Introdução à Análise de dados em FAE **(4/8/21)**

Lista de Cinemática Relativística

Professores: Dilson, Eliza, Sandro Sheila *Name:* Daniel Soares

EXERCICIO 0

A energia do méson pi é dada por $E = \gamma mc^2$, onde γ é o fator de Lorentz. A energia de cada fóton é dada por $E_i = h\nu_i$. Por conservação de energia, temos $\gamma mc^2 = h\nu_1 + h\nu_2$.

O momento em cada um dos eixos também se conserva: $p_{x\pi} = p_{x\gamma 1} + p_{x\gamma 2}$; $p_{y\pi} = p_{y\gamma 1} + p_{y\gamma 2}$. Podemos considerar uma situação inicial na qual o píon tem unicamente componentes no eixo x, portanto: $p_{y\gamma 1}+p_{y\gamma 2} = 0$. A equação no eixo x fica $\gamma mv = h\nu_1 \cos\theta_1/c+h\nu_2 \cos\theta_2/c$. A equação no eixo y fica $h\nu_1 \sin\theta_1/c = -h\nu_2 \sin\theta_2/c$.

Manipulando a equação, temos $\gamma mv - h\nu_1 \cos\theta_1/c = h\nu_2 \cos\theta_2/c$ e elevando os dois lados da equação ao quadrado, obtemos $(\gamma mv-h\nu_1 \cos\theta_1/c)^2 = (h\nu_2 \cos\theta_2/c)^2 = (h\nu_2/c)^2(1-\sin^2\theta_2) = (h\nu_2/c)^2-(h\nu_2/c)^2 \sin^2\theta_2 = (h\nu_2/c)^2 - (h\nu_1/c)^2 \sin^2\theta_1$.

Aplicando o produto notável no lado esquerdo da equação: $(\gamma mv)^2 - 2\gamma mvh\nu_1 \cos\theta_1/c + (h\nu_1 \cos\theta_1/c)^2 + (h\nu_1/c)^2 \sin^2\theta_1 = (\gamma mv)^2 - 2\gamma mvh\nu_1 \cos\theta_1/c + (h\nu_1/c)^2 = (h\nu_2/c)^2$. Da conservação de energia, temos que $h\nu_2 = \gamma mc^2 - h\nu_1$, portanto a equação anterior fica $(\gamma mv)^2 - 2\gamma mvh\nu_1 \cos\theta_1/c + (h\nu_1/c)^2 = (\gamma mc - h\nu_1/c)^2 = (\gamma mc)^2 - 2\gamma mh\nu_1 + (h\nu_1/c)^2$. Desta equação podemos cortar os termos iguais de cada lado e ficar com a seguinte equação: $(\gamma mv)^2 - 2\gamma mvh\nu_1 \cos\theta_1/c = (\gamma mc)^2 - 2\gamma mh\nu_1$.

Manipulando esta equação, obtemos: $(\gamma m)^2(v^2 - c^2) = 2\gamma mh\nu_1(v \cos\theta_1/c - 1)$. Cortando um termo γm de cada fator temos: $\gamma m(v^2 - c^2) = 2h\nu_1(v \cos\theta_1/c - 1)$. Invertendo os termos sendo subtraídos, temos: $\gamma m(c^2 - v^2) = \gamma mc^2(1 - v^2/c^2) = mc^2/\gamma = 2h\nu_1(1 - v \cos\theta_1/c)$. Por fim, a energia do primeiro fóton será $E_1 = h\nu_1 = (mc^2/2\gamma)(1 - v \cos\theta_1/c)^{-1}$.

Aplicando este resultado na equação de conservação de energia, podemos obter a energia do segundo fóton: $\gamma mc^2 = (mc^2/2\gamma)(1 - v \cos\theta_1/c)^{-1} + h\nu_2$. Ou seja, $E_2 = h\nu_2 = \gamma mc^2 - (mc^2/2\gamma)(1 - v \cos\theta_1/c)^{-1}$.

EXERCICIO 1

A energia do centro de massa da colisão será dada por $E_{CM} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p_1} + \vec{p_2})^2}$. Sabendo que o momento do alvo é nulo, temos: $E_{CM} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (p_1)^2} = \sqrt{E_1^2 + 2E_1E_2 + E_2^2 - p_1^2}$. como o quadrado da massa da partícula acelerada é $m_1^2 = E_1^2 - p_1^2$ e toda energia da partícula alvo está em sua massa de repouso, a equação fica: $E_{CM} = \sqrt{m_1^2 + 2E_1m_2 + m_2^2}$.

EXERCICIO 2

No limite das Altas Energias ($E_1 >> m_1, m_2$) os quadrados das massas na equação final do exercício anterior tendem a influenciar de forma praticamente desprezível na energia do centro de colisão, portanto aproximamos esta para a raiz quadrada do termo com a energia da partícula acelerada.

EXERCICIO 3

Da equação na primeira linha do exercício 1, podemos tirar os produtos notáveis e obter a seguinte equação: $E_{CM} = \sqrt{E_1^2 + 2E_1E_2 + E_2^2 - (p_1^2 + 2\vec{p_1}.\vec{p_2} + p_2^2)} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1E_2 - \vec{p_1}.\vec{p_2})}$. Chamando $\beta_i = p_i/E_i$, chegamos a $E_{CM} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2E_1E_2(1 - \beta_1\beta_2 \cos\theta)}$.

EXERCICIO 4

Da equação na segunda linha do exercício anterior, considerando $m_1 = m_2$ e $\vec{p_1} = -\vec{p_2}$, podemos obter que: $E_{CM} = \sqrt{2m_1^2 + 2E_1^2 + 2\vec{p_1}.\vec{p_1}} = \sqrt{4E_1^2} = 2E_1$.

EXERCICIO 5

a) Manipulando a equação final no exercício 1 temos: $E_{CM} = \sqrt{m_1^2 + 2m_2\sqrt{m_1^2 + p_1^2} + m_2^2}$, nas condições do enunciado, temos: $m_1 = m_2 \approx 1GeV$, $p_1 = 100GeV$, substituindo esses valores, obtemos que a energia do centro de massa é $E_{CM} \approx 14GeV$.

b) Agora substituindo $E_{CM} = 14TeV$, obtemos que a energia do feixe deve ser $E_1 = 97TeV$.

c) Como foi discutido em aula, podem existir colisores assimétricos do tipo que colide partículas contra um alvo fixo, como por exemplo o SLAC. Podem também serem colididos dois feixes assimétricos, como por exemplo a colisão p - Pb no LHCb.

d) Substituindo $E_1 = 3,5TeV$ nas equações dos exercícios 1 e 4 podemos obter a energia do centro de colisão para os experimentos de alvo fixo e colisão de feixes respectivamente. Estas são 83 GeV e 7 TeV.

EXERCICIO 6