

# **Problema de Cobertura de Vértices Mínima**

Álvaro Souza  
Daniel Hovadick  
Guilherme Gonzaga

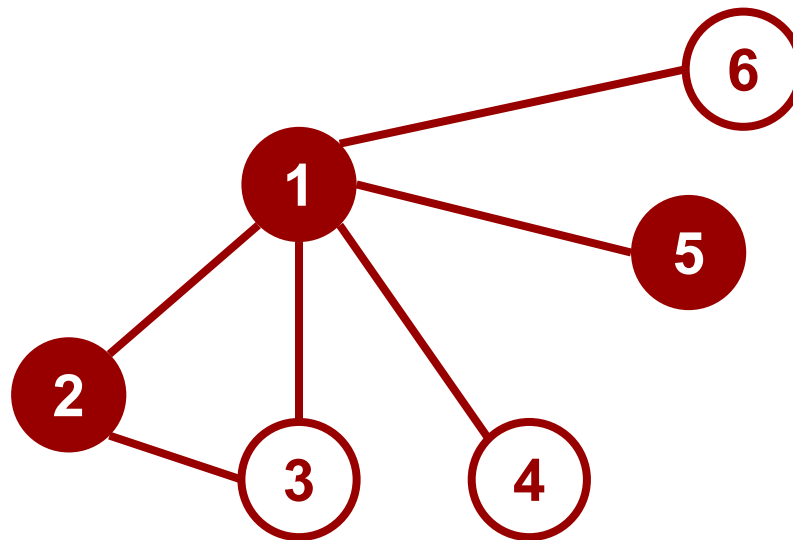
# Introdução

O problema de cobertura de vértices mínima é um problema clássico de otimização em Ciência da Computação.

Sua versão do Problema de Decisão é um dos 21 problemas NP-Completo de Karp.

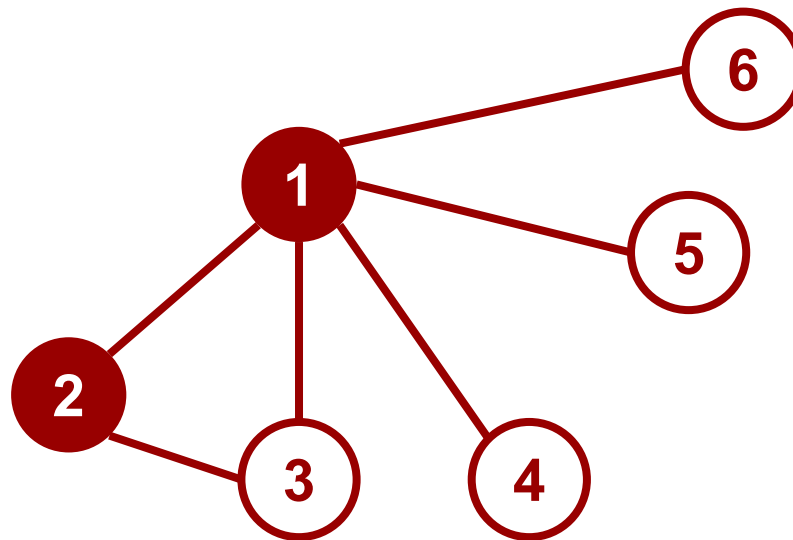
# Definição

Uma cobertura de vértices de um grafo  $G$  é um conjunto de vértices tal que cada aresta do grafo é incidente a, pelo menos, um vértice do conjunto.



# Definição

Uma cobertura de vértices **mínima** é uma cobertura de vértices do menor tamanho e custo possível.



# Modelagem

Seja  $G = (N, A)$ , o PCVM pode ser modelado como:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in N} c(i) \cdot x_i \quad (\text{Minimiza o custo total})$$

*sujeito a:*

$$x_i + x_j \geq 1, \forall \{i, j\} \in A, \quad (\text{Cobre todas as arestas do grafo})$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \forall i \in N. \quad (\text{cada vértice está na cobertura de vértice ou não})$$

# O solver GLPK

O solver utilizado foi o ***GLPSOL - GLPK LP/MIP Solver, v4.52.***

E o modelo do problema implementado através da linguagem **GPML**.

# Modelagem para o GLPK

```
param N;
```

```
set A, dimen 2;
```

```
param c{i in 1..N};
```

```
var x{i in 1..N}, binary;
```

```
s.t. cov{(i,j) in A}: x[i] + x[j] >= 1;
```

```
minimize z: sum{i in 1..N} c[i] * x[i];
```

# Heurística

**ALGORITMO** *"Heurística para Cobertura de Vértices Mínima"*

$G \leftarrow (V, A);$

$S \leftarrow \emptyset;$

**ENQUANTO**  $A \neq \emptyset$  **FAÇA**

$v' \leftarrow$  Vértice de maior grau em  $V$ ;

$A \leftarrow A - \{\text{Arestas incidentes a } v'\};$

$S \leftarrow S + \{v'\};$

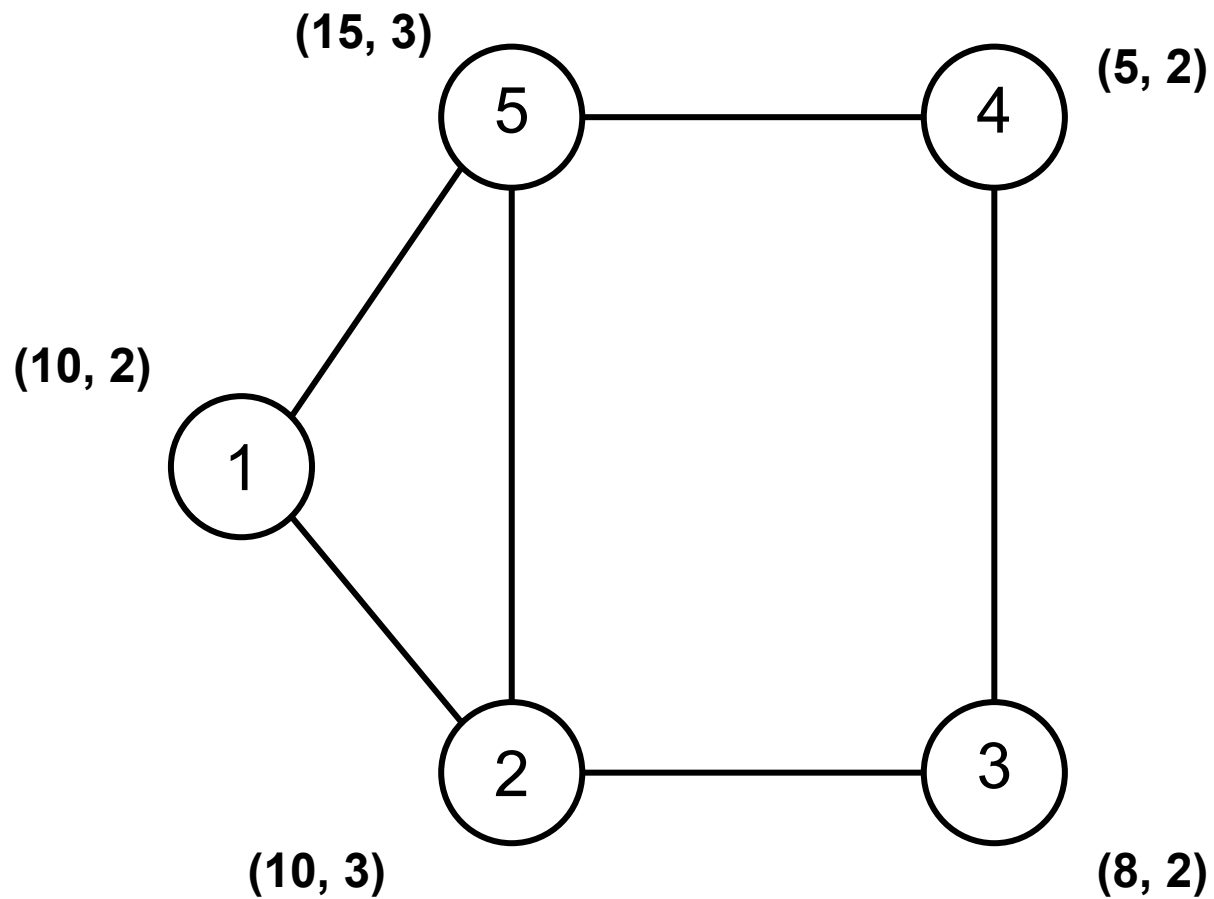
**FIM ENQUANTO**

**RETORNE**  $S$

**FIM**

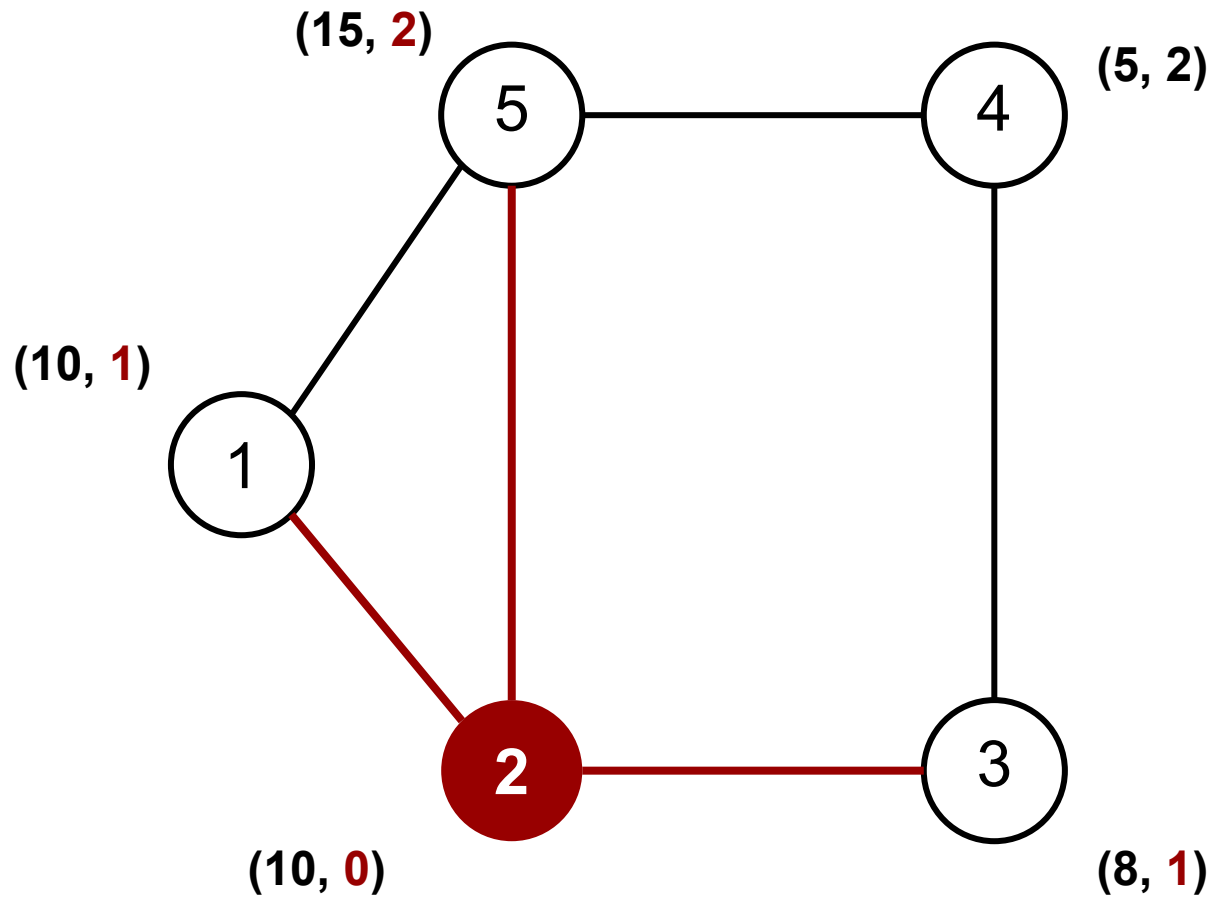


# Exemplo

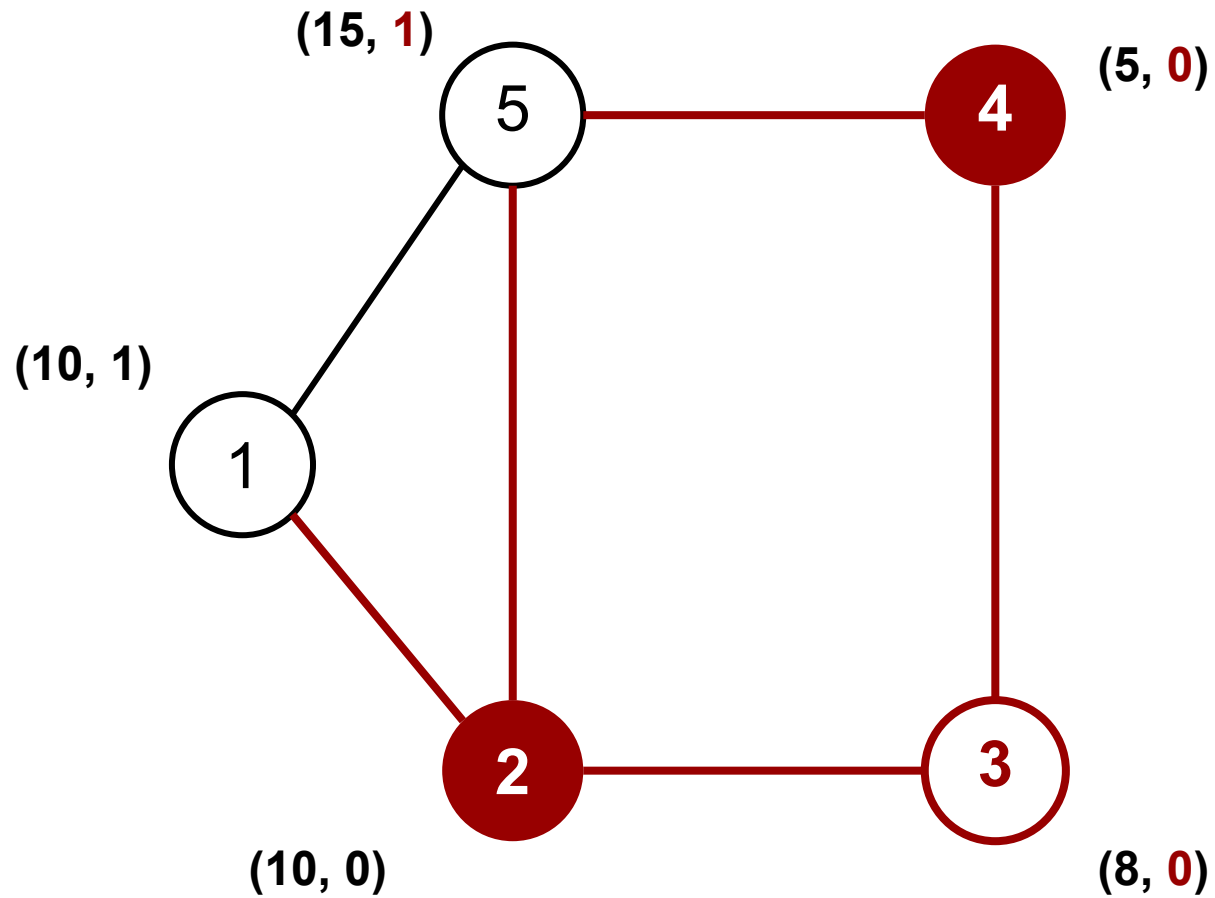


Grafo de entrada  $G = (V, A)$ .

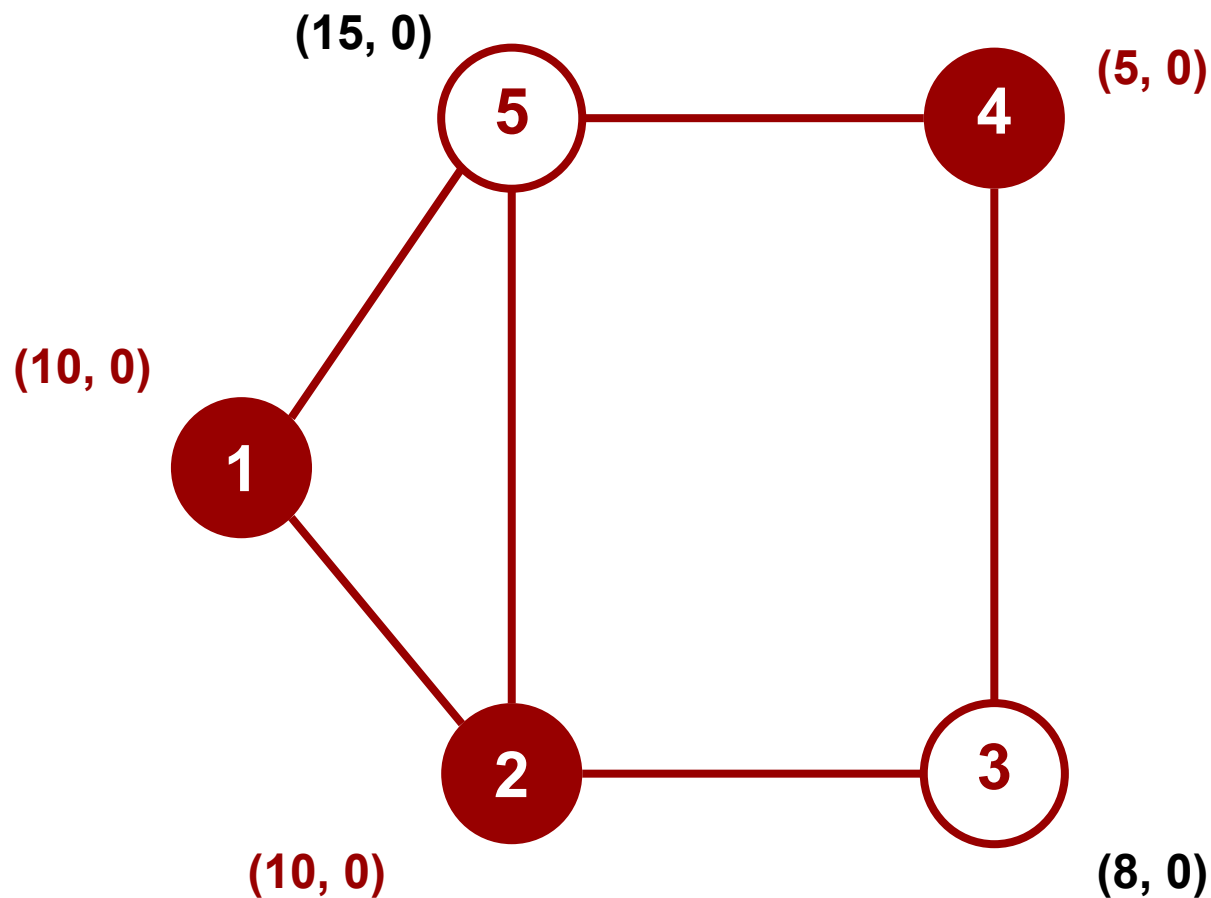
# Exemplo



# Exemplo



# Exemplo



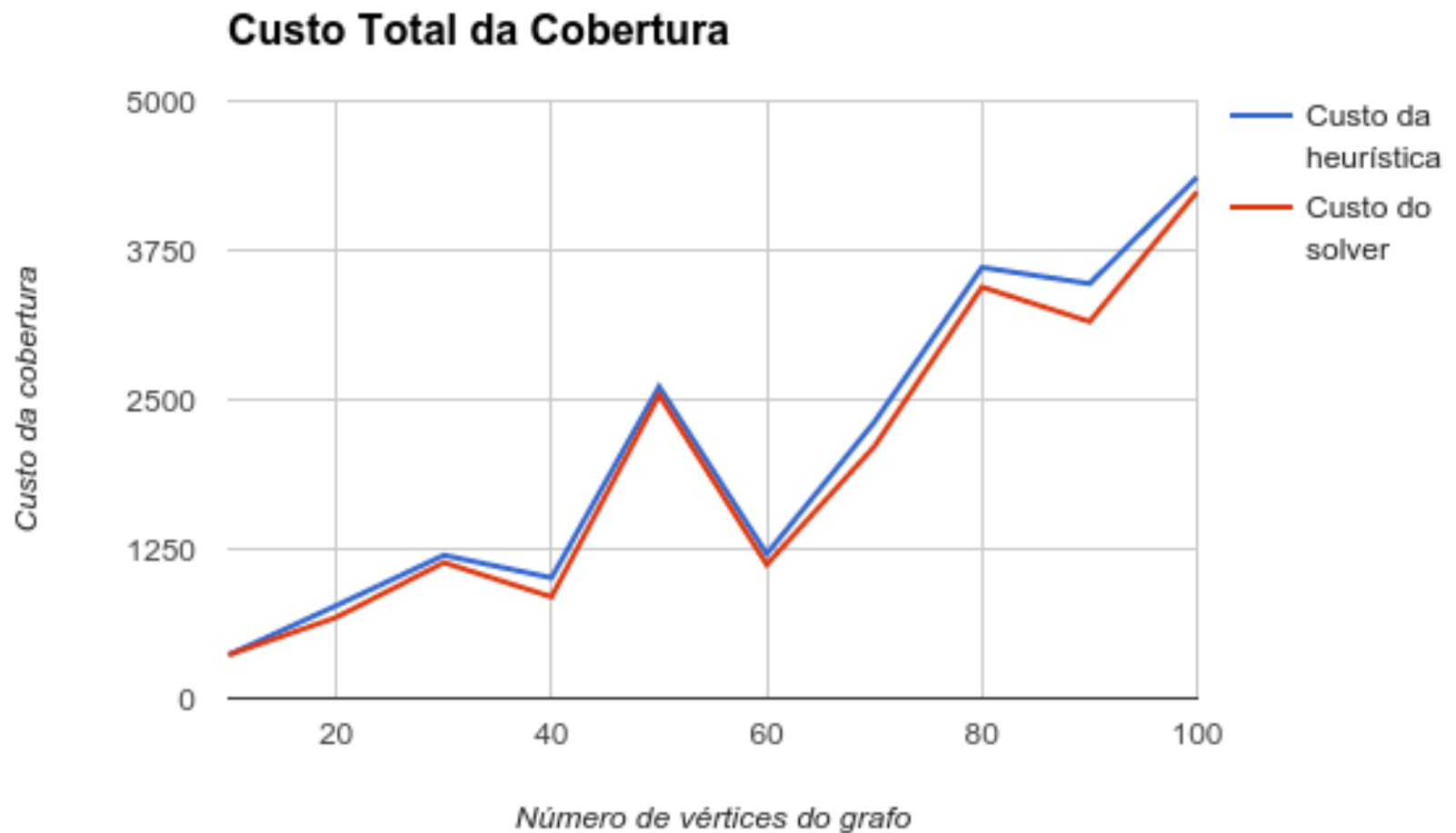
**Solução:** vértices 1, 2 e 4. **Custo:** 25.

# Resultados

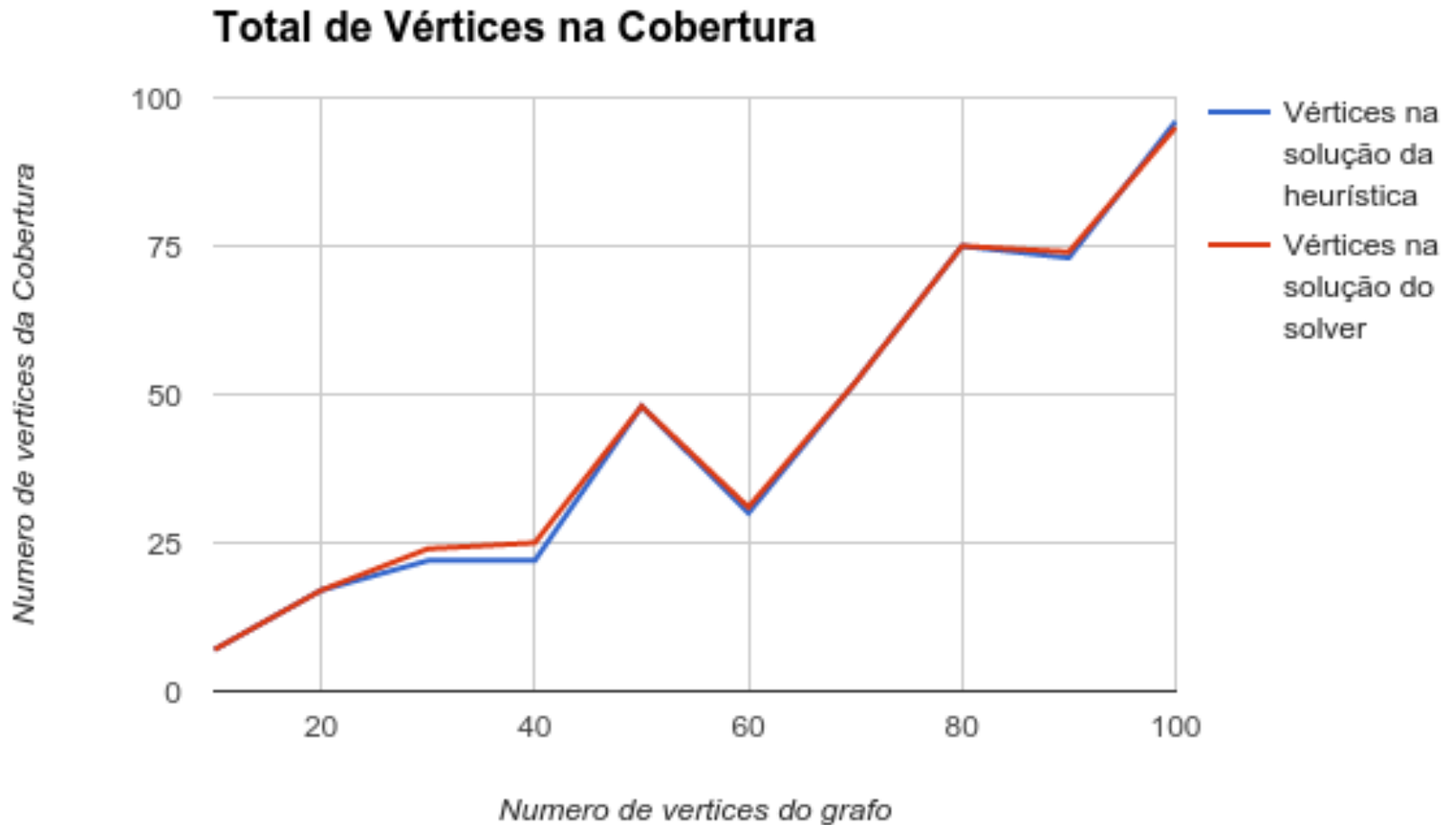
Tempo de execução: Heurística vs. Solver



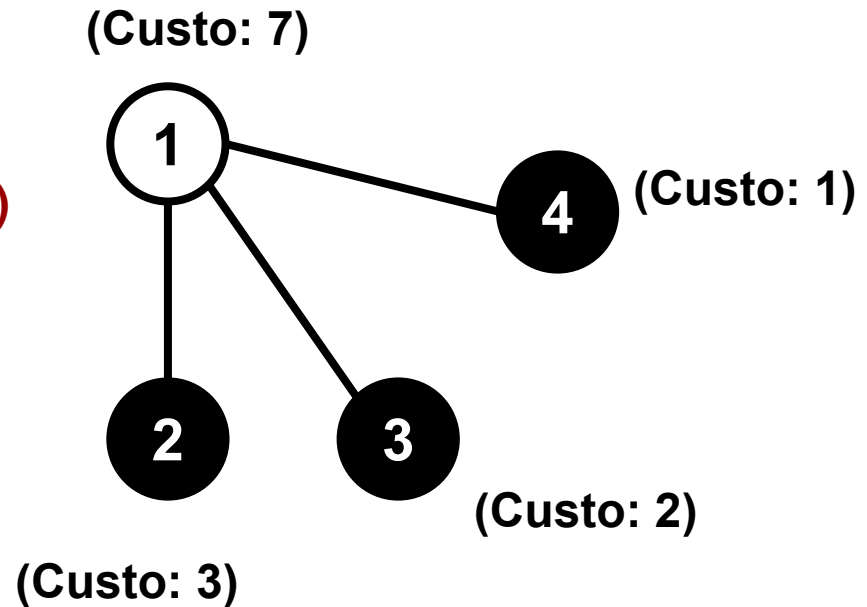
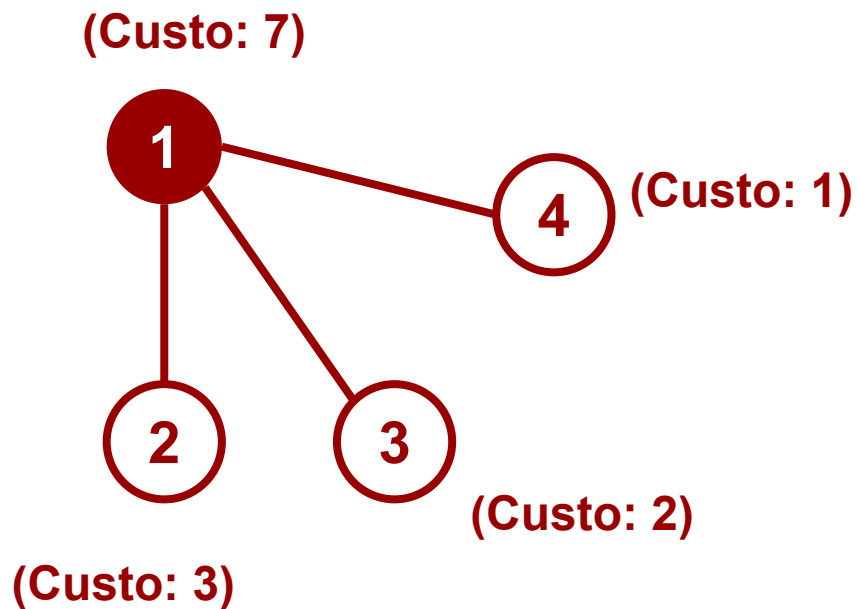
# Resultados



# Resultados



# Análise dos resultados da heurística



**Heurística → Custo = 7.**

**Ótimo → Custo = 6.**



# **Problema de Cobertura de Vértices Mínima**

Álvaro Souza  
Daniel Hovadick  
Guilherme Gonzaga