PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Profº Agnaldo Cieslak

senac rio FACULDADE

Probabilidades

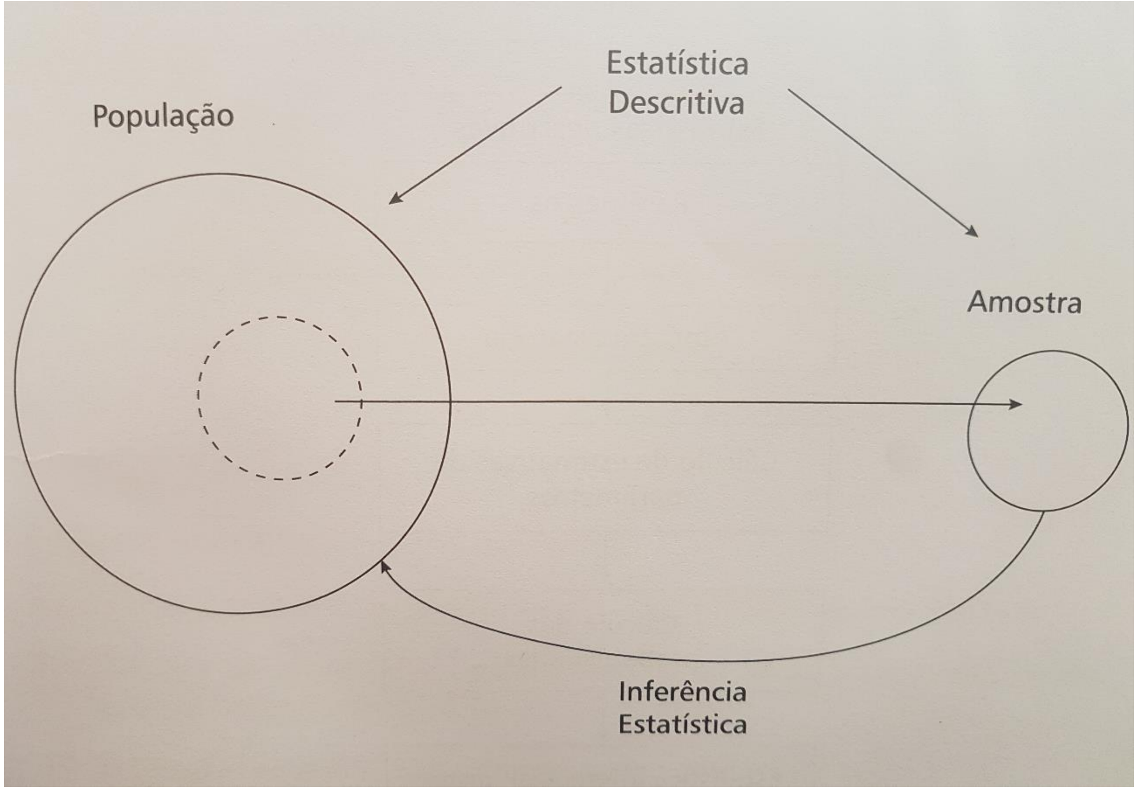
- https://www.menti.com/hq6avp3wog
- 1- Que palavra lhe vem a mente quando se fala em Probabilidades?
- 2- Exemplos de uso da probabilidade no cotidiano?

Probabilidades

- Qual a definição?
- Experimento aleatório, cujo resultado não pode ser previsto antes que a experiência ocorra.
- Embora o resultado do experimento seja imprevisível, existe uma regularidade presente, que permite descrever o comportamento aleatório do experimento.
- Estudo da aleatoriedade e da incerteza.
- Exemplos de uso da probabilidade no cotidiano?
  - os cálculos atuariais, especialmente os associados aos seguros de vida
  - os estudos demográficos e, em especial, os estudos de incidência de doenças infecciosas e o efeito da vacinação (exemplo de grande repercussão na época sendo o da varíola)
  - a construção das loterias nacionais e o estudo dos jogos de azar: carteados, roleta, lotos, etc
-

Método probabilístico

Esquema síntese de um estudo estatístico:



Probabilidades

prova

- Introdução
  - Fenômenos estudados na Estatística, o resultado (mesmo em condições normais) variam a cada observação
  - Dificuldade de previsão de um resultado futuro
  - Para explicação desses fenômenos (aleatórios) ->modelo matemático
  - Cálculo de probabilidades

Probabilidades

https://academico.rj.senac.br/mod/page/view.php?id=17119

- Caracterização
  - O que há de comum em:
  - E1: retirar carta de baralho c/ 52 cartas e observar o "naipe"
  - E2: Jogar moeda 10 vezes e observar o número de coroas
  - E3: Retirar com ou sem reposição bolas de uma urna que contém 5 bolas brancas e 6 pretas
  - E4: Jogar dado e observar o número de cima
  - E5: Contar nº de peças defeituosas de uma produção diária da máquina A

Probabilidades

prova

- Análise
  - Cada experimento pode ser repetido indefinidamente sob as mesmas condições;
  - Não se conhece nenhum valor de ante mão mas se pode prever resultados possíveis – possibilidades;
  - A repetição em grande nº de vezes, surgirá regularidade – estabilidade na fração f=r/n
    - F=freq. Relativa; n=nº de repetições; r=n°sucessos

Probabilidades

prova

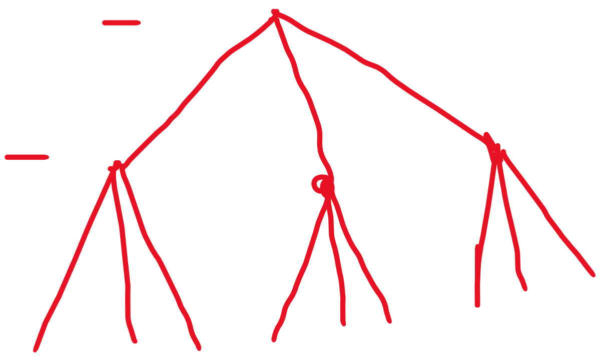
- Espaço Amostral
  - É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Cada um desses resultados é chamado de *ponto amostral*. Normalmente, o espaço amostral é representado pela letra grega Ω ou S.

  - **Exemplos:**
  - Lançamento de um dado Ω (S) = {   }
  - Jogar 2 moedas Ω (S) = {(   ), (   ), (   ), (   )}

Probabilidades

prova

- # Espaço Amostral
- Método da contagem:
  - Recursos matemáticos para contar o número de resultados em um espaço amostral e permitir calcular a probabilidade de eventos.
- Caso: Um conjunto de 3 elementos A, B e C. Qual espaço amostral para selecionar 2 elementos?
- Permutação
  - Agrupamentos ordenados que podemos formar utilizando todos os elementos do conjunto; **[P = n !]**
- Com reposição e aceita repetição
  - $\mathbf{A_{n,x} = n^x}$

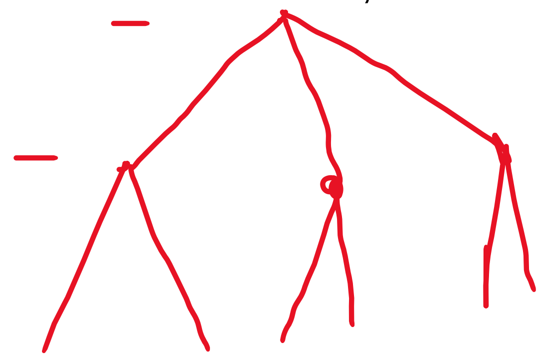


Probabilidades

prova

- Espaço Amostral
- Caso: Um conjunto de 3 elementos A, B e C. Qual espaço amostral para selecionar 2 elementos?

- Arranjo
  - Agrupamentos sem reposição e que se aceita ordem inversa, mas não reposição.
  - **[$A_{n,x}$=n! / (n-x)!]**



- Combinação
  - Agrupamento sem reposição e que não aceita repetição nem mesmo ordem inversa
  - **[$A_{n,x}$=n! /x! (n-x)!]**

Probabilidades

prova

- Evento
  - É qualquer subconjunto do espaço amostral. Representamos os eventos por letras maiúsculas. O conjunto de todos esses eventos é chamado de espaço ou classe de eventos.
  - **Exemplos:**
  - Lança-se um dado, seja o evento A = elementos pares, então:
  - $\Omega = \{ \qquad\qquad\qquad \}$ $\qquad A = \{ \qquad\qquad \}$

senac rio FACULDADE

Probabilidades

- Evento
  - Usando operações de conjuntos, pode-se formar novos eventos:
  - $A \cup B$ -> evento que ocorre se A ocorre ou B ocorre ou ambos ocorrem
  - $A \cap B$ -> evento ocorre se A e B ocorrerem
  - $\bar{A}$ -> evento que ocorre se A não ocorre

senac rio FACULDADE

Probabilidades

- Eventos

Tipo	Característica
Elementar	S={1,2,3,4} → Evento A={2}
Composto	S={1,2,3,4} → Evento A={2,3}
Complementar	P(A´)=1 - P(A) = $P(A^c)$=P(Ã)
Mutuamente excludentes	Exclusivos ou disjuntos, não ocorrem simultaneamente; sem elementos em comum.(moeda) AUB
Não mutuamente excludentes	Evento A e evento B ocorrem simultaneamente (interseção de conjuntos); A={1,2,3,4} , B={3,4,5} A∩B
Dependentes	A ocorrência (ou não) de um afeta a ocorrência (ou não) do outro; (retirada sem reposição) [10 peças, 6 conformes s/r, retirar 2 conformes]
Independentes	Contrário de dependentes; (retirada com repetição) [10 peças, 6 conformes c/r, retirar 2 conformes]

Probabilidades - Eventos mutuamente exclusivos

- Se A e B são eventos mutuamente exclusivos, não podem ocorrer simultaneamente ($A \cap B = 0$)

- Exemplo –
  - Experimento: jogar um dado e observar o resultado
    - Então: $S=\{1,2,3,4,5,6\}$
  - Evento A: ocorrer números pares
  - Evento B: ocorrer números ímpares

- Então: $A=\{2,4,6\}$ e $B=\{1,3,5\}$, logo $A \cap B=0$

- Ou seja, A e B são mutuamente exclusivos pois a ocorrência de um nº par e um nº ímpar não pode ser verificada como decorrência da mesma experiência.

Probabilidades

- Exercícios
- 1- seja o experimento E: jogar 3 moedas e observar os resultados:
  - Então: S={(
- 2- Se A é o evento: ocorrer pelo menos 2 caras:
  - Então: S={(
- 3- E: lançar um dado e observar o nº de cima
  - Então: S={
- 4- Se B é o evento: ocorrer múltiplos de 2
  - Então: S={

Probabilidades

prova

- Definição Clássica

- Dado um experimento aleatório, sendo Ω ou S o seu espaço amostral, admitindo que todos os elementos de Ω ou S tenham a mesma chance de acontecer, ou seja, que Ω ou S é um conjunto equiprovável.

- Definimos probabilidade de um evento $A(A \subset \Omega)$ ao número real P(A). Assim:

$$P(A) = \frac{\text{número de resultados favoráveis a } A}{\text{número de resultados possíveis}} = \frac{n(A)}{n(\Omega ou S)}$$

Probabilidades

- Definição Clássica

- Deve satisfazer os seguintes axiomas:

  – $0 \le P(A) \le 1$

  – $P(S)=1$

  – Se A e B forem eventos mutuamente exclusivos, ($A \cap B = 0$), então $P(AUB)= P(A) + P(B)$

Probabilidades

- **Exemplo:**

- **Considerando o lançamento de um dado, qual a probabilidade de se obter o evento A “obter um número par”.**

- **S = { }, logo n(S)=**

- **A = { }, logo n(A)=**
- **Então**

Probabilidades

- **Exemplo:**

- **Então**

$$P(A) = \frac{\textit{número de resultados favoráveis a } A}{\textit{número de resultados possíveis}} = \frac{n(A)}{n(\Omega ou S)}$$

- **P(A)=**

- **P(A)=**

Probabilidades

- **Exercícios:**

- **Lançam-se dois dados. Calcular a probabilidade clássica dos seguintes eventos:**
- **a) Saída de faces iguais;**
- **b) Saída de faces cuja soma seja igual a 10;**
- **c) Saída de faces cuja soma seja menor que 15;**
- **d) Saída de faces onde uma face é o dobro da outra.**

Probabilidades

- **Exercícios:**
- **Neste caso, o espaço amostral pode ser representado por uma tabela de dupla entrada:**

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Probabilidades

- **Tarefa 7 do moodle:**
- 1) No lançamento de dois dados, calcule a probabilidade de se obter soma igual a 5.
- 2) Qual a probabilidade de sair uma figura quando retiramos uma carta de um baralho de 52 cartas?
- 3) Retira-se uma carta de um baralho completo de 52 cartas.
  - Qual a probabilidade de sair uma carta de copas ou de ouros?
  - Qual a probabilidade de sair um rei ou uma carta de espadas?
- 4) No lançamento de um dado, qual a probabilidade de se obter um número não inferior a 5?
- 5) Dois dados são lançados conjuntamente. Determine a probabilidade de a soma ser 10 ou maior que 10.