

Redes Complejas

Universidad Técnica Federico Santa María

Julio 2024

Tarea 3

Joaquín Calderón, Daniel Martínez

joaquin.calderond@usm.cl, daniel.martinezc@usm.cl

1. Juguemos con arena. Genere dos redes, una Erdős-Renyi y otra Barabási-Albert, ambas con 1000 nodos y grado promedio 2 (o puede ser 3, en realidad no es crucial). Sobre cada una de ellas haremos el siguiente experimento. Primero que nada, supondremos que cada nodo contiene un balde capaz de alojar una cantidad de granos de arena idéntica a su grado. Inicializamos cada balde a una cantidad de granos al azar (o sea, un número al azar entre 0 y el grado del nodo). Luego, durante 10000 iteraciones, hacemos lo siguiente:

- Se agrega un grano de arena a un nodo escogido al azar.
- Si la cantidad de granos rebalsa el balde, tenemos una avalancha. Se reparte un grano a cada uno de los vecinos del nodo. Si con eso alguno de ellos rebalsa, ese también reparte, y así sucesivamente. El tamaño de la avalancha se mide como la cantidad total de granos
- Considere además en cada transferencia de grano una probabilidad de $1/1000$ de que el grano se pierda (nunca llegue a su destino). Esto es para evitar que el sistema se sature transferidos.

Grafique la distribución de los tamaños de las avalanchas, para cada tipo de red. Si parece ser una distribución conocida (debería) estime sus parámetros¹.

Respuesta:

Se crearon las redes Erdős-Renyi con parámetros $n = 1000$ y $p = 0.002$, y Barabási-Albert con parámetros $n = 1000$ y $m = 1$. Ambas con grado promedio aproximadamente igual a 2.

Luego se realiza la simulación propuesta y graficamos la distribución de los tamaños de las avalanchas. Estos resultados se pueden apreciar en las figuras 1 y 2.

¹Considere que lo que importa es como cae la curva; puede que haya un tramo inicial que despreciar.

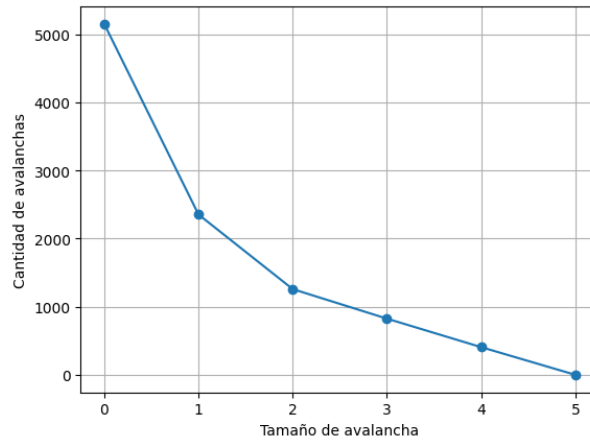


Figure 1: Distribución de los tamaños de la avalancha en la red Erdős-Renyi.

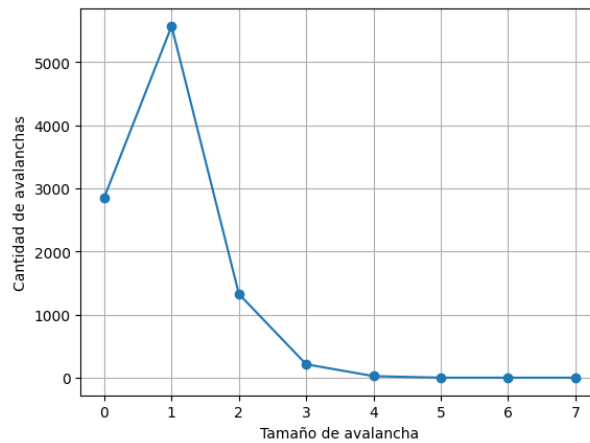


Figure 2: Distribución de los tamaños de la avalancha en la red Barabási-Albert.

En los resultados se puede apreciar una distribución que sigue una ley de potencia. Si estimamos los parámetros obtenemos para la red Erdős-Renyi: $\alpha = 4.59$, $X_{min} = 3.0$ y $X_{max} = None$ y para la red Barabási-Albert: $\alpha = 3.81$, $X_{min} = 2.0$ y $X_{max} = None$.

2. Se han propuesto diversos modelos para abordar un problema crucial para la humanidad: Sobreviviríamos a un apocalipsis zombie? La variedad de modelos es necesaria, porque no conocemos los detalles de las interacciones, y las películas muestran bastante diversidad. Aquí propondré un modelo simple, que separa la población en tres tipos de agentes: humanos, zombies, y destruidos. En cada interacción entre un humano y un zombie, habrá una probabilidad α de que el zombie muerda al humano y lo zombie que, una probabilidad β de que el humano logre curar al zombie (convirtiéndolo en humano), y una probabilidad $1 - \alpha - \beta$ de que el humano destruya al zombie (que pasará a destruido). Además, en cada iteración, todo zombie tiene una probabilidad γ de destruirse espontáneamente (por accidentes o trampas puestas por los humanos; no son muy astutos, estos zombies). Nos interesa determinar los rangos de parámetros que permiten la supervivencia de la humanidad.

Para simplificar sus vidas, uno de los parámetros lo fijaremos: $\beta = 0.1$, obtenido tras largos experimentos de curación de zombies. De modo que lo que buscamos es,

en el plano (α, γ) , determinar las zonas en las que la humanidad se extingue y en las que no lo hace.

La forma de lograrlo es simular esta dinámica en una red de 5000 nodos, con grado promedio 4, en la que inicialmente hay un 5% de zombies. En cada iteración se escoge un humano al azar, y un vecino zombie al azar (si es que existe) e interactúan según se indicó antes, cambiando de estado alguno de los dos según el resultado. Además, como dijimos antes, cada zombie de la red tiene una probabilidad γ de pasar a destruido en cada iteración.

Determine la frontera entre la vida y la muerte de nuestra especie para tres posibles topologías de la red: Erdős-Renyi, Barabási-Albert, y SBM con 50 comunidades (refugios) de 100 nodos. Depende su resultado de la topología?

Comente sus resultados.

Respuesta:

Usando el lenguaje de programación Python² y su librería de procesamiento de grafos Networkx³ se creó una simulación del escenario propuesto usando las 3 redes (Erdős-Renyi, Barabási-Albert, y SBM).

Las simulaciones se ejecutaron usando valores de α entre 0.35 y 0.9 con step de 0.05, y para él γ se usaron los valores $[1e-8, 5e-8, 1e-7, 5e-7, 1e-6, 5e-6, 1e-5, 5e-5, 1e-4, 5e-4]$. Como métrica de la supervivencia de la raza humana.

$$S_R = \frac{H}{T} \quad (1)$$

Donde S_R corresponde al *survival rate*, H corresponde al total de humanos con vida al final de la simulación y T corresponde al total de los individuos en la red (zombis + humanos + muertos). Esta se representa en los Mapas de calor como el color.

En las simulaciones la topología de la red no importa tanto como se puede ver en las figuras 3, 4, 5, ya que se mantiene más o menos la misma estructura y distribución en el plano (α, γ) , lo que sí importa es el valor del α y el γ ya que estos son los que delimitan la zona de supervivencia y controlan el comportamiento de la simulación.

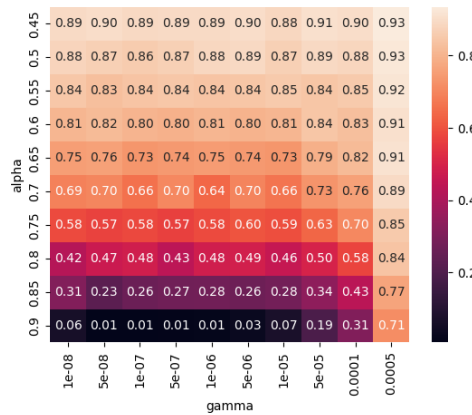


Figure 3: Simulación red Barabási-Albert

²<https://www.python.org/>

³<https://pypi.org/project/networkx/>

Para la red Barabási-Albert en la simulación el punto crítico se encuentra en los valores de $\alpha > 0.75$ y valores de $\gamma < 5e - 5$. Gran parte del resto de los valores de estos parámetros la humanidad prospera fácilmente.

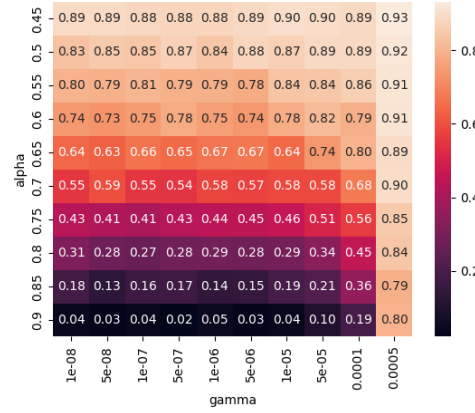


Figure 4: Simulación red Erdős-Rényi

Para la red Erdős-Rényi en comparación a la Barabási-Albert la humanidad tiene levemente mayores problemas para sobrevivir. Esto se puede deber en parte a que las redes de Barabási-Albert tienen la concentración de las conexiones en unos pocos nodos hubs y, por lo tanto, es difícil que estos se zombifiquen.

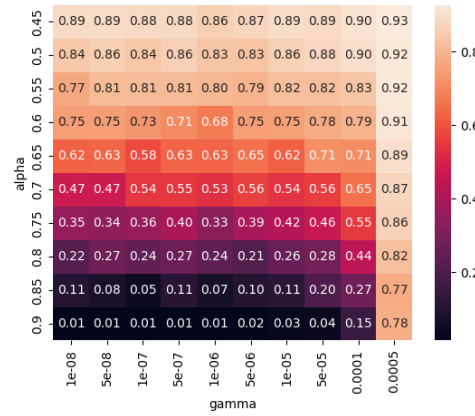


Figure 5: Simulación red SBM

Finalmente, la red SBM con 50 comunidades de 100 nodos a la humanidad se le dificultó más con las topologías de redes vistas anteriormente se puede apreciar en la 5 que el punto crítico de la supervivencia de la humanidad se encuentra en valores más bajos para el parámetro α , donde valores $\alpha > 0.6$ obtuvieron una tasa de supervivencia baja.