```

Pre-processamento necessário.

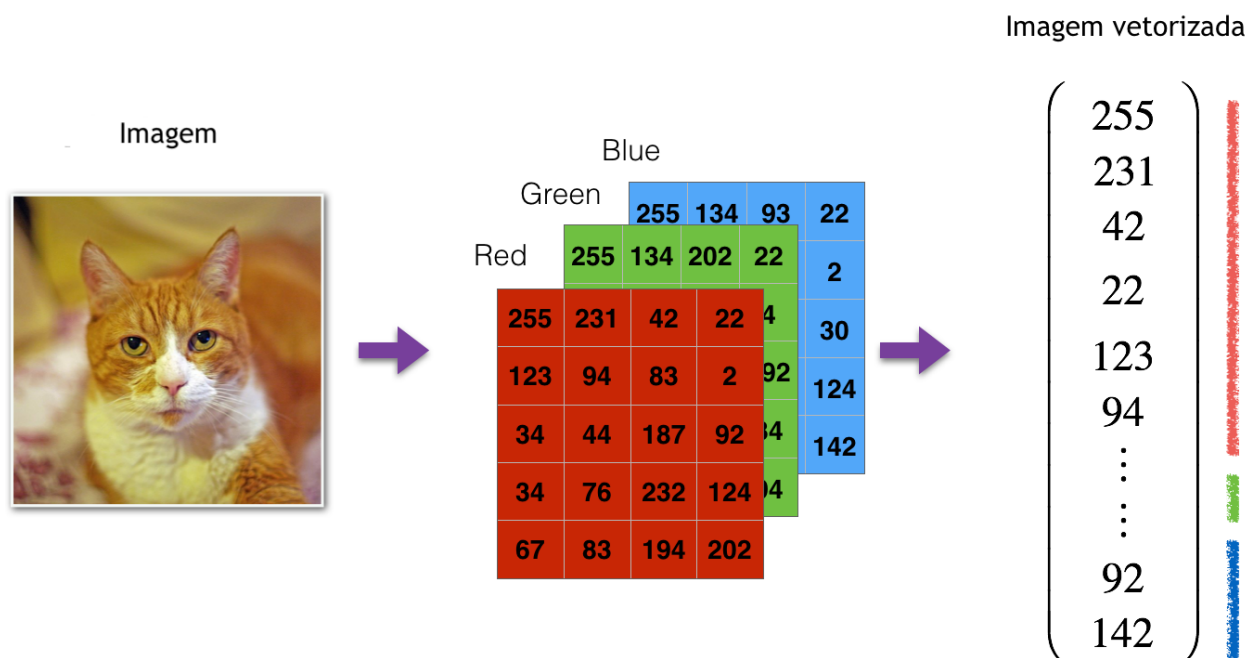


Figura 6: Vetorização de uma imagem.

```

m_treino = len(treino_x_orig)
m_teste = len(teste_x_orig)
num_px = teste_x_orig[1].shape[1]

# Vetorizando as imagens de treinamento e teste

### Início do código ###
treino_x_vet = treino_x_orig.reshape(m_treino, num_px*num_px*3) # dica : utilize reshape ;
teste_x_vet = teste_x_orig.reshape(m_teste, num_px*num_px*3) # dica : utilize reshape par
treino_x = treino_x_vet.T
teste_x = teste_x_vet.T
### Fim do código ###

### Início do código ###
# Normalize os dados para ter valores de recurso entre 0 e 1.
treino_x = treino_x/255
teste_x = teste_x/255

```

```

#####
### Fim do código ###

```

## Testando com rede neural com 2 camadas

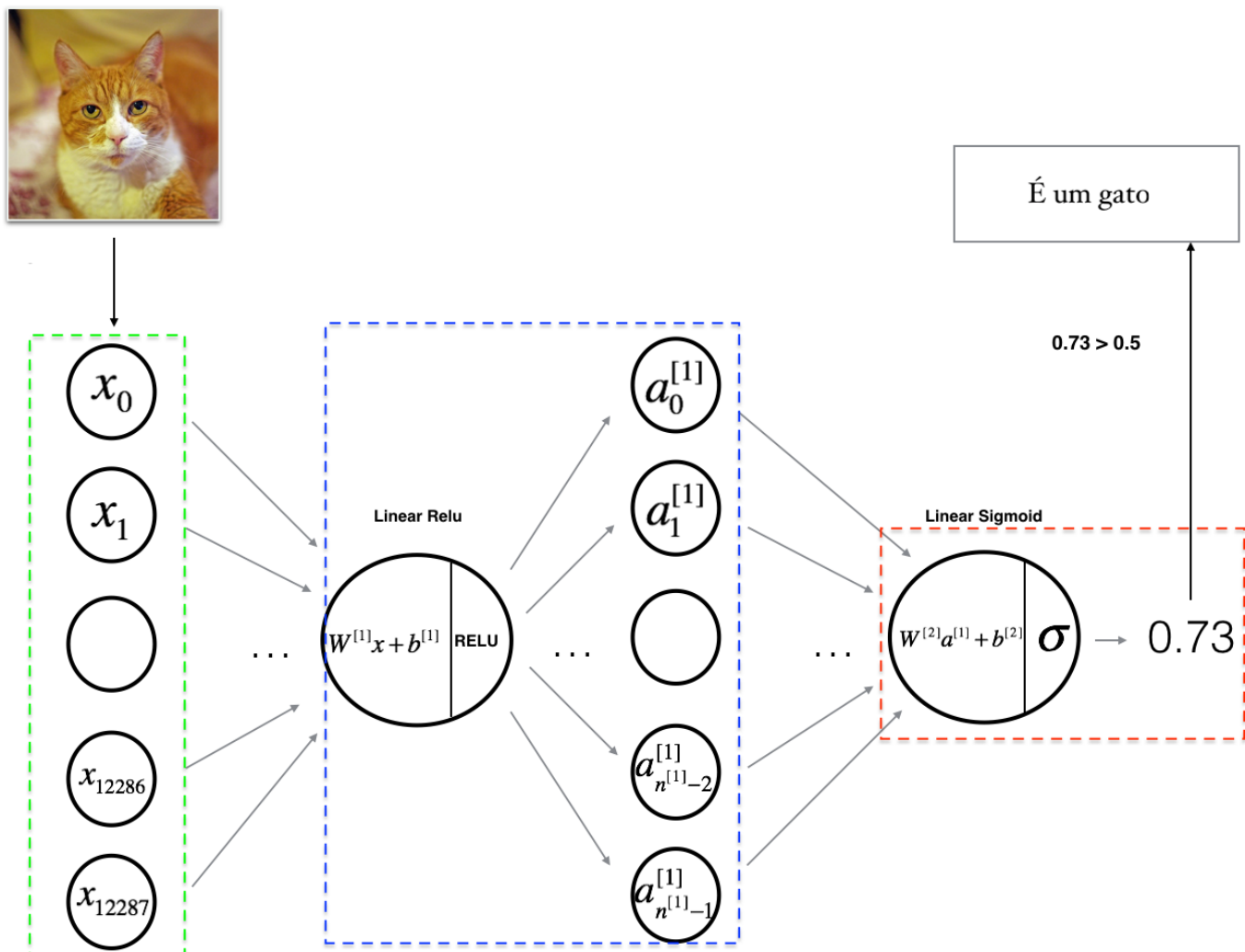


Figura 7: Rede neural com 2 camadas.

Resumo do modelo: \*\*\*ENTRADA -> LINEAR -> RELU -> LINEAR -> SIGMOID -> SAIDA\*\*\*.

```

##### Executar uma rede de 2 camada #####

```

```

camadas_dims = [12288, 7, 1]

```

```

## Treine a rede

```

```

parametros = L_layer_modelo(treino_x, treino_y, camadas_dims, num_iter = 2500, print_custo=

```

```

Custo depois da iteração 0: 0.692380
Custo depois da iteração 100: 0.646159
Custo depois da iteração 200: 0.631775
Custo depois da iteração 300: 0.600091
Custo depois da iteração 400: 0.559427

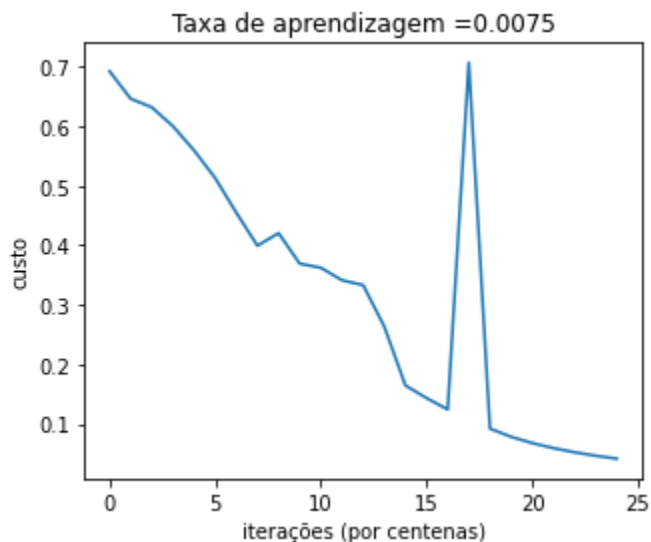
```



```

Custo depois da iteração 500: 0.512988
Custo depois da iteração 600: 0.454815
Custo depois da iteração 700: 0.399388
Custo depois da iteração 800: 0.420515
Custo depois da iteração 900: 0.369184
Custo depois da iteração 1000: 0.362393
Custo depois da iteração 1100: 0.341366
Custo depois da iteração 1200: 0.333344
Custo depois da iteração 1300: 0.263797
Custo depois da iteração 1400: 0.164805
Custo depois da iteração 1500: 0.143608
Custo depois da iteração 1600: 0.124467
Custo depois da iteração 1700: 0.706752
Custo depois da iteração 1800: 0.092394
Custo depois da iteração 1900: 0.078572
Custo depois da iteração 2000: 0.068092
Custo depois da iteração 2100: 0.059649
Custo depois da iteração 2200: 0.052619
Custo depois da iteração 2300: 0.046817
Custo depois da iteração 2400: 0.041928

```



**Use os parâmetros treinados** para classificar as imagens de treinamento e teste e verificar a acurácia.

```

## Predição da rede
# dica : re-utilize e modifique a FUNCAO de predição do Lab1B
# GRADED FUNCTION: predição

def predicacao(X, Y, parametros):
    ...

    Prediz se o rótulo é 0 ou 1 usando os parâmetros de aprendizagem (w,b) da regressão log

    Entrada:
    X -- dados de treinamentos de tamanho (num_px * num_px * 3, número de exemplos)
    parametros -- dicionários de parâmetros da rede treinada
    Saída:

```

```

        Y_pred -- valores da pós-ativação da última camada em que (ativação_AL) > 0.5 é 1,
        ...

#ToDo : implemente a função
AL, caches = L_modelo_forward(X, parametros)

# Imprime o custo da execução:
print("Custo da execução:{} {}".format(custo(AL, Y)))

m = X.shape[1]          # número de exemplos. Dica: acesso o shape de X e veja qual valor

# Converta as proobabilidades AL[0,i] para predição p[0,i]
Y_pred = np.zeros((AL.shape))
positive_pred_index = AL > 0.5
Y_pred[positive_pred_index] = 1
#### Fim do código ####

assert(Y_pred.shape == (1, m))
return Y_pred

# (Daniela) Análise dos resultados do modelo:
from sklearn.metrics import confusion_matrix, ConfusionMatrixDisplay

# Predições do modelo:
Y_pred_treino = predicacao(treino_x, treino_y, parametros)
Y_pred_teste = predicacao(teste_x, teste_y, parametros)

# Imprime erros do treino/teste
print("treino acurácia:{} {}".format(100 - np.mean(np.abs(Y_pred_treino - treino_y)) * 100))
print("teste acurácia: {} {}".format(100 - np.mean(np.abs(Y_pred_teste - teste_y)) * 100))

# Exibe matrizes de confusão para dados de treino e teste:
cm = confusion_matrix(treino_y[0][:], Y_pred_treino[0][:], labels=[0, 1])
disp_treino = ConfusionMatrixDisplay(confusion_matrix=cm, display_labels=["non cat", "cat"])

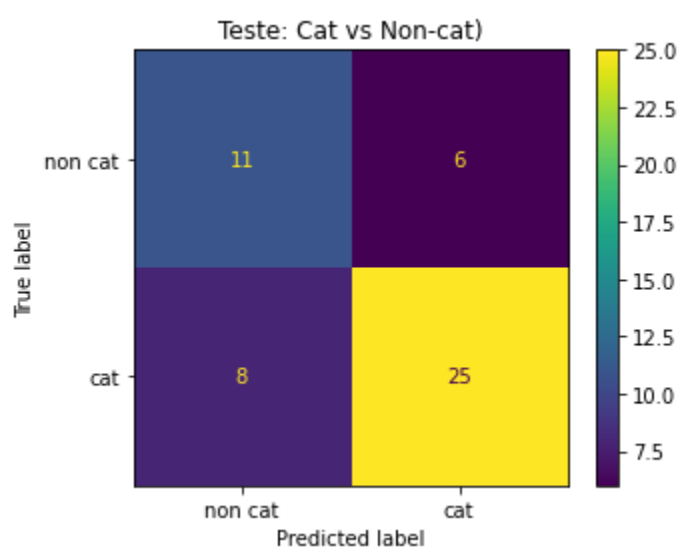
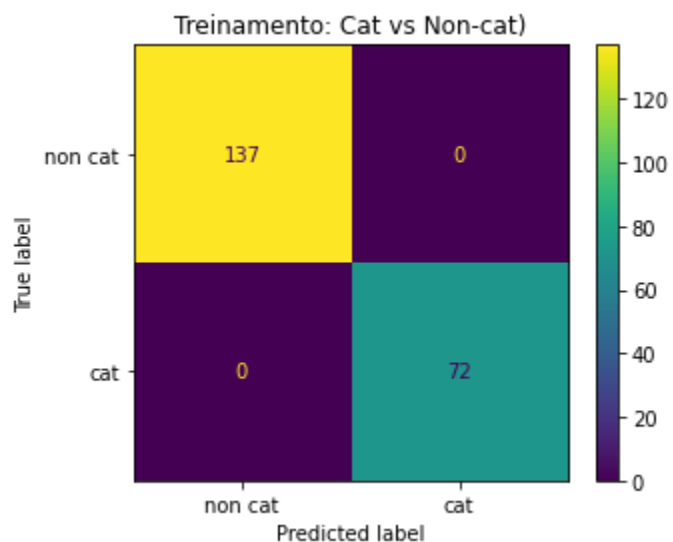
cm = confusion_matrix(teste_y[0][:], Y_pred_teste[0][:], labels=[0, 1])
disp_teste = ConfusionMatrixDisplay(confusion_matrix=cm, display_labels=["non cat", "cat"])

plt.figure(figsize=(4, 2))
disp_treino.plot()
plt.title("Treinamento: Cat vs Non-cat")
disp_teste.plot()
plt.title("Teste: Cat vs Non-cat")
plt.show()
plt.tight_layout()

Custo da execução:0.037764358556315575 %
Custo da execução:1.068635920880008 %

```

```
treino acurácia:100.0 %
teste acurácia: 72.0 %
<Figure size 288x144 with 0 Axes>
```



```
<Figure size 360x288 with 0 Axes>
```

Resultado esperado:

Acurácia treino = 100%

Acurácia teste = 72%

Por que você obteve 100% no treino e apenas 72% no teste?

Resposta: novamente houve sobreajuste dos parâmetros da rede para o conjunto dos dados de treino. Além disso, os dados de treino estão desbalanceados para o número de classes (72 cat e 137 non-cat).

Testando com uma rede com 4 camadas



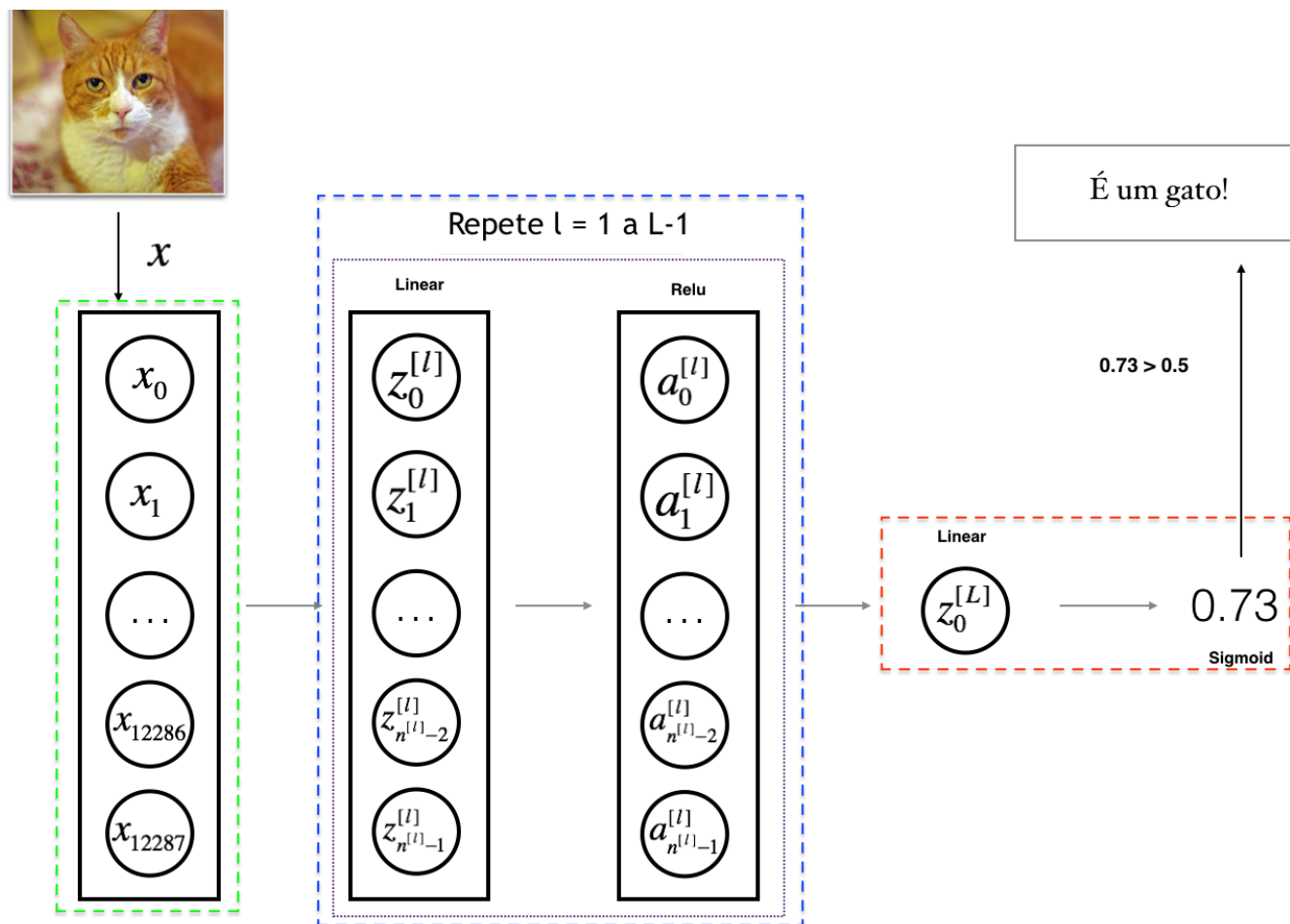


Figura 8: Rede neural com L camadas.

Resumo do modelo: \*\*\*ENTRADA -> LINEAR -> RELU -> LINEAR -> SIGMOID -> SAIDA\*\*\*.

### Executar uma rede de 4 camadas ###

```
camadas_dims = [12288, 20, 7, 5, 1]
```

## Treine a rede

```
parametros = L_layer_modelo(treino_x, treino_y, camadas_dims, num_iter = 2500, print_custo=
```

```

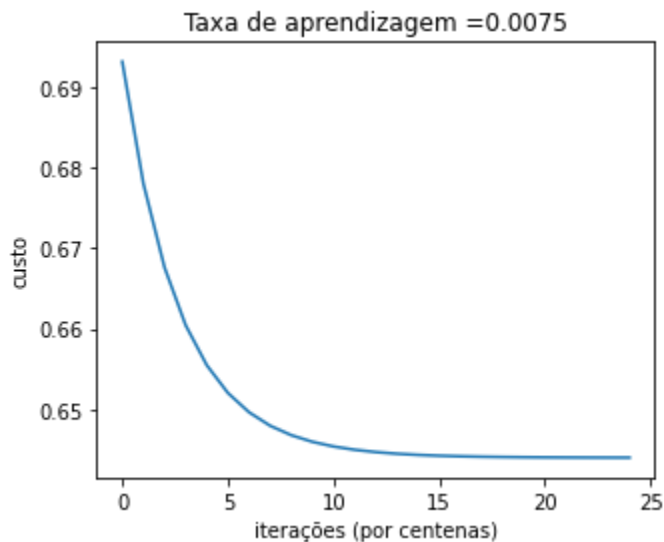
Custo depois da iteração 0: 0.693148
Custo depois da iteração 100: 0.678011
Custo depois da iteração 200: 0.667600
Custo depois da iteração 300: 0.660422
Custo depois da iteração 400: 0.655458
Custo depois da iteração 500: 0.652013
Custo depois da iteração 600: 0.649616
Custo depois da iteração 700: 0.647942
Custo depois da iteração 800: 0.646770
Custo depois da iteração 900: 0.645947
Custo depois da iteração 1000: 0.645368
Custo depois da iteração 1100: 0.644961
Custo depois da iteração 1200: 0.644673
Custo depois da iteração 1300: 0.644469

```

```

Custo depois da iteração 1400: 0.644325
Custo depois da iteração 1500: 0.644223
Custo depois da iteração 1600: 0.644151
Custo depois da iteração 1700: 0.644100
Custo depois da iteração 1800: 0.644063
Custo depois da iteração 1900: 0.644037
Custo depois da iteração 2000: 0.644019
Custo depois da iteração 2100: 0.644006
Custo depois da iteração 2200: 0.643997
Custo depois da iteração 2300: 0.643990
Custo depois da iteração 2400: 0.643985

```



**Use os parâmetros treinados** para classificar as imagens de treinamento e teste e verificar a acurácia.

```
# dica : re-utilize e modifique a FUNCAO de predição do Lab1B
```

```
# Predições do modelo:
```

```
Y_pred_treino = predicao(treino_x, treino_y, parametros)
```

```
Y_pred_teste = predicao(teste_x, teste_y, parametros)
```

```
# Imprime erros do treino/teste
```

```
print("treino acurácia:{ } %".format(100 - np.mean(np.abs(Y_pred_treino - treino_y)) * 100))
```

```
print("teste acurácia: { } %".format(100 - np.mean(np.abs(Y_pred_teste - teste_y)) * 100))
```

```
# Exibe matrizes de confusão para dados de treino e teste:
```

```
cm = confusion_matrix(treino_y[0][:], Y_pred_treino[0][:], labels=[0, 1])
```

```
disp_treino = ConfusionMatrixDisplay(confusion_matrix=cm, display_labels=["non cat", "cat"])
```

```
cm = confusion_matrix(teste_y[0][:], Y_pred_teste[0][:], labels=[0, 1])
```

```
disp_teste = ConfusionMatrixDisplay(confusion_matrix=cm, display_labels=["non cat", "cat"])
```

```
plt.figure(figsize=(4, 2))
```

```
disp_treino.plot()
```

```
plt.title("Treinamento: Cat vs Non-cat")
```

```
disp_teste.plot()
```

```

disp_teste.plot()
plt.title("Teste: Cat vs Non-cat")
plt.show()
plt.tight_layout()

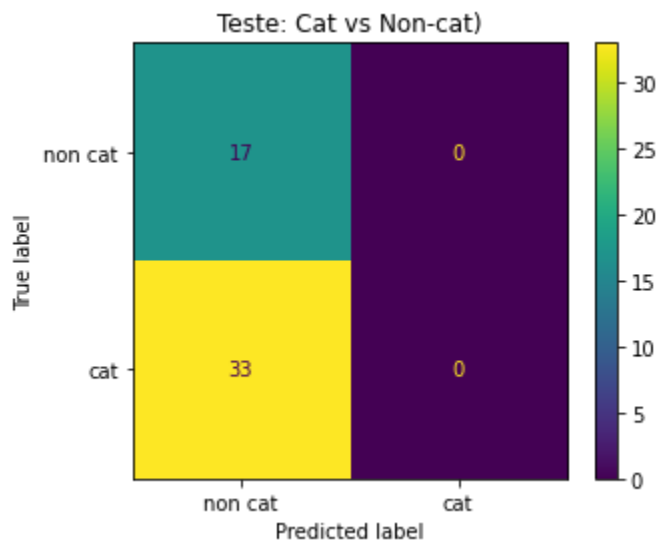
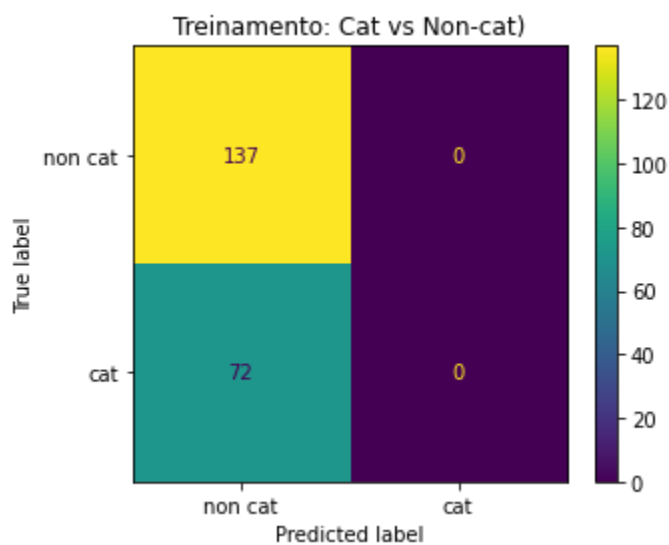
```

# dica2: compute a matriz de confusão

```

Custo da execução:0.6439820182481262 %
Custo da execução:0.8442483661831203 %
treino acurácia:65.55023923444976 %
teste acurácia: 34.0 %
<Figure size 288x144 with 0 Axes>

```



<Figure size 360x288 with 0 Axes>

Resultado esperado:

Acurácia no treino: 0.6555023923444976

Acurácia no teste: 0.34

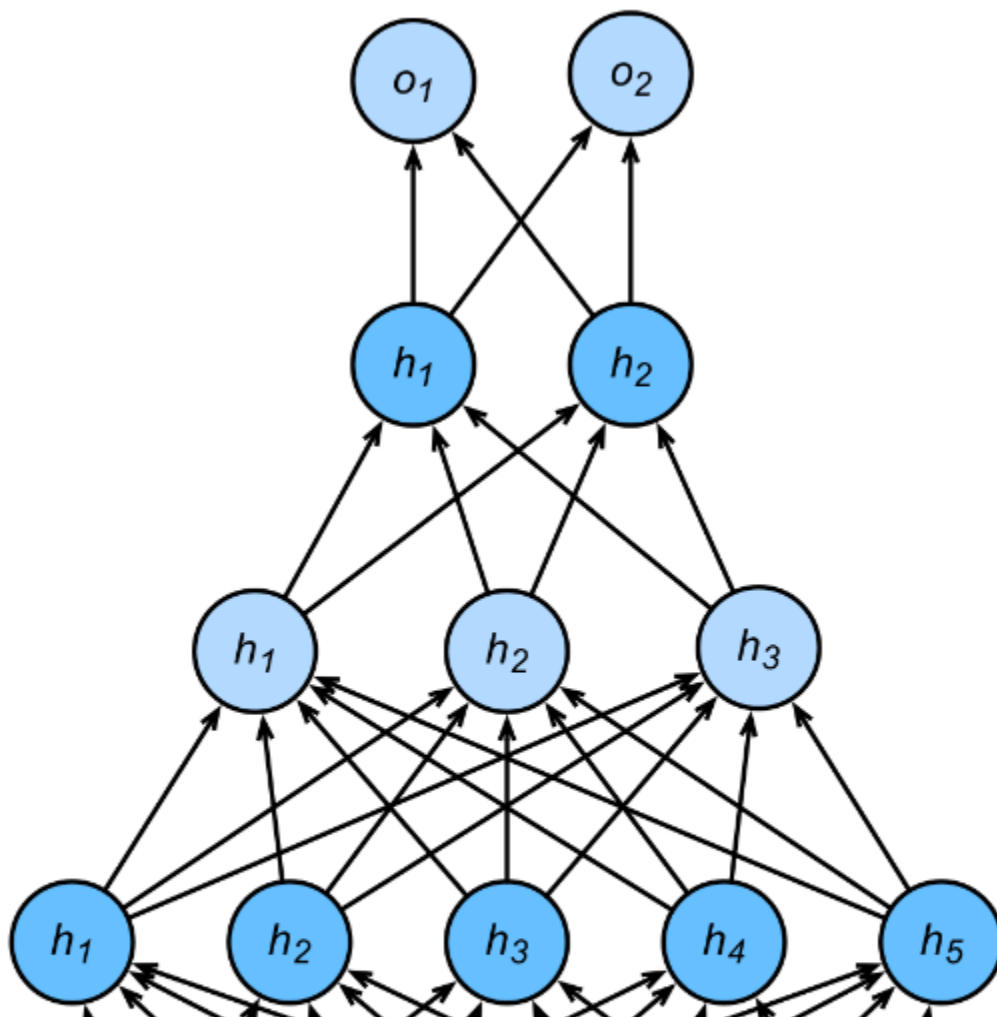
Este resultado foi melhor ou pior do que com duas camadas? Tente explicar os motivos.

Resposta: esse resultado foi pior pois o modelo ficou preso na classificação de todo exemplar

resposta. esse resultado foi pior pois o modelo ficou propenso a classificação de toda exemplar como um não gato. A curva e os custos exibidos demonstram que a rede não foi treinada com um número de iterações suficiente para convergência (após 2500, custo = 0.64). Para uma rede mais complexas seria necessário mais iterações para treinar o modelo.

## Parte 2 - Classificação de múltiplas classes e uso de frameworks

No exemplo anterior, usamos uma arquitetura para classificação binária. Para classificação de múltiplas classes, tem-se um neurônio de saída para cada classe (como ilustrado no exemplo da Figura 9) e deve-se usar a operação Softmax antes de se calcular o custo (entropia cruzada ou cross-entropy como no exemplo anterior). Consulte o capítulo [3.6 do livro](#) para entender melhor. No caso de se usar softmax, deve-se usar a função *one\_hot* para transformar a saída em logits. Veja a função *one\_hot* fornecida. Ela transforma um escalar em um *hot encoder*, de acordo com o número de classes.



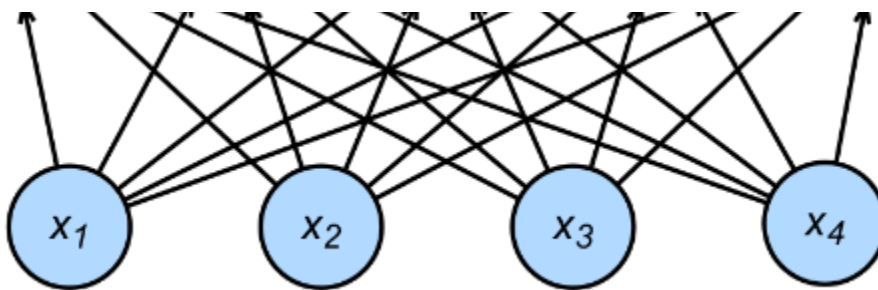


Figura 9: Rede neural dois neurônios de saída.

```
# nclasses : numero de classes do prolema, y : um escalar ou vetor de escalares
def one_hot(n_classes, y):
    return np.eye(n_classes)[y]

# ToDo : execute o exemplo e veja o resultado para 4 escalares no vetor de variáveis depend
one_hot(n_classes=10, y=[0, 4, 9, 1])

array([[1., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0., 1., 0., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 1.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.]])
```

## Função softmax

A função softmax transforma a saída em uma distribuição de probabilidades. Assim, a soma de todas as saídas dos neurônio da última camada sempre vai ser igual a 1:

$$\text{softmax}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n e^{x_i}} \cdot \begin{bmatrix} e^{x_1} \\ e^{x_2} \\ \vdots \\ e^{x_n} \end{bmatrix}$$

o gradiente para o custo usando-se a função softmax é trivial de se calcular:

$$dw = \text{softmax}(\mathbf{y}_{\text{pred}}) - \mathbf{y}$$

```
def softmax(X):
    exp = np.exp(X)
    return exp / np.sum(exp, axis=-1, keepdims=True)
```

""" Retorna o vetor de probabilidades para cada classe de um vetor de variáveis independentes """



```
# IODO : teste sua função softmax com a instancia do exemplo abaixo
print(softmax([10, 2, -3]))

# As saídas individuais devem ser entre 0 e 1 de forma que a soma seja 1. lembre-se, com sc
print(np.sum(softmax([10, 2, -3])))

[9.99662391e-01  3.35349373e-04  2.25956630e-06]
1.0
```

Perceba que nosso código também funciona se você passar um lote (batch) de amostras

```
# Veja a saída abaixo
X = np.array([[10, 2, -3],
              [-1, 5, -20]])
print(softmax(X))

[[9.99662391e-01  3.35349373e-04  2.25956630e-06]
 [2.47262316e-03  9.97527377e-01  1.38536042e-11]]
```

Em seguida, deve-se computar o erro entre um vetor predito  $Y_{\text{pred}}$  e o vetor de rótulos  $Y_{\text{true}}$ . para tal, deve-se usar cross entropy loss, ou verossimilhança negativa (negative log likelihood). A função `cross_entropy()` implementa a verossimilhança negativa.

```
def cross_entropy(Y_true, Y_pred):
    EPSILON = 1e-8

    Y_true, Y_pred = np.atleast_2d(Y_true), np.atleast_2d(Y_pred)
    loglikelihoods = np.sum(np.log(EPSILON + Y_pred) * Y_true, axis=1)

    return -np.mean(loglikelihoods)
```

verifique o erro de uma predição bem ruim

```
print(cross_entropy([1, 0, 0], softmax([0.12, 4, 10])))

9.882330913250298
```

verifique o erro de uma boa predição

```
print(cross_entropy([1, 0, 0], [0.98, 0.01, .01]))

0.020202697113437834
```

A função `cross_entropy()` também deve funcionar para um lote de dados

```
# Verifique a cross-entropy das três amostras seguintes:

Y_true = np.array([[0, 1, 0],
                   [1, 0, 0],
                   [0, 0, 1]])

Y_pred = np.array([[0, 1, 0],
                   [.99, 0.01, 0],
                   [0, 0, 1]])

# repare que as amostras são praticamente previsões perfeitas
print(cross_entropy(Y_true, Y_pred))

0.0033501019174971905
```

## Pré-processamento dos dados

Vamos usar a biblioteca `scikit learn` para nos auxiliar na execução da prática. Veja a documentação em <https://scikit-learn.org/stable/index.html>

Considere a base de dados abaixo. Ela é referente a uma atividade em um site de vendas qualquer. O objetivo com esta base é tentar prever quais clientes futuros terão probabilidade de comprar algum produto, com base em algumas características, como cidade em que mora, idade e salário.

### *Carregando os dados*

```
# Importe as bibliotecas NumPy, Pandas e Matplotlib
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

# carregue os dados do arquivo e armazenar em um Dataframe
dataset = pd.read_csv('/content/drive/MyDrive/disciplinasDoutorado/PCC177-2022-1(Redes)/lat

# imprima a estrutura dataset
print(dataset)
```

	Cidade	Idade	Salario	Comprou
0	Ouro Preto	44.0	72000.0	Nao
1	Mariana	27.0	48000.0	Sim
2	Itabirito	30.0	54000.0	Nao
3	Mariana	38.0	61000.0	Nao
4	Itabirito	40.0	NaN	Sim

5	Ouro Preto	35.0	58000.0	Sim
6	Mariana	NaN	52000.0	Nao
7	Ouro Preto	48.0	79000.0	Sim
8	Itabirito	50.0	83000.0	Nao
9	Ouro Preto	37.0	67000.0	Sim

Crie dois objetos, uma chamado X, para receber as caracteísticas das instâncias e um chamado y para receber as classes. Observe que as instâncias devem ser organizadas em linha Assm, as características da linha 0 de X devem corresponder a classe da linha 0 de y Podemos chamar as variáveis de X (ou características -usadas para fazer a predição) de variáveis independentes e a variável de y (classe a ser predita) de variável dependente.

```
X = dataset.iloc[:, :-1].values
y = dataset.iloc[:, 3].values
```

```
# imprima X e y
print(X)
print(y)
```

```
# imprima e analise o formato dos objetos
print(X.shape)
print(y.shape)
```

```
[['Ouro Preto' 44.0 72000.0]
 ['Mariana' 27.0 48000.0]
 ['Itabirito' 30.0 54000.0]
 ['Mariana' 38.0 61000.0]
 ['Itabirito' 40.0 nan]
 ['Ouro Preto' 35.0 58000.0]
 ['Mariana' nan 52000.0]
 ['Ouro Preto' 48.0 79000.0]
 ['Itabirito' 50.0 83000.0]
 ['Ouro Preto' 37.0 67000.0]]
['Nao' 'Sim' 'Nao' 'Nao' 'Sim' 'Sim' 'Nao' 'Sim' 'Nao' 'Sim']
(10, 3)
(10,)
```

```
from sklearn.impute import SimpleImputer
#imputer = Imputer(missing_values = 'NaN', strategy = 'mean', axis = 0)
imputer = SimpleImputer(missing_values=np.nan, strategy='mean')
imputer.fit(X[:, 1:3])
X[:, 1:3] = imputer.transform(X[:, 1:3])

# imprima a nova matriz X
print(X)
```

```
[['Ouro Preto' 44.0 72000.0]
 ['Mariana' 27.0 48000.0]
 ['Itabirito' 30.0 54000.0]
 ['Mariana' 38.0 61000.0]
 ['Itabirito' 40.0 56000.0]
 ['Ouro Preto' 35.0 58000.0]
 ['Mariana' 38.0 61000.0]
 ['Ouro Preto' 48.0 79000.0]
 ['Itabirito' 50.0 83000.0]
 ['Ouro Preto' 37.0 67000.0]]
```

```
[ 'Itabirito' 30.0 54000.0]
[ 'Mariana' 38.0 61000.0]
[ 'Itabirito' 40.0 63777.777777777778]
[ 'Ouro Preto' 35.0 58000.0]
[ 'Mariana' 38.77777777777778 52000.0]
[ 'Ouro Preto' 48.0 79000.0]
[ 'Itabirito' 50.0 83000.0]
[ 'Ouro Preto' 37.0 67000.0]]
```