

Informe Proyecto II

El Problema de la Planificación de Unidades de Energía Térmica



Presentado por:

Juan David Tovar - 2029032

juan.david.tovar@correounivalle.edu.co

Sebastian Peñaranda Hurtado - 2041138

sebastian.penaranda@correounivalle.edu.co

Natalia Riaños Horta- 2042568

rianos.natalia@correounivalle.edu.co

Daniel Andres Caicedo - 1927033

daniel.andres.caicedo@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería
CALI, 16 de Noviembre de 2023

Tabla de contenido

Modelo	3
Detalles de la implementación	3
Análisis de árboles	3
Pruebas	3
Análisis	3
Enlace al video	3
Conclusiones	3

1 Modelo

1.1 Parámetros

Sea J el número de utpee tal que $j \in J$ y K la longitud del horizonte de planificación tal que $k \in K$.

- E_j : Representa el costo de encender la utpee j .
- A_j : Representa el costo de apagar la utpee j .
- G_j : Representa el indicador de si la planta j terminó generando energía o no en el horizonte previo, donde G_j toma valores de 0 o 1.
- F_j : Representa el costo fijo de la operación de la utpee j .
- V_j : Representa el coeficiente para calcular el costo variable de encender la utpee j .
- \overline{P}_j^- : Representa el límite inferior de generación de potencia de la utpee j .
- \overline{P}_j^+ : Representa el límite superior de generación de potencia de la utpee j .
- Sup_j : Representa el límite superior de ampliación de potencia para la utpee j .
- Inf_j : Representa el límite inferior de reducción de potencia para la utpee j .
- P_j^0 : Representa la potencia generada por la utpee j justo antes de iniciar el horizonte de planificación.
- D_k : Representa la demanda global de energía para el periodo k .
- R_k : Representa la reserva especificada de energía para el periodo k .

1.2 Variables

- p_j^k : Representa la potencia generada de la utpee j en el periodo k .
- w_j^k : Representa si se está generando energía la utpee j en el periodo k , toma valores de 0 o 1.
- e_j^k : Representa el encendido de la utpee j en el periodo k , toma valores de 0 o 1.
- a_j^k : Representa el apagado de la utpee j en el periodo k , toma valores de 0 o 1.

1.3 Restricciones

- El límite inferior se satisface con:

$$if\ p_j^k > 0\ then\ p_j^k \geq \overline{P}_j^-$$

- El límite superior se satisface con:

$$if\ p_j^k > 0\ then\ p_j^k \leq \overline{P}_j^+$$

- La diferencia de ampliación se satisface con:

$$p_j^k - p_j^{k-1} \leq Sup_j$$

- La diferencia de reducción se satisface con:

$$p_j^{k-1} - p_j^k \leq \text{Inf}_j$$

- La demanda global se satisface con:

$$\sum_{j=1}^J p_j^k = D_k$$

- La demanda de reserva se satisface con:

$$\sum_{j=1}^J (\bar{P}_j^+ * w_j^k) \geq D_k + R_k$$

- Se genera o no energía se satisface con:

$$\text{if } (p_j^k > 0) \text{ then } (\omega_j^k = 1) \text{ else } (\omega_j^k = 0)$$

- Se enciende o no se satisface con:

$$\text{if } ((p_j^{k-1} = 0) \wedge (p_j^k > 0)) \text{ then } (e_j^k = 1) \text{ else } (e_j^k = 0)$$

- Se apaga o no se satisface con:

$$\text{if } ((p_j^{k-1} > 0) \wedge (p_j^k = 0)) \text{ then } (a_j^k = 1) \text{ else } (a_j^k = 0)$$

- Se enciende o no en $k = 1$ se satisface con:

$$\text{if } ((p_j^0 = 0) \wedge (p_j^1 > 0)) \text{ then } (e_j^1 = 1) \text{ else } (e_j^1 = 0)$$

- Se apaga o no en $k = 1$ se satisface con:

$$\text{if } ((p_j^0 > 0) \wedge (p_j^1 = 0)) \text{ then } (a_j^1 = 1) \text{ else } (a_j^1 = 0)$$

- La diferencia de ampliación en $k = 1$ se satisface con:

$$\text{if } (G_j = 1) \text{ then } p_j^1 - P_j^0 \leq \text{Sup}_j$$

- La diferencia de reducción en $k = 1$ se satisface con:

$$\text{if } (G_j = 1) \text{ then } P_j^0 - p_j^1 \leq \text{Inf}_j$$

- Los dominios de los booleanos se satisface con:

$$a_j^k, e_j^k, G_j, w_j^k \in \{1, 0\}$$

- Los dominios de los Reales Positivos se satisface con:

$$A_j, V_j, E_j \in R^+$$

- Los dominios de los Naturales más el 0 se satisface con:

$$p_j^k, \bar{P}_j^+, \bar{P}_j^-, F_j, \text{Sup}_j, \text{Inf}_j \in N^0$$

1.4 Función Objetivo

$$\text{Minimice: } \sum_{j=1}^J \left[\sum_{k=1}^K (V_j p_j^k + F_j w_j^k + e_j^k E_j + a_j^k A_j) \right]$$

2 Detalles de la implementación

Lo más relevante de la implementación es de la creación de las 3 nuevas variables booleanas w_j^k, e_j^k, a_j^k donde j representa la utpee y k el periodo, y las condiciones especiales para $k = 1$

2.1 variables booleanas.

La creación de estas variables booleanas, w_j^k, e_j^k, a_j^k están hechas para ajustar la función objetivo del modelo:

$$\sum_{j=1}^J \left[\sum_{k=1}^K (V_j p_j^k + F_j w_j^k + e_j^k E_j + a_j^k A_j) \right]$$

ya que estas toman valores entre 0 y 1, estas multiplican a sus respectivos costos dentro de la función cuando la máquina se enciende o se apaga, o si se está generando ya energía, además de que w_j^k es importante para una de las restricciones del modelo donde:

$$\sum_{j=1}^J (\bar{P}_j^+ * w_j^k) \geq D_k + R_k$$

La función de w_j^k es poder hacer encontrar la sumatoria de las reservas de las utpee que si y sólo si están prendidas (donde $w_j^k = 1$), si no existiera w_j^k no se podría diferenciar cuales son estas utpee.

2.2 condicionales para $k = 1$.

La creación de condicionales para $k = 1$ son importantes ya que en caso de no tenerlo daría problemas de ejecución en MiniZinc, además de que no se estaría haciendo correctamente la resolución al problema, ya que hay parámetros que afectan específicamente en $k = 1$ a las siguientes cuatro condicionales:

- $if ((p_j^{k-1} = 0) \wedge (p_j^k > 0)) then (e_j^k = 1) else (e_j^k = 0)$
- $if ((p_j^{k-1} > 0) \wedge (p_j^k = 0)) then (a_j^k = 1) else (a_j^k = 0)$
- $p_j^k - p_j^{k-1} \leq Sup_j$
- $p_j^{k-1} - p_j^k \leq Inf_j$

Estas cuatro condicionales todas presentan un problema en $k = 1$ ya que p_j^{k-1} se volverá p_j^0 y este valor nos lo da por medio de un parámetro dentro de los valores de entrada, lo que hace que tengamos que en los casos donde $k = 1$ tengamos casos particulares como los siguientes:

- $if ((p_j^0 = 0) \wedge (p_j^1 > 0)) then (e_j^1 = 1) else (e_j^1 = 0)$
- $if ((p_j^0 > 0) \wedge (p_j^1 = 0)) then (a_j^1 = 1) else (a_j^1 = 0)$
- $if (G_j = 1) then p_j^1 - p_j^0 \leq Sup_j$

- $\text{if } (G_j = 1) \text{ then } P_j^0 - p_j^1 \leq \text{Inf}_j$

Para las dos últimas condiciones también tendremos un parámetro en los valores de entrada G_j que representa si se generó energía en el horizonte previo, si es un si estas tendrán estas dos condicionales, ya que también se debe verificar que diferencia de ampliación y decremento de energía esté en los valores establecidos.

3 Análisis de árboles

Debido a que nuestro modelo no está acotando su búsqueda por sí mismo, entonces en este caso se va a hacer uso de las soluciones arrojadas por el solver COIN-BC, ya que de alguna manera este solver está restringiendo la búsqueda a medida que encuentra soluciones óptimas hasta encontrar la solución global.

Para este ejemplo usamos PUEnte.txt, que es el primer archivo de la batería de pruebas. Los resultados obtenidos para esta instancia usando el solver COIN-BC son los siguientes:

Lo que hace el solver es que empieza a ramificar a la variable p , ya que p es una matriz lo que hace es que ramifica cada posición de la variable p , se generan dos problemas que el modelo toma como nuevas restricciones, donde esa posición que vamos a ramificar debe ser por un lado mayor a un valor y por otro lado menor a ese mismo valor. Entonces en base a eso, lo que se busca es encontrar un valor óptimo. En caso tal de haber encontrado un valor de p óptimo por una rama ya explorada entonces lo que se hace es que las siguientes ramificaciones que se intenten explorar deben arrojar valores mejores a ese o si no, para el caso del solver COIN-BC esa rama será cortada.

Primer resultado:

```
costo_total = 194.025;
p =
[| 150, 299, 300
 | 0, 101, 100
 | 0, 100, 0
 |];
```

Segundo resultado:

```
costo_total = 192.5;
p =
[| 150, 300, 300
 | 0, 160, 100
 | 0, 40, 0
 |];
```

Para este ejemplo podemos analizar la primera fila segunda columna. En la primera solución vemos que el valor es **299** y en la segunda es de **300**. El algoritmo lo que hizo es que para el primer caso fue

explorar un intervalo desde un número n menor a 299 o sea $[n \dots 299]$ y el óptimo de ese intervalo fue ese valor. En el segundo caso la mejor opción fue asignarle a p el mayor valor que podía tomar p de acuerdo a las demás restricciones. Sin embargo, vimos que el algoritmo exploró la posibilidad de que un valor menor pudiera dar un mejor resultado a nuestro problema.

En resumen lo que hace el algoritmo es ir ramificando p en dos intervalos de valores que puede llegar a tomar esa variable e ir encontrando valores óptimos, en el camino y podando ramificaciones que no ofrecen un mejor resultado y así de esa manera hasta encontrar el óptimo global.

4 Pruebas

Para las pruebas se usó la batería proporcionada por los profesores y adicionalmente se crearon algunos ejemplos que pusieran a prueba las restricciones. Cada fila representa una instancia de prueba, y hay varias columnas con información relevante. De algunas instancias se espera un resultado específico ya que fueron probadas antes. Se agregaron columnas con información específica sobre la cantidad de unidades y períodos asociados a cada instancia. Hay algunas celdas que no tienen valor esperado, pues son instancias creadas por el grupo y no tienen un testeo previo. También se ubicaron en las últimas filas las instancias con resultado insatisfacible.

Tabla 1.

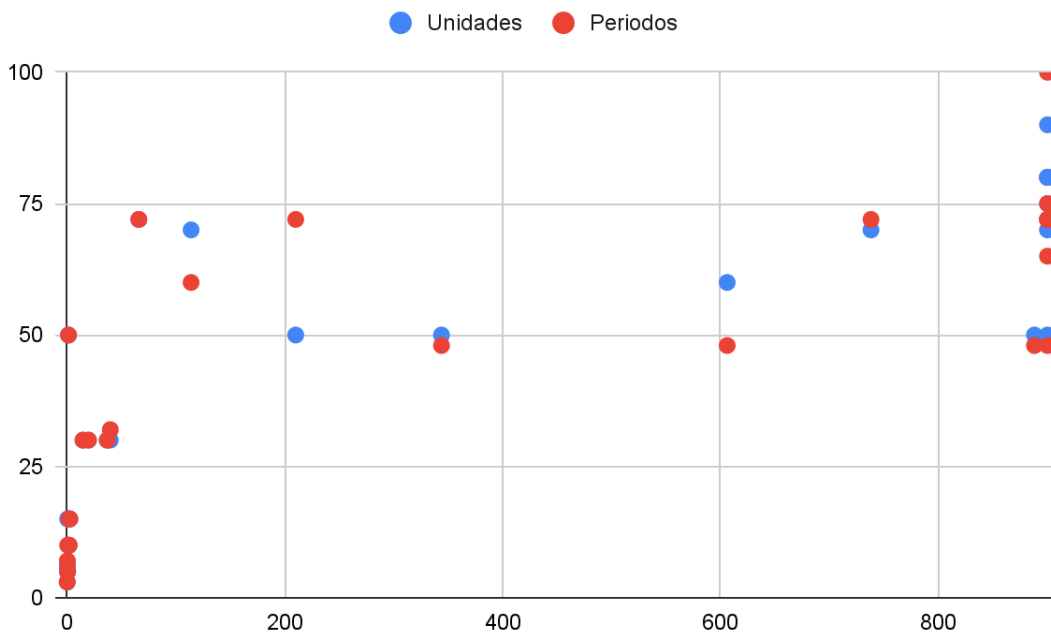
PUEnte	Valor esperado	Resultado esperado	Valor Arrojado	Resultado arrojado	Tiempo de Espera	Cantidad de Unidades	Cantidad de periodos
PUEnte	192.5	SOLUCIÓN ÓPTIMA	192,5	SOLUCIÓN ÓPTIMA	0,29	3	3
PUEnte1	608.0	SOLUCIÓN ÓPTIMA	608	SOLUCIÓN ÓPTIMA	0,67	5	5
PUEnte2	678.84	SOLUCIÓN ÓPTIMA	678,84	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2,01	15	10
PUEnte3	2354.65	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2354,65	SOLUCIÓN ÓPTIMA	39,82	30	32
PUEnte4	2144.6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2144,65	SOLUCIÓN ÓPTIMA	343,8	50	48
PUEnte5	3184.6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	3184,65	SOLUCIÓN ÓPTIMA	210	50	72
PUEnte6	3212.4	SATISFECHO	3158,65	SATISFECHO	900	80	72
PUEnte7	3344.4	SOLUCIÓN ÓPTIMA	3344,4	SOLUCIÓN ÓPTIMA	738	70	72
PUEnte8	2144.6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2144,6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	900	50	48
PUEnte11	616.175	SOLUCIÓN ÓPTIMA	616,175	SOLUCIÓN ÓPTIMA	0,58	5	5
PUEnte13	628.17	SOLUCIÓN	628,17	SOLUCIÓN	114	70	60

		ÓPTIMA		ÓPTIMA			
PUEnte14	1059.49	SATISFECHO	1.059,49	SATISFECHO	900	70	100
PUEnte15	2220.35	SATISFECHO	2220,35	SOLUCIÓN ÓPTIMA	66	72	72
PUEnte16	-	NO ARROJÓ SOL	3301,54	SATISFECHO	900	80	72
PUEnte17	2137.25	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2137,25	SOLUCIÓN ÓPTIMA	606	60	48
PUEnte18	2163.44	SATISFECHO	2179,34	SATISFECHO	888	50	48
PUEnte19	1482.5	SOLUCIÓN ÓPTIMA	1482,5	SOLUCIÓN ÓPTIMA	19,76	30	30
PUEnte22	3169.8	SATISFECHO	3450,12	SATISFECHO	900	80	72
PUEnte23	3517.8	SATISFECHO	3347,09	SATISFECHO	900	90	75
PUEnte24	2744.9	SATISFECHO	2686,7	SATISFECHO	900	75	65
PUEnte25	1066.3	SOLUCIÓN ÓPTIMA	1066,3	SOLUCIÓN ÓPTIMA	1,97	10	10
PUEnte26	1626.0	SOLUCIÓN ÓPTIMA	1626,0	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2,7	15	15
PUEnte27	1469.6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	1469,6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	14,8	30	30
PUEnte28	2099.9	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2099,9	SOLUCIÓN ÓPTIMA	1,5	50	50
PUEnte29	2966.14	SATISFECHO	2958,9	SATISFECHO	900	80	72
Instancia1			348,6	SOLUCIÓN ÓPTIMA	0,5	6	7
Instancia2			371,35	SOLUCIÓN ÓPTIMA	0,4	6	7
Instancia3			8.100,349	SOLUCIÓN ÓPTIMA	37	30	30
Instancia4			18687,26	SOLUCIÓN ÓPTIMA	0,7	15	10
Instancia5			1064,5	SOLUCIÓN ÓPTIMA	2,1	15	15
PUEnte9	-	INSATISFACI BLE	-	INSATISFACIB LE	0,62		
PUEnte10	-	INSATISFACI BLE	-	INSATISFACIB LE	26		
PUEnte12	-	INSATISFACI BLE		INSATISFACIB LE	30		
PUEnte20	-	INSATISFACI BLE	-	NO ARROJÓ SOL	900		
PUEnte21	-	NO ARROJÓ	-	NO ARROJÓ	900		

		SOL		SOL			
PUEnte30	-	NO ARROJÓ SOL		NO ARROJÓ SOL	900		

5 Análisis

Para los casos en que el modelo sí arrojó solución podemos graficar el tiempo versus la cantidad de utpees disponibles y la cantidad de periodos. Así poder visualizar si hay alguna relación entre estos valores y el tiempo de espera. Es decir, en el eje horizontal vamos a tener el tiempo que tarda en hallar solución y en el eje vertical vamos a tener la cantidad de unidades y de periodos. Recordemos que tenemos un límite superior en el tiempo de espera. Este límite es de 900 segundos.



No vemos una relación tan clara entre las unidades y el tiempo que se tarda en dar solución o entre los periodos y el tiempo de espera. Aun así podemos ver una pequeña tendencia cuando la cantidad de unidades y de periodos es superior a 50, Vemos que el tiempo de espera es mayormente por encima de los 600 segundos. Por lo que podemos decir que sí hay una relación entre la cantidad de unidades que tiene una instancia y la dificultad para hallarle solución a esa instancia.

6. Enlace al video

<https://www.youtube.com/watch?v=vvXCdkU5L4E>

7. Conclusiones

- Además de las restricciones, en este tipo de problemas es necesario agregar variables booleanas, que en nuestro caso fueron muy necesarias para ajustar la función objetivo y poder representar las decisiones de encendido, apagado y generación de energía.

- Las pruebas realizadas nos demuestran la capacidad del modelo para encontrar soluciones óptimas en la mayoría de los casos, por lo que podemos concluir que el modelo propuesto es correcto o muy cercano a lo esperado.
- El solver COIN-BC es efectivo para la resolución del problema, pues este explora las ramificaciones de variables y poda aquellas que no conducen a soluciones óptimas aunque el modelo no se encuentre acotado por sí mismo.
- Como se observó una relación entre la cantidad de unidades que tiene una instancia y la dificultad para hallarle solución a esa instancia, podemos concluir que la complejidad del modelo aumenta dependiendo de la entrada del problema, impactando la eficiencia del modelo.