



PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Profº Agnaldo Cieslak

Características

Tarefa 3 de Análise gráfica:

- Apresentação das 6 equipes;
- Eleição: <https://www.menti.com/a7vu4gbqks>
- Discussão sobre os resultados.

Na sua opinião individual, qual apresentação atingiu os melhores resultados solicitados?

Técnicas de Amostragem

Quando fazemos uma pesquisa, ou utilizamos algum mecanismo para obter informações, um dos objetivos principais é coletar dados de uma pequena parte de um grande grupo e aprender então alguma coisa sobre esse grupo maior.

População: conjunto de indivíduos, objetos ou produtos que contém a característica que temos interesse. Exemplo:

- Característica: altura dos estudantes
- População: **todos** os estudantes

Média Populacional

Observação

A população depende do interesse da pesquisa

Amostra: subconjunto da população, em geral com dimensão bem menor, que também possui a característica de interesse. Exemplo:

- Característica: altura dos estudantes
- Amostra: 100 estudantes selecionados **ao acaso**

Média Amostral

Técnicas de Amostragem

Exemplo:

- População: todos os alunos de uma única turma
- Característica: idade dos alunos

Censo: 22 21 24 23 20 22 21 25 24 24 23 19 25 24 23 23
20 21 23 20 23 22 23 23 25 25 20 23 24 20

Média populacional: $\mu = 22,5$ \Leftarrow **Parâmetro**

Amostra de 5 alunos: 25 24 23 23 25

Média amostral: $\bar{x} = 24$ \Leftarrow **Estatística**

Por que fazer amostragem?

- ✓ Parâmetros populacionais desconhecidos
- ✓ Impossibilidade de realização de um censo
- ✓ Mais barato, mais rápido

Por que fazer amostragem?

- ✓ Parâmetros populacionais desconhecidos
- ✓ Impossibilidade de realização de um censo
- ✓ Mais barato, mais rápido

Se a amostra for mal coletada, nenhuma técnica estatística salvará o resultado.

Tipos de amostragem

a) **Levantamento amostral:**

A amostra é obtida a partir de uma população bem definida, em meio de processos bem definidos pelo pesquisador. Subdivide-se em dois grupos:

Tipos de amostragem

b) Planejamento de experimentos:

Aplica um tratamento, e passa a observar seu efeito entre o objeto de estudo. Requer, portanto, a interferência do pesquisador sobre a população, bem como o controle de fatores externos, com o intuito de medir o efeito desejado.

Exemplos: Estudo do efeito de um novo medicamento, experimentos agronômicos

Tipos de amostragem

c) **Levantamentos observacionais:**

Observa e mede características, mas não modifica o objeto de estudo. Os dados são coletados sem que o pesquisador tenha controle sobre as informações obtidas.

Exemplo: Verificar o valor das vendas de uma empresa em um certo período (não há como “selecionar” as vendas)

Método de amostragem

Para a escolha do método deve-se levar em conta:

- Tipo de pesquisa
- Acessibilidade e disponibilidade dos elementos da população
- Disponibilidade de tempo
- Recursos financeiros e humanos

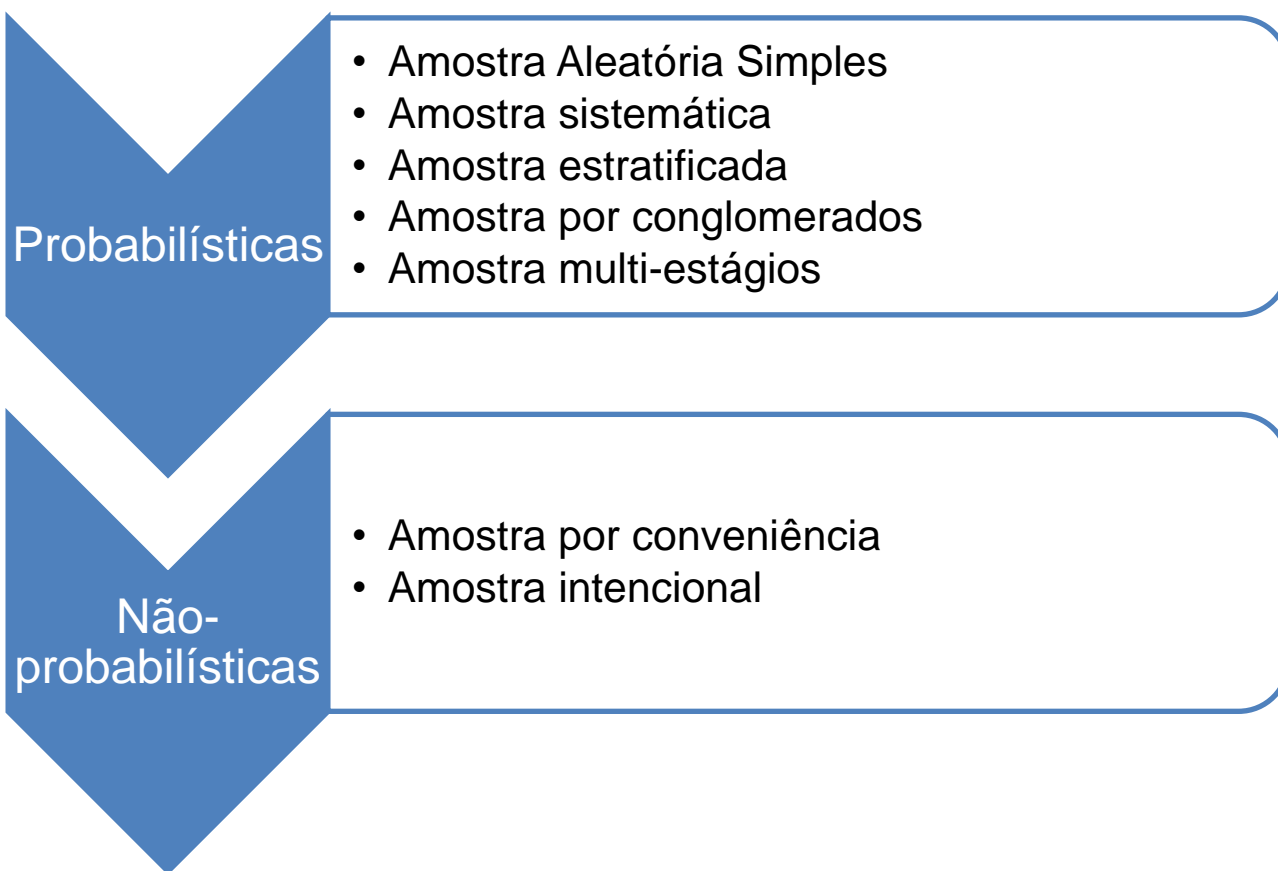
•Probabilísticos:

Cada elemento da população possui a mesma probabilidade de ser selecionado para compor a amostra → mecanismos aleatórios de seleção

•Não probabilísticos:

A seleção da amostra depende do julgamento do pesquisador. Há uma escolha deliberada dos elementos para compor a amostra → mecanismos não aleatórios de seleção. (não há como calcular a probabilidade de cada elemento)

Método de amostragem



Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Todas as possíveis amostras de tamanho n tem a mesma chance de serem escolhidas (de uma população com N elementos)

Exemplos:

- ✓ Selecionar 10 estudantes de uma sala por sorteio e perguntar a idade
- ✓ Gerar uma amostra aleatória de 1000 números de matrícula de estudantes da faculdade (no computador!) e perguntar a idade

Técnicas de Amostragem

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

- ✓ É o método mais simples para selecionarmos uma amostra probabilística de uma população
- ✓ Serve de base para outros procedimentos amostrais, planejamento de experimentos e estudos observacionais
- ✓ Utilizando-se um procedimento aleatório, sorteia-se um elemento da população. Repete-se o processo até que sejam sorteadas as ***n*** unidades na amostra.

Com reposição:

o mesmo elemento da população pode ser amostrado mais de uma vez.
A probabilidade de seleção não se altera. (N^n)

Sem reposição:

cada elemento da população é amostrado uma única vez. A probabilidade de seleção se altera. ($A_{N,n}$)

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Sequência:

- 1- enumerar os elementos da população de 1 a N sem ordenar;
- 2- Escolher os elementos da amostra de tamanho n, utilizando os números aleatórios (Tabela TNA – 8 colunas, 35 linhas)

2.1 Estabelecer algum critério de início:

a posição da coluna e o sentido (esq-dir, dir-esq);

a posição da linha e o sentido (baixo-cima, cima-baixo);

quantidade de algarismos em função do tamanho da população

e posição dos algarismos (primeiros, meio, últimos)

- 3- Selecionar os elementos de acordo como critério estabelecido;

230890							
832538	195800						
693696	811259	767530					
350164	427061	425715	3				
016923	163536	363050	28				
582566	536671	459349	213078				
520603	115385	203856	762208				
018494	423008	740013	305945	46136			
987644	496044	987838	372572	6236			
759111	691306	570944	133363	09			
214586	429852	646810	442963				
645808	773871	724159	046819				
610936	089960	865090	5263				

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Exercício;

O engenheiro responsável pelo controle de qualidade de uma fábrica de bombons deseja extrair, sem reposição, uma amostra de tamanho $n=5$, de uma população de 30 caixas de bombom. As massas dessas caixas foram medidas em kg e apresentadas na tabela abaixo:

1	2	3	4	5
2,6	3,0	2,8	1,6	1,8
3,2	3,1	1,5	2,6	2,9
2,6	1,7	2,6	2,7	1,8
1,9	2,0	1,9	3,1	1,6
2,0	1,6	1,4	1,3	2,1
2,2	1,7	1,6	2,6	2,4

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Exercício;

O engenheiro responsável pelo controle de qualidade de uma fábrica de bombons deseja extrair, sem reposição, uma amostra de tamanho $n=5$, de uma população de 30 caixas de bombom. As massas dessas caixas foram medidas em kg e apresentadas na tabela abaixo:

População = 30 caixas 1- Enumerar os elementos das caixas de bombom:

1	2	3	4	5
2,6	3,0	2,8	1,6	1,8
3,2	3,1	1,5	2,6	2,9
2,6	1,7	2,6	2,7	1,8
1,9	2,0	1,9	3,1	1,6
2,0	1,6	1,4	1,3	2,1
2,2	1,7	1,6	2,6	2,4

Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa
1	2,6	7	3,0	13	2,8	19	1,6	25	1,8
2	3,2	8	3,1	14	1,5	20	2,6	26	2,9
3	2,6	9	1,7	15	2,6	21	2,7	27	1,8
4	1,9	10	2,0	16	1,9	22	3,1	28	1,6
5	2,0	11	1,6	17	1,4	23	1,3	29	2,1
6	2,2	12	1,7	18	1,6	24	2,6	30	2,4

2- Escolher os elementos da amostra de tamanho $n=5$ utilizando a tabela TNA:

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Exercício;

Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa
1	2,6	7	3,0	13	2,8	19	1,6	25	1,8
2	3,2	8	3,1	14	1,5	20	2,6	26	2,9
3	2,6	9	1,7	15	2,6	21	2,7	27	1,8
4	1,9	10	2,0	16	1,9	22	3,1	28	1,6
5	2,0	11	1,6	17	1,4	23	1,3	29	2,1
6	2,2	12	1,7	18	1,6	24	2,6	30	2,4

2- Escolher os elementos da amostra de tamanho $n=5$ utilizando a tabela TNA:

2.1 – Estabelecer os critérios para a TNA:

4ª coluna da esquerda para a direita;

6ª linha de baixo para cima;

os 2 primeiros algarismos da TNA (elementos enumerados de 1 a 30);
sem reposição (não pode haver repetição);

496044
691306
429852
773871
089960
055601
125866
001785
509745
940602
118615
155052
727709
200213
576692

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Exercício;

Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa
1	2,6	7	3,0	13	2,8	19	1,6	25	1,8
2	3,2	8	3,1	14	1,5	20	2,6	26	2,9
3	2,6	9	1,7	15	2,6	21	2,7	27	1,8
4	1,9	10	2,0	16	1,9	22	3,1	28	1,6
5	2,0	11	1,6	17	1,4	23	1,3	29	2,1
6	2,2	12	1,7	18	1,6	24	2,6	30	2,4

2- Escolher os elementos da amostra de tamanho $n=5$ utilizando a tabela TNA:

2.1 – Estabelecer os critérios para a TNA:

4ª coluna da esquerda para a direita;

6ª linha de baixo para cima;

os 2 primeiros algarismos da TNA (elementos enumerados de 1 a 30);
sem reposição (não pode haver repetição);

Os elementos escolhidos foram:

496044
691306
429852
773871
089960
055601
125866
001785
509745
940602
118615
155052
727709
200213
576692

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Simples (AAS)

Exercício;

Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa	Item	Massa
1	2,6	7	3,0	13	2,8	19	1,6	25	1,8
2	3,2	8	3,1	14	1,5	20	2,6	26	2,9
3	2,6	9	1,7	15	2,6	21	2,7	27	1,8
4	1,9	10	2,0	16	1,9	22	3,1	28	1,6
5	2,0	11	1,6	17	1,4	23	1,3	29	2,1
6	2,2	12	1,7	18	1,6	24	2,6	30	2,4

2- Escolher os elementos da amostra de tamanho $n=5$ utilizando a tabela TNA:

2.1 – Estabelecer os critérios para a TNA:

4ª coluna da esquerda para a direita;

6ª linha de baixo para cima;

os 2 primeiros algarismos da TNA (elementos enumerados de 1 a 30);
sem reposição (não pode haver repetição);

Os elementos escolhidos foram:

20 – 2,6 Kg

15- 2,6 Kg

11- 1,6 Kg

12- 1,7 Kg

05- 2,0 Kg

496044
691306
429852
773871
089960
055601
125866
001785
509745
940602
118615
155052
727709
200213
576692



Método probabilístico

Amostragem Aleatória Sistemática

Utilizada quando os elementos estão dispostos de maneira organizada (ex.: fila, lista) e aleatória.

Escolhe um ponto de partida e seleciona-se cada k -ésimo elemento da população (ex.: o 50 elemento)

Técnica:

- Razão de amostragem: $k = N/n$ (K =razão de amostragem, N =população, n =amostra)
- Primeiro elemento escolhido pela tabela números aleatórios
- $X(TNA)$, $X+K$, $X+2K$, ...



Exemplo:

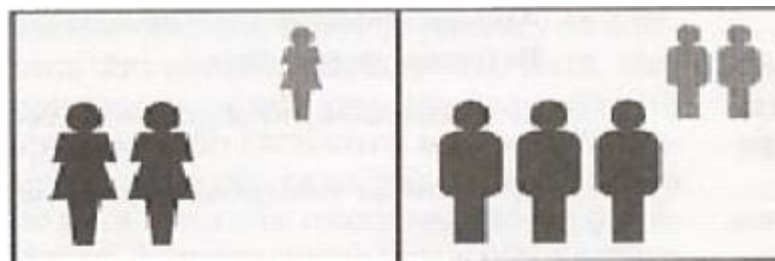
Em uma fábrica de lâmpadas, a cada 100 peças produzidas, uma é retirada para teste. Outro exemplo é a pessoa escolhida na fila do banco para avaliar o caixa.

Método probabilístico

Amostragem Estratificada Proporcional

Indicada quando a população está dividida em grupos distintos, denominados estratos. (para populações heterogêneas).

Dentro de cada estrato é realizada uma amostragem aleatória simples. O tamanho da amostra pode ou não ser proporcional ao tamanho do estrato.



Exemplos:

Uma comunidade universitária com 8000 indivíduos está estratificada da seguinte forma:

Estrato	População	Amostra
Professores	800	80
Funcionários	1200	120
Estudantes	6000	600

Método probabilístico

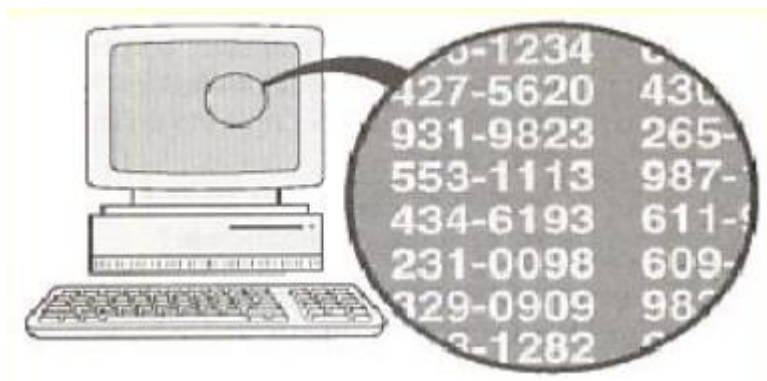
Amostragem Estratificada Proporcional

Alocação por igual: se se desconfia de que os estratos são todos de tamanhos parecidos, ou seja,

$$N_1 \approx N_2 \approx N_3 \approx \dots \approx N_k$$

Então pode-se fazer: $n_1 = n_2 = n_3 = \dots = n_k = \frac{n}{k}$

Exemplo: Se o tamanho de uma amostra for $n = 56$ e, o número de estratos é $k = 4$, então, $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 14$.



Método probabilístico

*

Exemplo:

Considere uma amostra de tamanho $n = 48$ a ser selecionada de uma população dividida em 3 estratos, tais que $N_1 = 40$, $N_2 = 80$ e $N_3 = 120$, então

$$N = 40 + 80 + 120 = 240$$

$$\frac{N_1}{N} = \frac{40}{240} = \frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad n_1 = \frac{48}{6} = 8$$

$$\frac{N_2}{N} = \frac{80}{240} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad n_2 = \frac{48}{3} = 16$$

$$\frac{N_3}{N} = \frac{120}{240} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad n_3 = \frac{48}{2} = 24$$

Portanto, $n_1 = 8$, $n_2 = 16$ e $n_3 = 24$ é a alocação proporcional ao tamanho dos estratos.

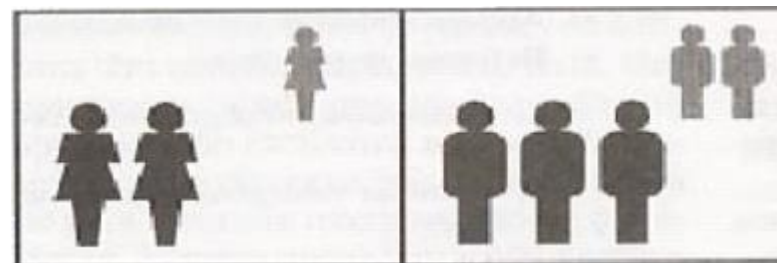
Esse resultado significa que se deve selecionar 8 indivíduos do primeiro estrato, 16 do segundo estrato e 24 do terceiro.

Método probabilístico

Amostragem Estratificada Proporcional

Exercícios de fixação:

Numa região existem 150.000 pessoas sendo 45.000 com idade inferior 20 anos, 75.000 com idade entre 20 anos (inclusive) e 50 anos (exclusive) e 30.000 com idade igual ou superior a 50 anos. Extrair uma amostra de 30 pessoas pelo processo de amostragem estratificada com partilha proporcional.



Estrato

População

Amostra

Método probabilístico

Amostragem Aleatória Estratificada + Sistemática - exercício

a. *Imagine uma sala de aula com 90 alunos, sendo 54 sejam brasileiros e 36 sejam estrangeiros, vamos obter a amostra proporcional estratificada de 10%.*

•São, portanto, dois estratos (brasileiros e estrangeiros) e queremos uma amostra de 10% da população. Logo, temos:

Nac.	POPULAÇÃO	AMOSTRA	Quant. AMOSTRA
B	54		
E	36		
Total	90		

Numeramos os alunos de 01 a 90;

-de 01 a 54 são os brasileiros

-de de 55 a 90, estrangeiros.

-Usar tabela de números aleatórios (ou sorteador.com.br) obtemos os seguintes números:

Método probabilístico

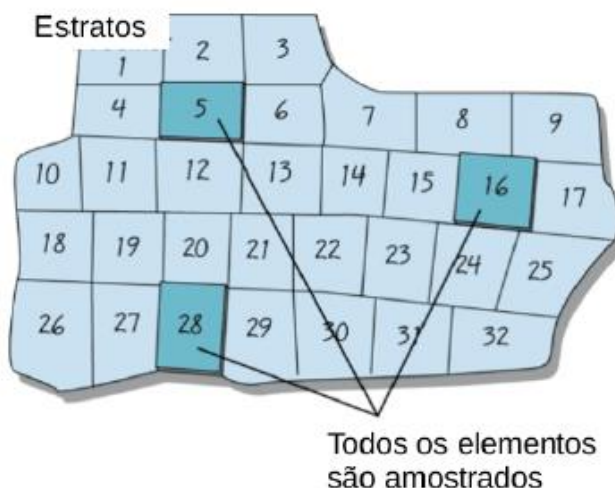
Amostragem por Conglomerado

A área da população é dividida em seções (ou conglomerados, ex.: bairros, quarteirões). Os conglomerados são selecionados aleatoriamente. Dentro de um conglomerado, todos os elementos são amostrados.

A amostragem por conglomerados tem a seguinte característica: a variação dos dados é grande dentro de cada conglomerado e pequena entre os conglomerados.

Exemplos de conglomerados:

- Brasil -> estados -> municípios -> setores -> cidadãos
- Escolas -> turmas -> alunos



Método probabilístico

Amostragem multi-estágios

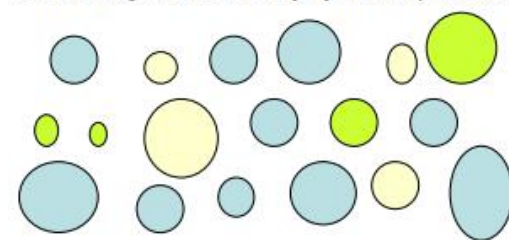
- Efetuado em 2 ou mais estágios;
 - Em cada estágio pode-se aplicar um dos métodos vistos;
 - Aplicado em amostrais de grande escala e populações heterogêneas.
- Etapas:
- 1- Amostrar determinada região;
 - 2- Amostrar partes desta região;
 - 3- Amostrar elementos destas partes.

Exemplo:

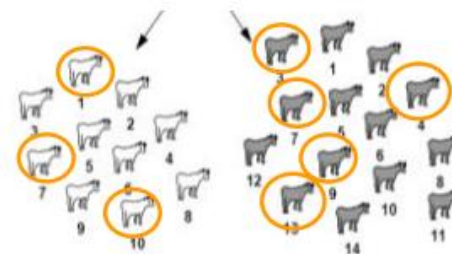
- Estimativa de animais e propriedades positivas para a brucelose bovina



1º. Amostragem aleatória de propriedades/rebanhos



2º. Amostragem aleatória de fêmeas com idade ≥ 2 anos



Atividade em sala:

Experimento de Amostragem

- A turma deverá fazer um levantamento de altura de todos os alunos da sala;
- Calcular a média da altura de toda a turma;
- Aplicar as técnicas de amostragem adequada a situação problema apresentada;
- Mapear as amostras;
- Calcular a média amostral e comparar com a média da população;
- Elaborar breve comentário sobre a experiência.
- Apresentar os resultados.

Método não probabilístico

Amostragem por conveniência (acidental): elementos selecionados por serem imediatamente disponíveis.

Exemplo: Uma repórter entrevistando pessoas na rua

Amostragem por julgamento (intencional): uma pessoa experiente no assunto escolhe intencionalmente os elementos a serem amostrados.

Exemplo: Novo produto “testado” entre funcionários.

Na amostragem não probabilística, os elementos da população não tem a mesma probabilidade de serem selecionados, portanto não há garantias da representatividade da população!

Método não probabilístico

Exemplos:

Amostragem por conveniência: elementos selecionados por serem imediatamente disponíveis.

Exemplo: Uma repórter entrevistando pessoas na rua

Amostragem por julgamento: uma pessoa experiente no assunto escolhe intencionalmente os elementos a serem amostrados.

Exemplo: Novo produto “testado” entre funcionários

Erros Amostrais

Erro amostral é a diferença entre o resultado amostral e o verdadeiro resultado da população;

- tais erros resultam das flutuações amostrais devidas ao acaso.

Erro não-amostral ocorre quando os dados amostrais são coletados, registrados ou analisados incorretamente;

- a seleção de uma amostra tendenciosa, o uso de um instrumento de medida defeituoso, ou cópia incorreta dos dados.

Técnicas de Amostragem

Método probabilístico

Avaliação de conhecimento:

Responder ao questionário postado na tarefa 4 do Moodle.

Atividade 4 –

- **Tarefa 4 – Questionário revisório**

-

- 1) Defina estatística com suas palavras.
- 2) Explique a diferença entre estatística descritiva e estatística inferencial.
- 3) Explique p que é população e amostra?
- 4) Elabore 3 exemplos de população e de amostra para a área de ADS.
- 5) Qual a diferença entre parâmetro e estatística?
- 6) O que é variável no estudo da estatística?
- 7) Quais os tipos de variáveis? Exemplifique cada uma.
- 8) O que você entende por amostragem?
- 9) Para que as conclusões sejam válidas, como devem ser as amostras?
- 10) Para que as amostras sejam representativas da população em estudo, como devem ser extraídos os seus elementos?