Corrigé QCU chapitre 14: La minimisation du coût

Projet L2 Miashs

1 Correction exercice 1 :

soit $f(x_1, x_2)$ une fonction de production d'une entreprise :

Solution: (Pour revoir le cours sur les rendements d'échelles : Page 159 du cours)
Pour calculer les rendements d'échelle d'une entreprise, il suffit de modifier l'échelle des inputs à l'aide d'un facteur t (avec t>0) :$tf(x_1, x2) vs f(tx_1, tx_2)$
-si $tf(x_1, x2) = f(tx_1, tx_2)$ alors cela implique que les rendements d'échelles sont constants
-si $tf(x_1, x2) < f(tx_1, tx_2)$, alors les rendements d'échelles sont croissants
- si $tf(x_1, x2) > f(tx_1, tx_2)$, alors les rendements d'échelles sont décroissants

○ si $f(x_1, x2) = x_1 + 2x_2$, alors les rendements d'echelles de cette entreprise sont décroissants

Solution: $tf(x_1, x2) vs f(tx_1, tx_2) \Leftrightarrow tx_1 + t2x_2 = tx_1 + 2tx_2$
Donc les rendements d'échelles sont constants

○ si $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} . x_2^{1/3}$, alors les rendements d'echelles de cette entreprise sont croissants

Solution: Pour une fonction type Cobb-Douglas il suffit de regarder les exposants c et d :
-Si $c + d > 1$, alors les rendements d'échelles sont croissants.
-Si $c + d < 1$, alors les rendements d'échelles sont décroissants.
-Si $c + d = 1$, alors les rendements d'échelles sont constants.
Ici $c + d = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} < 1$, donc les rendements d'échelles sont décroissants.

○ si $f(x_1, x_2) = x_1 + \frac{x_2}{2}$, alors les rendements d'echelles de cette entreprise sont constants

$\surd$ **si $f(x_1, x_2) = min\{x_1, x_2\}$, alors les rendements d'echelles de cette entreprise sont constants**

Solution: $tmin\{x_1, x_2\} = min\{tx_1, tx_2\}$
Donc les rendements d'échelle sont constants

2 Correction exercice 2 :

Soit une entreprise spécialisé dans la sidérurgie : afin de produire 1 kg d'acier, cette dernière à besoin de x_1 quantité de carbone et de x_2 quantité de fer. La fonction de production de cette entreprise est donnée par : $f(x_1, x_2) = min\{x_1, 3x_2\}$
Soit w_1 et w_2 le prix des facteurs de production respectivement des biens x_1 et x_2.

○ pour produire 30 kg d'acier, l'entreprise aura besoin de au moins x_1=30 et x_2=90

○ Pour produire 30 kg d'acier, l'entreprise aura besoin de x_1=90 et x_2=30

√ **Si w_1=2 et w_2=4, alors $C(q) = \frac{10q}{3}$ '**

> **Solution:** **Ici,** $x_1 = q$ **et** $3x_2 = q \Leftrightarrow x_2 = \frac{q}{3}$
> **Donc** $C(q) = w_1x_1 + w_2x_2 = 2q + 4\frac{q}{3} = \frac{10q}{3}$

○ Si w_1=3 et w_2=2, alors C(q)=5q

> **Solution:** $C(q) = 3q + 2\frac{q}{3} = \frac{11q}{3}$

3 Correction exercice 3 :

Soit un hypermarché : sa fonction de production est $f(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$ où x_1 est la quantité de caisses libres services et x_2 la quantité de travail employé par le supermarché pour tenir une caisse standard : soit w_1 et w_2 le prix des facteurs de production respectivement des biens x_1 et x_2.

3.1

○ La droite d'isocante représentant les combinaisons d'output permettant de produire 60 unités d'output est $20 - \frac{x_1}{2}$

○ La droite d'isocante représentant les combinaisons d'output permettant de produire 60 unités d'output est $60 - 3x2$

○ La droite d'isocante représentant les combinaisons d'output permettant de produire 30 unités d'output est $20 - \frac{x_1}{3}$

√ **La droite d'isocante représentant les combinaisons d'output permettant de produire 90 unités d'output est $30 - \frac{x_1}{3}$**

> **Solution:** **La droite d'isocante de cette fonction de production est la droite tel que** $f(x_1, x_2) = q \Leftrightarrow x_1 + 3x_2 = q \Leftrightarrow 3x_2 = q - x_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{q-x_1}{3}$
> **Donc quand** $q = 90$**, alors la droite d'isocante est :** $x_2 = \frac{90-x_1}{3} = 30 - \frac{x_1}{3}$

3.2

> **Solution:** Afin de trouver la façon la moins chère de produire q unités d'outpout d'une fonction de subsituts parfaits, il faut regarder la fonction de coût dans 2 cas : quand $x_1 = 0$ et quand $x_2 = 0$

○ Si w_1=2 et w_2=4, alors la façon la moins chère de produire 30 unités d'output est $(0, 10)$ et $C(30) = 60$

> **Solution:** On a $x_1 = q$ et $x_2 = \frac{q}{3}$
> -si $x_1 = 0 et q = 30, alors C(30) = 4 * \frac{30}{3} = 40$
> -si $x_2 = 0 et q = 30, alors C(30) = 2 * 30 = 60$
> La meilleure façon de produire 30 unités est $(0, 10)$ et $C(30) = 40$

√ **Si w_1=2 et w_2=4, alors la façon la moins chère de produire 45 unités d'output est $(0, 15)$ et $C(45) = 60$**

> **Solution:** **-si $x_1 = 0$ et $q = 45$, alors $C(45) = 4 * \frac{45}{3} = 60$**
> **-si $x_2 = 0$ et $q = 45$, alors $C(30) = 2 * 45 = 90$**
> **La meilleure façon de produire 45 unités est $(0, 15)$ et $C(45) = 60$**

○ Si w_1=w_2=3, alors la façon la moins chère de produire 90 unités d'output est $(90, 0)$ et $C(90) = 90$

> **Solution:** -si $x_1 = 0$ et $q = 90$, alors $C(90) = 3 * \frac{90}{3} = 90$
> -si $x_2 = 0$ et $q = 90$, alors $C(90) = 3 * 90 = 270$
> La meilleure façon de produire 90 unités est $(0, 90)$ et $C(90) = 90$

○ Si w_1=w_2=3, alors la façon la moins chère de produire 90 d'output est $(0, 30)$ et $C(90) = 30$