Raciocínio Lógico e Matemático

Profº Agnaldo Cieslak

Raciocínio Lógico e Matemático

Trabalho em dupla:

1) Uma escola realizou uma pesquisa sobre os hábitos alimentares de seus alunos.

Alguns resultados dessa pesquisa foram:

• 82% do total de entrevistados gostam de chocolate;
• 78% do total de entrevistados gostam de pizza; e
• 75% do total de entrevistados gostam de batata frita.

Então, é CORRETO afirmar que, no total de alunos entrevistados, a porcentagem dos que gostam, ao mesmo tempo, de chocolate, de pizza e de batata frita é, pelo menos, de:

a) 25%.
b) 30%.
c) 35%.
d) 40%.

Raciocínio Lógico e Matemático

Trabalho em dupla:

2) Uma pesquisa foi feita na melhor escola do Brasil, contando-se 1000 alunos, 800 dos quais são mulheres, 850 prestarão vestibular em Campinas, 750 usarão caneta azul e 700 levarão garrafinha de água. Qual o número mínimo de alunos que apresentam, ao mesmo tempo, todas as características citadas?

a) 50.

b) 100.

c) 150.

d) 200.

Raciocínio Lógico e Matemático

Trabalho em dupla:

3) No último verão, o professor John passou com sua família alguns dias na praia. Houve sol pela manhã em 7 dias e sol à tarde em 12 dias. Em 11 dias, houve chuva e se chovia pela manhã, não chovia à tarde. Quantos dias o professor John passou na praia?

a) 11.
b) 12.
c) 13.
d) 14.
e) 15.

Raciocínio Lógico e Matemático

Tarefa 3.1

Trabalho em dupla:

4) Em uma universidade, são lidos dois jornais, A e B; exatamente 80% dos alunos leem o jornal A e 60%, o jornal B. Sabendo que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, determine o percentual de alunos que leem ambos, por dedução e pela elaboração do diagrama de Venn:

Raciocínio Lógico e Matemático

Tarefa 3.1

Trabalho em dupla:

5) Numa escola de 870 alunos, 450 deles estudam Finanças, 320 estudam Lógica e 110 deles estudam as duas matérias (Finanças e Lógica). Pergunta-se:

a) Quantos alunos estudam APENAS Finanças?

b) Quantos alunos estudam APENAS Lógica?

c) Quantos alunos estudam Finanças ou Lógica?

d) Quantos alunos estudam nenhuma das duas disciplinas?

Raciocínio Lógico e Matemático

Trabalho em dupla:

6) Numa pesquisa de mercado, foram entrevistadas várias pessoas acerca de suas preferências em relação a 3 produtos: A, B e C. Os resultados das pesquisas indicaram que:

210 pessoas compram o produto A;
210 pessoas compram o produto B;
250 pessoas compram o produto C;
20 pessoas compram os 3 produtos;
100 pessoas não compram nenhum dos 3;
60 pessoas compram os produtos A e B;
70 pessoas compram os produtos A e C;
50 pessoas compram os produtos B e C.

Quantas pessoas foram entrevistadas?

a) 670.
b) 970.
c) 870.
d) 610.

Raciocínio Lógico e Matemático

7) Em uma empresa trabalham 40 técnicos e todos falam português. Entre eles, há técnicos que falam inglês e há técnicos que falam francês, porém, entre os que falam apenas um idioma estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam francês. Sabe-se que 15 técnicos falam apenas português e que 4 técnicos falam tanto inglês quanto francês. O número de técnicos que falam inglês é:

a) 7
b) 11
c) 14
d) 18
e) 20

Raciocínio Lógico e Matemático

- Revisão de Teoria dos Conjuntos

$\in$: pertence	$\exists$: existe
$\notin$: não pertence	$\nexists$: não existe
$\subset$: está contido	$\forall$: para todo (ou qualquer que seja)
$\not\subset$: não está contido	$\varnothing$: conjunto vazio
$\supset$: contém	**N**: conjunto dos números naturais
$\not\supset$: não contém	**Z** : conjunto dos números inteiros
/ : tal que	**Q**: conjunto dos números racionais
$\Rightarrow$: implica que	**Q'= I**: conjunto dos números irracionais
$\Leftrightarrow$: se, e somente se	**R**: conjunto dos números reais

Raciocínio Lógico e Matemático

- Revisão de Teoria dos Conjuntos

$A \cap B$: A intersecção B
$A \cup B$: A união B
a - b: diferença de A com B
a < b: a menor que b
$a \leq b$: a menor ou igual a b
a > b: a maior que b
$a \geq b$: a maior ou igual a b
$a \wedge b$: a e b
$a \vee b$: a ou b

Raciocínio Lógico e Matemático

- Conjuntos
  - Estrutura que agrupa objetos->base para estruturas complexas
  - Coleção de zeros ou mais objetos distintos (elementos)
  - Não possuem ordem associada
  - *Ex: vogais, digitos 0-9, todos os brasileiros, {x/ x=y², sendo y inteiro}*
- Pertinência
  - *Elemento a E conjunto A*
  - Conjunto vogais={a,e,i,o,u}, tem-se *a E Vogais* e *h ~~E~~ Vogais*
- Alguns conjuntos
  - Conjunto vazio { } ou Ø
  - Ex:
    - O conjunto de todos os brasileiros com mais de 300 anos
    - Conjunto de todos os números simultaneamente pares e impares
  - Conjunto unitário 1={ * }
    - Pares e primos
    - Pelé

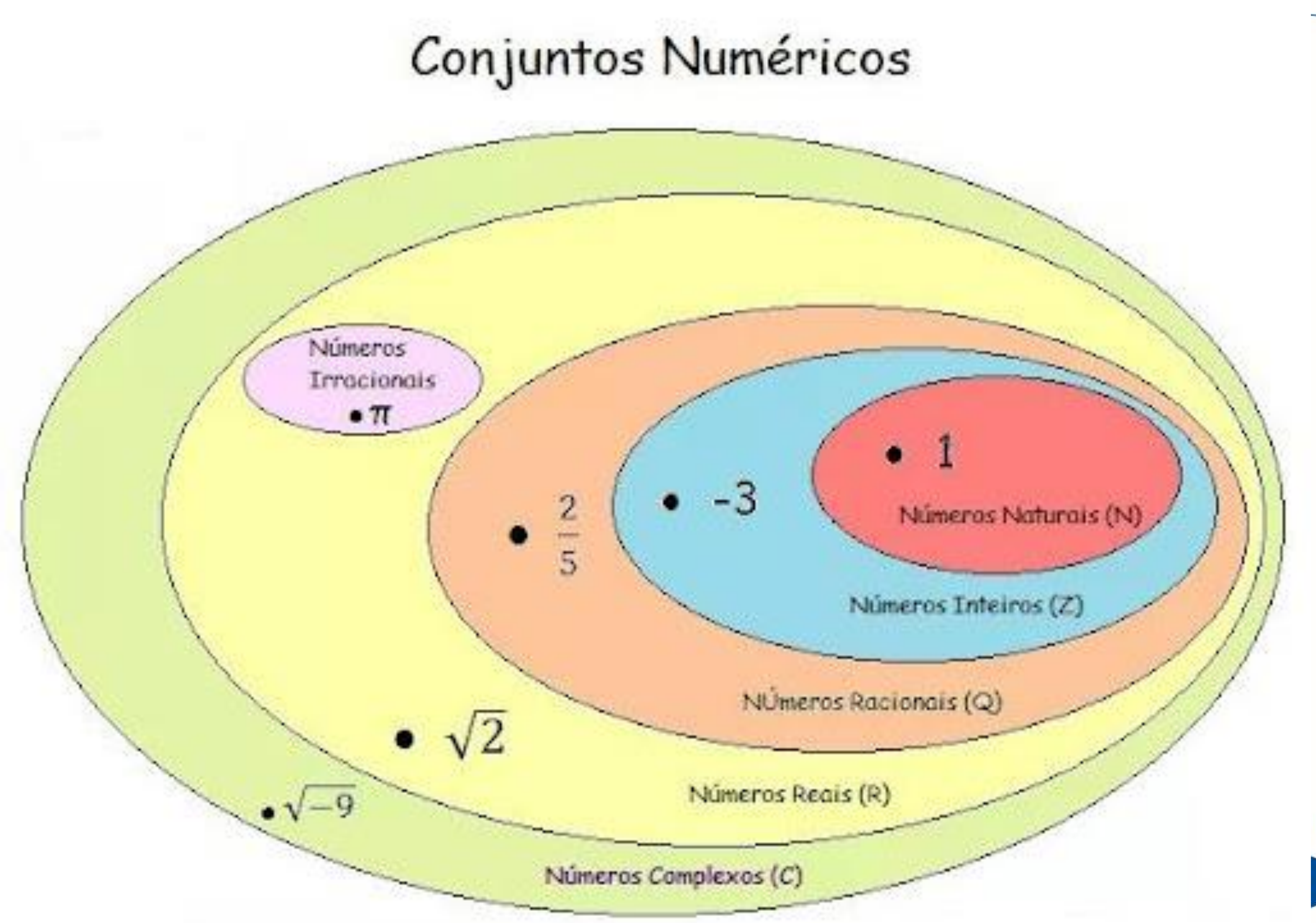
Senac

Raciocínio Lógico e Matemático

- Conjuntos finitos e infinitos
  - Finitos tem todos os seus elementos listados, caso contrário será infinito
  - Ex. conjuntos finitos
    - Ø
    - Vogais
    - B={x / x é brasileiro}
  - Ex. conjuntos infinitos
    - Z (inteiros)
    - R (reais)
    - $\{ x \in Z / x \geq 0 \}$

Raciocínio Lógico e Matemático

- Revisão de Teoria dos Conjuntos



Raciocínio Lógico e Matemático

- Exercício
  - Classifique os conjuntos abaixo em finitos e infinitos e mostre por que:

  - A = { x Є N / x > 0 e x < 4 }

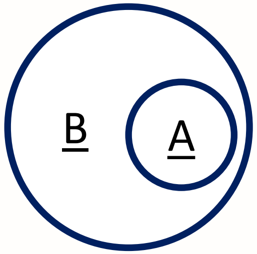
  - pares = { y / y = 2 x e x Є N }

Raciocínio Lógico e Matemático

- Linguagens
  - Linguagem formal;
    - Conjunto de palavras sobre um alfabeto
      - Exemplos:
      - suponha o alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$
      - O conjunto vazio e o conjunto formado pela palavra vazia são linguagens sobre Σ
    - $\emptyset \neq \{\varepsilon\}$
  - Linguagem de programação
    - Pascal, C, Java são linguagens sobre o alfabeto constituído por letras, dígitos e símbolos (espaço, parênteses, etc)
    - Cada programa de linguagem é uma palavra sobre o alfabeto
    - Linguagem de programação é definida por todos seus programas possíveis
    - Pascal, Java, C ou outra linguagem de programação são conjutos infinitos

Raciocínio Lógico e Matemático

- Subconjuntos
  - Continência
    - Permite o conceito de subconjunto e de igualdade de conjuntos;
    - Se todos elementos de A também são elementos de B então: $A \subset B$ ou $B \supset A$;
    - Neste caso afirma-se que A é subconjunto de B;
    - Se há algum elemento em B que não tenha em A, $B \supset A$ e vice versa;



  - Exercícios de fixação
  - { a, b} ___________{ b, a }
  - { a, b}_____________ { a, b, c}
  - N__________ { 1, 2, 3}
  - N_________Z
  - { a, b, c} ________ Ø
  - {________________} = { x Є N / x > 0 e x < 4 }
  - N = {x Є Z / ____________________ }

https://pt.wiktionary.org/wiki/Ap%C3%AAndice:S%C3%ADmbolos_matem%C3%A1ticos

Raciocínio Lógico e Matemático

- Pertinência x continência
- (relaciona elemento ao conjunto x relaciona conjunto a outro conjunto)

  - Considere A = { 1, 2, 3, Ø, {a}, {b,c} }, então justifique:
  - $\{ 1 \} \notin A$, $\{ 1 \} \subseteq A$
  - $Ø \in A$, $Ø \subseteq A$
  - $\{ a \} \in A$, $\{ b, c \} \in A$
  - $\{ 1, 2, 3 \} \notin A$, $\{ 1, 2, 3 \} \subseteq A$

Raciocínio Lógico e Matemático

- Lógica Matemática
  - Os conceitos da lógica matemática são imprescindíveis para o entendimento dos conceitos computacionais e inteligência artificial.

- Lógica Booleana
  - Métodos e princípios para diferenciar sentenças verdadeiras das falsas

- Proposições
  - É a construção de sentença, frase ou pensamento para a qual se atribui um juízo. Na matemática define-se o juízo como V ou F.
  - Valores verdade -> V e F. Uma proposição só pode assumir um destes 2 valores.
  - Exemplos:

- a)

Proposição	Valores-verdade
Brasil é um país	
Buenos Aires é a capital do Brasil	
3 + 4 > 5	

Proposição	Valores-verdade
Vá tomar banho	
Que horas são?	
Parabéns!	

Raciocínio Lógico e Matemático

- Proposições
  - É a construção de sentença, frase ou pensamento para a qual se atribui um juízo. Na matemática define-se o juízo como V ou F.
  - Valores verdade -> V e F. Uma proposição só pode assumir um destes 2 valores.
  - Exemplos:
- a)

Proposição	Valores-verdade
Brasil é um país	V
Buenos Aires é a capital do Brasil	F
3 + 4 > 5	V

Proposição	Valores-verdade
Vá tomar banho	Não é proposição
Que horas são?	Não é proposição
Parabéns!	Não é proposição

- **Leis do Pensamento:**
- **1. Identidade: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.**
- **2. Não Contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.**
- **3. Terceiro Excluído: Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Não existe um terceiro valor "talvez"**

Raciocínio Lógico e Matemático

- Conectivos
  - As proposições vistas não podem ser decompostas em mais simples.
  - Em proposições mais complexas usa-se operadores lógicos para compor várias proposições. São os chamados conectivos lógicos.
- Exemplos:
  - Windows é um sistema operacional (S.O.) **e** Pascal é uma linguagem de programação (LP);
  - Vou comprar um PC **ou** um Mac;
  - Linux **não** é um software livre;
  - **Se** chover canivetes, **então** todos estão aprovados;
  - A=B se e somente se ($A \subseteq B$ e $B \subseteq A$).
- Negação: ($\neg$)
  - Proposição P -> negação "não P" $\neg P$
  - Se P é verdadeira então $\neg P$ é falsa e vice-versa.

Raciocínio Lógico e Matemático

- Tabela verdade.
  - São as possíveis combinações de valores lógicos das proposições
  - Para cada combinação a tabela nos dá o valor da expressão resultante.

  - Linux é um software livre; (p)
  - Linux **não** é um software livre; (ר p)

P	¬ P
V	F
F	V

Exemplo: tabela verdade da negação

Atenção: diferença entre língua portuguesa e proposicional:

- p: "Vou comer."
- ~p: "Vou comer nada."
- ~(~ p): "Não vou comer nada."

Raciocínio Lógico e Matemático

- Conjunção
  – p $\wedge$ q -> lê-se “p e q”
  – Denota simultaneidade para ser verdade
  – Falsa nos demais casos

  – Windows é um sistema operacional (S.O.) **e** Pascal de programação (LP);

p	q	p $\wedge$ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- Disjunção
  – p $\vee$ q -> lê-se “p ou q”
  – Denota que pelo menos ocorra pelo menos 1 para resultar em V(verdade);
  – Falso quando ambas forem falsas;

  – Vou comprar um PC **ou** um Mac;

p	q	p $\vee$ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Raciocínio Lógico e Matemático

- Disjunção exclusiva $\underline{V}$
  - p $\underline{V}$ q -> lê-se “ou p ou q”
  - Denota que se um for verdadeiro o outro necessariamente será falso para resultar em V(verdade);
  - Será Falso quando ambas forem verdadeiras ou ambas forem falsas;

p	q	p $\underline{V}$ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Raciocínio Lógico e Matemático

- Condição
  - p → q -> lê-se "se p então q"
  - Premissa [V]: se p[v] então q[v] para que p → q[v]
  - Premissa [F]: se p[v] e q[F] -> falso [F]

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

-- *Uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário**.*

- se chove e não tem nuvem [F]
- Ex.: [V] Se chove (V), então tem nuvem no céu (V).
  - [F] Se chove (V), então não tem nuvem no céu(F).
- ***Podemos dizer: chover é condição suficiente para ter nuvem no céu e ter nuvem no céu é condição necessária para chover.***
- ***A proposição não precisa necessariamente ter um sentido real para nós.***
  Se a lua é feita de queijo, então existe um único dragão azul.
- ***Desafio para pesquisar:***

É possível representar p → q em termos dos conectivos ¬, V, Λ?

p → q ≡ ______________________________

Raciocínio Lógico e Matemático

- Bi-Condição
  - p $\longleftrightarrow$ q -> lê-se “p se e somente se q”
  - Condição nos dois sentidos, simultaneidade;
  - Ida: p é a premissa e q é a conclusão;
  - Volta: q é a premissa e p é a conclusão;
  - Verdadeira: quando p e q forem iguais
  - Falsa: quando p e q forem distintos

p	q	p $\longleftrightarrow$ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

  - A ideia (significado) do conectivo bicondicional é abordar duas informações que acontecem juntas ou deixam de acontecer juntas (simultaneidade)
  - Expressões que denotam a bi-condição:
  - • p se e só se q.
  - • Se p então q e se q então p.
  - • p somente se q e q somente se p.
  - • Todo p é q e todo q é p.
  - • p é condição suficiente e necessária para q.
  - • q é condição suficiente e necessária para p.

Você vencerá se e só se você se esforçar, ou seja, só vence quem se esforça, quem esforça vence, assim esforço é condição necessária para você vencer.

Exemplo

Raciocínio Lógico e Matemático

Considere as seguintes proposições:
P: O paciente receberá alta;
Q: O paciente receberá medicação;
R: O paciente receberá visitas.
A afirmação está correta?
A proposição ~P→[QVR] pode assim ser traduzida:
Se o paciente receber alta, então ele não receberá medicação ou não receberá visitas.

Resolução: Vamos montar o condicional ~P→ (Q V R) para ver se corresponde à tradução.
P: "O paciente não receberá alta"
Q V R: "O paciente receberá medicação ou o paciente receberá visitas."

Assim, a condicional fica: **~P → (Q V R)**: "**Se** [o paciente **não** receber alta], **então** [(o paciente receberá medicação) **ou** (o paciente receberá visitas)]"

A tradução da proposição está errada, pois o enunciado descreveu em língua portuguesa outra proposição: **P → (~ Q V ~R)**.

Tarefa 2

Raciocínio Lógico e Matemático

Exercícios

1. Sejam as proposições:

p : Está calor e **q : Está queimando minha pele.**

Traduzir para a linguagem corrente as seguintes proposições:

a) ¬p   b) p ^ q   c) p v q

d) q <—> p   e) p —> ¬q   f) p v ¬q

g) ¬p ^ ¬q   h) p ^ ¬ q —> p

2. A partir das proposições **p : Antônio é rico** e **q : José é feliz**, traduzir para a linguagem corrente as proposições a seguir:

a) q —> p   b) p v ¬q   c) q <—> ¬p

d) ¬p —> q   e) ¬¬p   f) p ^ q

3. Sejam as proposições:

p : Alan fala francês, q : Alan fala inglês e

r : Alan fala alemão.

Traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições:

a) **Alan** fala francês ou inglês, mas não fala alemão
b) **Alan** fala francês e inglês, ou não fala francês e alemão
c) É falso que **Alan** fala francês mas não que fala alemão
d) É falso que **Alan** fala inglês ou alemão mas não que fala francês

Tarefa 2

Raciocínio Lógico e Matemático

Exercícios

4. A partir das proposições **p : Amélia é rica** e **q : Amélia é feliz**, traduzir para a linguagem simbólica as proposições:

a) **Amélia** é pobre, mas feliz
b) **Amélia** é rica ou infeliz
c) **Amélia** é pobre e infeliz
d) **Amélia** é pobre ou rica, mas é infeliz

Tarefa 2

Raciocínio Lógico e Matemático

- **5 - Seja *p* a proposição "está chovendo" e seja *q* "está ventando". Escreva uma sentença verbal simples, em português, que descreva cada uma das seguintes proposições lógicas:**
- a) ~~p:
- b) p ∧ ~q:
- c) q ∨ ~p:
- d) q→p:
- e) ~(p ∧ q):

- **6 - Traduza para a linguagem simbólica da lógica as seguintes proposições matemáticas:**
- a) Se $x > 0$ então $y = 2$
- b) $y = 4$ e se $x < y$ então $x < 5$
- c) x é maior que 5 e menor que 7 ou x não é igual a 6