

# Teoría, Práctica y Aplicaciones de los Elementos Finitos

Posgrado en Ciencias Matemáticas

9 Créditos

Daniel Castañón Quiroz<sup>\*1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Cd. de México, México

January 9, 2023

## 1 Requisitos del curso

- Indispensables: Conceptos básicos de análisis real y funcional. Fundamentos de programación.
- Deseables: Conceptos básicos ecuaciones diferenciales parciales y espacios de Sobolev.

## 2 Horarios

- Clases: 14:30-16:45. Martes y Jueves. Formato: Presencial en el IIMAS. Salón: Por definir.

## 3 Temario

### 1. Introducción y Requisitos

- (a) Presentación y motivación del método de los elementos finitos.
- (b) Repaso de la integral de Lebesgue y los espacios de Sobolev.
- (c) Repaso de Análisis funcional. Formulación variacional de algunas EDPs.
- (d) Fundamentos de programación en Matlab.

### 2. Conceptos de Elementos Finitos (EFs)

- (a) Nociones básicas de los elementos finitos. Definición de tríada de un elemento finito según Ciarlet.
- (b) Elementos finitos y su cálculo diferencial en mallas simpliciales.
- (c) Orientación de mallas. Interpolación local y global. Desigualdades inversas.
- (d) Elementos finitos para el espacio **Hdiv**.
- (e) Elementos finitos conformes, no conformes y rotos (broken).
- (f) Programación e implementación de EFs locales en Matlab.

### 3. Aproximación de EDPs elípticas utilizando Elementos Finitos

- (a) Formulaciones débiles, existencia y unicidad. Teoremas de Lax-Milgram, y de BNB. Aproximación de Galerkin. Crímenes variacionales.

---

<sup>\*</sup>[daniel.castanon@iimas.unam.mx](mailto:daniel.castanon@iimas.unam.mx)

- (b) Aproximaciones no conformes: Crouzeix-Raviart, Galerkin-Discontinuo (DG) e Híbrida de Alto Orden (HHO).
- (c) Programación e implementación de EFs para la solución de una EDP en Matlab.

#### 4. Problemas Mixtos

- (a) El problema de Stokes. Condiciones inf-sup. Aproximación Mixta. Pares de EFs estables e inestables.
- (b) Métodos robustos para el problema de Stokes utilizando el método HHO.
- (c) Programación e implementación de EFs para el problema de Stokes en Matlab.

### 4 Bibliografía Básica

1. Ern A., and Guermond J.-L., *Finite Elements I, Approximation and interpolation*, Texts in Applied Mathematics, Vol. 72 (2021) 313 p., Springer-Verlag, New York.
2. Ern A., and Guermond J.-L., *Finite Elements II, Galerkin approximation, elliptic and mixed PDEs*, Texts in Applied Mathematics, Vol. 73 (2021) 474 p., Springer-Verlag, New York.
3. Gilat A., *Matlab: An Introduction with Applications*, 6th Edition, Wiley, 2017.

### 5 Bibliografía Complementaria

1. Boffi D., Brezzi F., and Fortin M., *Mixed Finite Element Methods and Applications*, Springer Series in Computational Mathematics 44, Springer, 2010.
2. Di Pietro D. A., and Droniou J., *The Hybrid High Order Method for Polytopal Meshes*, Modeling, Simulation and Applications 19, Springer, 2020.
3. Di Pietro D. A., and Ern A., *Mathematical Aspects of Discontinuous Galerkin Methods*, Number 69 in Mathematics & Applications, Springer, 2012.
4. Elman H., Sylvester D., and Wathen A., *Finite Elements and Fast Iterative Solvers: with Applications in Incompressible Fluid Dynamics*, 2nd ed., Oxford University Press, 2014.