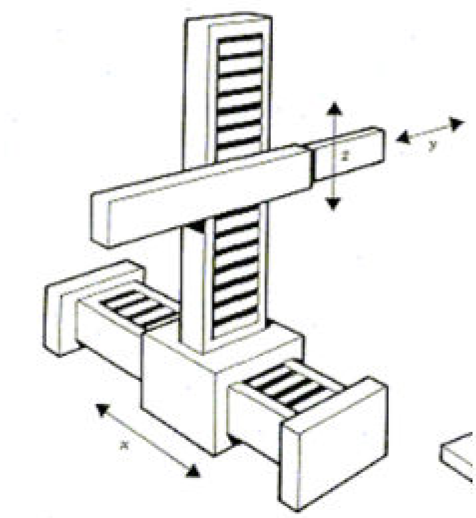
Actividad 6 (Modelado de Energía Cinética)

Robot Cartesiano (3GDL)

A01737357



Robot Cartesiano (3gdl)

```
%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc

tic
```

Declaración de variables simbólicas

```
syms l1(t) l2(t) l3(t)  t   %Angulos de cada articulación
syms l1p(t) l2p(t) l3p(t)    %Velocidades de cada articulación
syms l1pp(t) l2pp(t) l3pp(t)  %Aceleraciones de cada articulación
syms m1 m2 m3 Ixx1 Iyy1 Izz1 Ixx2 Iyy2 Izz2  Ixx3 Iyy3 Izz3 %Masas y matrices de
Inercia
syms lc1 lc2 lc3 %l=longitud de eslabones y lc=distancia al centro de masa de cada
eslabón
syms pi g a cero

 %Creamos el vector de coordenadas articulares
  Q= [l1; l2; l3];
  disp('Coordenadas generalizadas'); pretty (Q);
```

```
Coordenadas generalizadas
/ l1(t) \
|       |
| l2(t) |
```

```
|        |
\ l3(t) /
```

```
%Creamos el vector de velocidades articulares
 Qp= [l1p; l2p; l3p];
 disp('Velocidades generalizadas');pretty (Qp);
```

```
Velocidades generalizadas
/ l1p(t) \
|         |
| l2p(t) |
|         |
\ l3p(t) /
```

```
%Creamos el vector de aceleraciones articulares
 Qpp= [l1pp; l2pp; l3pp];
 disp('Aceleraciones generalizadas');pretty (Qpp);
```

```
Aceleraciones generalizadas
/ l1pp(t) \
|          |
| l2pp(t) |
|          |
\ l3pp(t) /
```

```
%Configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática
RP=[1 1 1];

%Número de grado de libertad (GDL)del robot,establecemos las 3
%articulaciones lo que corresponde a sus rotaciones
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);
```

Cinematica directa

Se calcula las matrices de transformación homogenea utilizando en los parámetros de Denavit-Hartenberg.Permitiendo poder tener la posición y orientación del efecto final.Siendo fundamental para identificar el extremo del robot en base a los ángulos y desplazamientos de las articulaciones.

Articulación 1

```
%Posición de la articulación 1 respecto a 0
P(:,:,1)= [0;0;l1];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0....
R(:,:,1)= [0  0  1 ;
           0  1  0 ;
          -1  0  0];
```

Articulación 2

```
%Posición de la articulación 2 respecto a 3
P(:,:,2)= [0;0;l2];
%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 0
R(:,:,2)= [1  0  0;
           0  0  -1;
           0  1  0];
```

Articulación 3

```
%Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:,:,3)= [0;0;l3];
%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2
R(:,:,3)= [1  0  0;
           0  1  0;
           0  0  1];


%Creamos un vector de ceros
Vector_Zeros= zeros(1, 3);

%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las posiciones vistas desde el marco de referencia inercial
PO(:,:,GDL)= P(:,:,GDL);
%Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);


for i = 1:GDL
    i_str= num2str(i);
   %disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i)=simplify([R(:,:,i) P(:,:,i); Vector_Zeros 1]);
   %pretty (A(:,:,i));

   %Globales
    try
       T(:,:,i)= T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
       T(:,:,i)= A(:,:,i);
    end
    T(:,:,i)= simplify(T(:,:,i));
   disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));pretty(T(:,:,i))

    RO(:,:,i)= T(1:3,1:3,i);
    PO(:,:,i)= T(1:3,4,i);
```

```
    %pretty(RO(:,:,i));
    %pretty(PO(:,:,i));
end
```

```
Matriz de Transformación global T1
/  0, 0, 1,   0   \
|                 |
|  0, 1, 0,   0   |
|                 |
| -1, 0, 0, l1(t) |
|                 |
\  0, 0, 0,   1   /

Matriz de Transformación global T2
/  0, 1,  0, l2(t) \
|                  |
|  0, 0, -1,   0   |
|                  |
| -1, 0,  0, l1(t) |
|                  |
\  0, 0,  0,   1   /

Matriz de Transformación global T3
/  0, 1,  0,  l2(t) \
|                   |
|  0, 0, -1, -l3(t) |
|                   |
| -1, 0,  0,  l1(t) |
|                   |
\  0, 0,  0,    1   /
```

Se utilizan las matrices de transformación y el Jacobiano para calcular las velocidades lineales y angulares de cada eslabón en función de las velocidades articulares.Analizar cómo se mueve cada parte del robot y para controlar con precisión su trayectoria.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%CALCULAMOS LAS VELOCIDADES PARA CADA ESLABÓN%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%  VELOCIDADES PARA ESLABÓN 3  %%%%%%%%%%

%Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a(:,GDL)=PO(:,:,GDL);
Jw_a(:,GDL)=PO(:,:,GDL);

for k= 1:GDL
    if RP(k)==0
       %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL));%Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
```

```
    else
%         %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a(:,k)=[0,0,0];
    end
 end

%Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a= simplify (Jv_a);
Jw_a= simplify (Jw_a);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a);

%Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac= [Jv_a;
      Jw_a];
Jacobiano= simplify(Jac);
% pretty(Jacobiano);

%Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 3
V3=simplify (Jv_a*Qp);
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón
3');pretty(V3);
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 3
/  l2p(t) \
|         |
| -l3p(t) |
|         |
\  l1p(t) /
```

```
W3=simplify (Jw_a*Qp);
 disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón
2');pretty(W3);
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 2
/ 0 \
|   |
| 0 |
|   |
\ 0 /
```

```
%%%%%%%%%%  VELOCIDADES PARA ESLABÓN 2  %%%%%%%%%%

%Calculamos el jacobiano lineal y angular de forma analítica
Jv_a2(:,GDL-1)=PO(:,:,GDL-1);
Jw_a2(:,GDL-1)=PO(:,:,GDL-1);
```

```
for k= 1:GDL-1
    if RP(k)==0
       %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a2(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-1)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a2(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a2(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-1));%Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a2(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
     else
%         %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a2(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a2(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a2(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

%Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a2= simplify (Jv_a2);
Jw_a2= simplify (Jw_a2);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a2);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a2);

%Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac2= [Jv_a2;
      Jw_a2];
Jacobiano2= simplify(Jac2);
% pretty(Jacobiano2);

Qp=Qp(t);
V2=simplify (Jv_a2*Qp(1:GDL-1));
%Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 1
 disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón
1');pretty(V2);
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 1
/ l2p(t) \
|        |
|    0   |
|        |
\ l1p(t) /
```

```
W2=simplify (Jw_a2*Qp(1:GDL-1));
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón
1');pretty(W2);
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 1
/ 0 \
|   |
| 0 |
|   |
\ 0 /
```

```
%%%%%%%%%%  VELOCIDADES PARA ESLABÓN 1  %%%%%%%%%%

%Calculamos el jacobiano lineal y angular de forma analítica
Jv_a1(:,GDL-2)=PO(:,:,GDL-2);
Jw_a1(:,GDL-2)=PO(:,:,GDL-2);

for k= 1:GDL-2
    if RP(k)==0
       %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a1(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-2)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a1(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a1(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-2));%Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a1(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
     else
%         %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a1(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a1(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a1(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

%Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a1= simplify (Jv_a1);
Jw_a1= simplify (Jw_a1);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a);

%Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
```

```
Jac1= [Jv_a1;
      Jw_a1];
Jacobiano1= simplify(Jac1);
% pretty(Jacobiano);
V1=simplify (Jv_a1*Qp(1:GDL-2));
%Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 1
 disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón
1');pretty(V1);
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 1
/    0   \
|        |
|    0   |
|        |
\ l1p(t) /
```

```
W1=simplify (Jw_a1*Qp(1:GDL-2));
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón
1');pretty(W1);
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 1
/ 0 \
|   |
| 0 |
|   |
\ 0 /
```

Se determina para cada eslabón considerando su masa, velocidad lineal y velocidad angular.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Energía Cinética
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Omitimos la división de cada lc%%%%%%%%%%%%%%%
%Distancia del origen del eslabón a su centro de masa
%Vectores de posición respecto al centro de masa
 P01=subs(P(:,:,1), l1, lc1);%La función subs sustituye l1 por lc1 en
 P12=subs(P(:,:,2), l2, lc2); %la expresión P(:,:,1)/2
 P23=subs(P(:,:,3), l3, lc3);
%Creamos matrices de inercia para cada eslabón

I1=[Ixx1 0 0;
    0 Iyy1 0;
    0 0 Izz1];

I2=[Ixx2 0 0;
    0 Iyy2 0;
    0 0 Izz2];

I3=[Ixx3 0 0;
    0 Iyy3 0;
    0 0 Izz3];
%Función de energía cinética

%Extraemos las velocidades lineales del efector final en cada eje
V3=V3(t);
```

```
Vx= V3(1,1);
Vy= V3(2,1);
Vz= V3(3,1);

%Extraemos las velocidades angular del efector final en cada ángulo de Euler
W3=W3(t);
W_pitch= W3(1,1);
W_roll= W3(2,1);
W_yaw= W3(3,1);
```

Calculamos la energía cinética para cada uno de los eslabones

Es la suma de las energías cinéticas de todos los eslabones, considerando tanto el movimiento lineal como el rotacional.

```
%Eslabón 1
V1_Total= V1+cross(W1,P01);
K1= (1/2*m1*(V1_Total))'*((V1_Total)) + (1/2*W1)'*(I1*W1);
K1= simplify (K1);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 1');pretty (K1);
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 1
         2 __
|l1p(t)|  m1
------------
      2
```

```
%Eslabón 2
V2_Total= V2+cross(W2,P12);
K2= (1/2*m2*(V2_Total))'*((V2_Total)) + (1/2*W2)'*(I2*W2);
K2= simplify (K2);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 2');pretty (K2);
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 2
__          2           2
m2 (|l1p(t)|  + |l2p(t)| )
--------------------------
             2
```

```
%Eslabón 3
V3_Total= V3+cross(W3,P23);
K3= (1/2*m3*(V3_Total))'*((V3_Total)) + (1/2*W3)'*(I2*W3);
K3= simplify (K3);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 2');pretty (K3);
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 2
__          2           2           2
m3 (|l1p(t)|  + |l2p(t)|  + |l3p(t)| )
--------------------------------------
                   2
```

```
%Energía cinética total
K_Total= simplify (K1+K2+K3);
disp('Energía Cinética Total');pretty (K_Total);
```

```
Energía Cinética Total
__          2           2           2            2 __    __          2           2
m3 (|l1p(t)|  + |l2p(t)|  + |l3p(t)| )    |l1p(t)|  m1    m2 (|l1p(t)|  + |l2p(t)| )
-------------------------------------- + ------------ + --------------------------
                  2                            2                     2
```

```
%Obtenemos las alturas respecto a la gravedad
h1= P01(2);
h2= P12(3);
h3= P23(1);

U1=m1*g*h1;
U2=m2*g*h2;
U3=m3*g*h3;

%Calculamos la energía potencial total
U_Total= U1 + U2 + U3;
disp('Energía Potencial Total'); pretty(U_Total);
```

```
Energía Potencial Total
g lc2 m2
```

```
%Modelo de energía
%Obtenemos el Lagrangiano
% función que describe la diferencia entre la energía cinética y la energía
potencial de un sistema físico. Se utiliza en la mecánica lagrangiana para formular
las ecuaciones de movimiento de un sistema.
%L=K-U
Lagrangiano= simplify (K_Total-U_Total);
disp('Lagrangiano'); pretty (Lagrangiano);
```

```
Lagrangiano
__          2           2           2            2 __    __          2           2
m3 (|l1p(t)|  + |l2p(t)|  + |l3p(t)| )    |l1p(t)|  m1    m2 (|l1p(t)|  + |l2p(t)| )
-------------------------------------- + ------------ + -------------------------- - g lc2 m2
                  2                            2                     2
```

```
%Modelo de Energía
H= simplify (K_Total+U_Total);
disp('Modelo de energía'); pretty (H)
```

```
Modelo de energía
__          2           2           2            2 __    __          2           2
m3 (|l1p(t)|  + |l2p(t)|  + |l3p(t)| )    |l1p(t)|  m1    m2 (|l1p(t)|  + |l2p(t)| )
-------------------------------------- + ------------ + -------------------------- + g lc2 m2
                  2                            2                     2
```

```
toc
```

```
Elapsed time is 4.084206 seconds.
```