

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

Circuitos Digitais

385

Objetivos

- Aplicar as leis e regras básicas da álgebra Booleana
- Aplicar os teoremas de DeMorgan em expressões Booleanas
- Descrever circuitos de portas lógicas com expressões Booleanas
- Calcular expressões Booleanas
- Simplificar expressões usando as leis e regras da álgebra Booleana
- Converter qualquer expressão Booleana numa soma-de-produtos
- Converter qualquer expressão Booleana num produto-de-somas

Circuitos Digitais

386

Introdução

- Em 1854, George Boole publicou um trabalho em que uma “álgebra lógica”, conhecida hoje em dia como álgebra Booleana, foi formulada
- A álgebra Booleana é uma forma conveniente e sistemática de expressar e analisar a operação de circuitos lógicos
- Claude Shannon foi o primeiro a aplicar o trabalho de Boole na análise e projeto de circuitos lógicos, escrevendo uma tese no MIT em 1938

Circuitos Digitais

387

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

1. Operações e Expressões Booleanas

Circuitos Digitais

388

Introdução

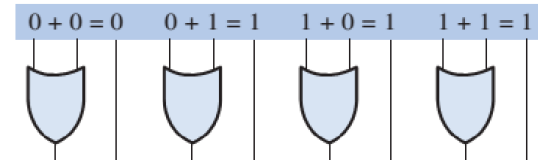
- A álgebra Booleana é a matemática dos sistemas digitais
- Um conhecimento básico da álgebra Booleana é indispensável para o estudo e análise de circuitos lógicos
- Os termos *variável*, *complemento* e *literal* são usados em álgebra Booleana

Circuitos Digitais

389

Adição Booleana

- Equivalente à operação OR e as regras básicas são ilustradas com suas relações com a porta OR da seguinte forma



- Na álgebra Booleana, um **termo-soma** é uma soma de literais

Circuitos Digitais

390

Adição Booleana

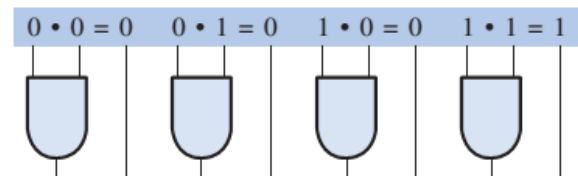
- **Exemplo:** Determine os valores de A , B , C e D que tornam o termo-soma $A + \bar{B} + C + \bar{D}$ igual a 0.
- **Solução:** Para o termo-soma ser 0, cada uma das literais tem que ser 0. Portanto, $A=0$ e $B=1$, de forma que, $\bar{B}=0$, $C=0$ e $D=1$, de forma que, $\bar{D}=0$.
 - $A + \bar{B} + C + \bar{D} = 0 + \bar{1} + 0 + \bar{1} = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$

Circuitos Digitais

391

Multiplicação Booleana

- A porta AND é um multiplicador Booleano



- Na álgebra Booleana, um **termo-produto** é o produto de literais

Circuitos Digitais

392

Multiplicação Booleana

- **Exemplo:** Determine os valores de A , B , C e D que torna o termo-produto $A\bar{B}C\bar{D}$ igual a 1.
- **Solução:** Para o termo-produto ser 1, cada uma das literais no termo tem que ser 1. Portanto, $A=1$, $B=0$ de forma que $\bar{B}=1$, $C=1$ e $D=0$ de forma que $\bar{D}=1$.
- $A\bar{B}C\bar{D} = 1 \cdot \bar{0} \cdot 1 \cdot \bar{0} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

Revisão

- 1. Se $A = 0$, qual o valor de \bar{A} ?
- 2. Determine o valor de A , B e C que tornam o termo-soma $\bar{A} + \bar{B} + C$ igual a 0.
- 3. Determine o valor de A , B e C que tornam o termo-produto $A\bar{B}C$ igual a 1.

Respostas

- 1. $\bar{A} = \bar{0} = 1$
- 2. $A = 1, B = 1, C = 0$
 - $\bar{A} + \bar{B} + C = \bar{1} + \bar{1} + 0 = 0 + 0 + 0 = 0$
- 3. $A = 1, B = 0, C = 1$
 - $A\bar{B}C = 1 \cdot \bar{0} \cdot 1 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

2. Leis e Regras da Álgebra Booleana

Introdução

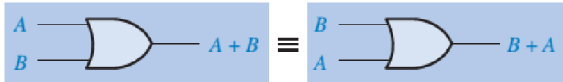
- Assim como em outras áreas da matemática, existem certas regras bem-desenvolvidas e leis que têm que ser seguidas para aplicar adequadamente a álgebra Booleana
 - Leis comutativas da adição e multiplicação
 - Leis associativas da adição e multiplicação
 - Lei distributiva
 - Doze regras básicas da álgebra Booleana

Leis da Álgebra Booleana

- As leis básicas da álgebra Booleana – as **leis comutativas** para a adição e multiplicação, as **leis associativas** para a adição e multiplicação e a **lei distributiva** – são as mesmas que para a álgebra comum

Leis da Álgebra Booleana

- Lei Comutativa
 - Lei comutativa da adição: $A+B=B+A$

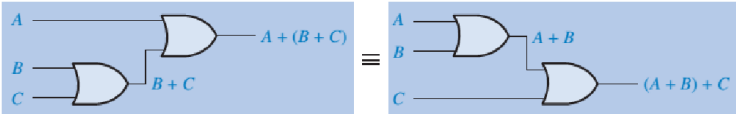


- Lei comutativa da multiplicação: $AB=BA$

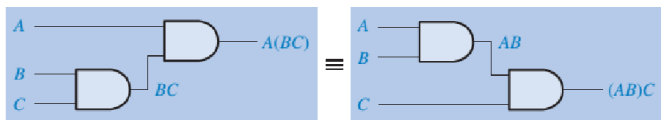


Leis da Álgebra Booleana

- Lei Associativa
 - Lei associativa da adição: $A + (B + C) = (A + B) + C$

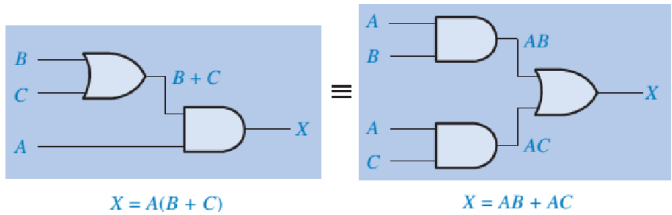


- Lei associativa da multiplicação: $A(BC) = (AB)C$



Leis da Álgebra Booleana

- Lei Distributiva
 - $A(B + C) = AB + AC$



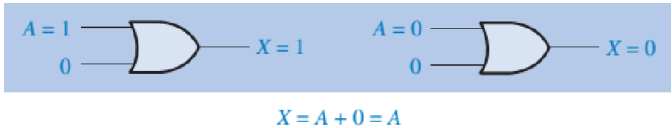
Regras da Álgebra Booleana

- | | |
|----------------------|-------------------------------|
| 1. $A + 0 = A$ | 7. $A \cdot A = A$ |
| 2. $A + 1 = 1$ | 8. $A \cdot \bar{A} = 0$ |
| 3. $A \cdot 0 = 0$ | 9. $\bar{\bar{A}} = A$ |
| 4. $A \cdot 1 = A$ | 10. $A + AB = A$ |
| 5. $A + A = A$ | 11. $A + \bar{A}B = A + B$ |
| 6. $A + \bar{A} = 1$ | 12. $(A + B)(A + C) = A + BC$ |

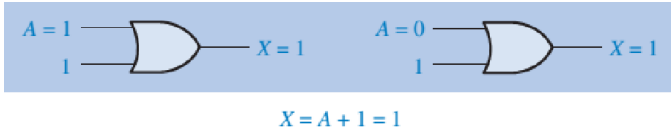
A, B ou C podem representar uma única variável ou uma combinação de variáveis.

Regras da Álgebra Booleana

- Regra 1: $A + 0 = A$

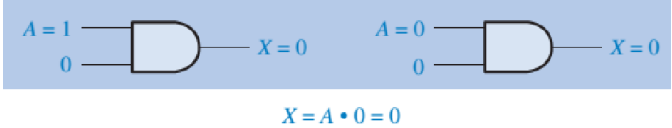


- Regra 2: $A + 1 = 1$

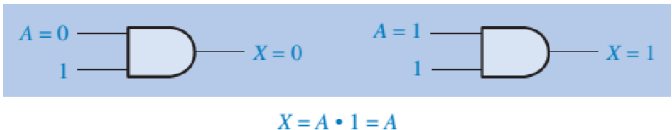


Regras da Álgebra Booleana

- Regra 3: $A \cdot 0 = 0$



- Regra 4: $A \cdot 1 = A$



Regras da Álgebra Booleana

- Regra 5: $A + A = A$



$X = A + A = A$

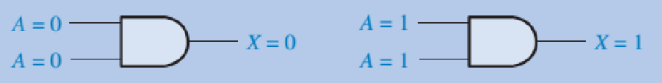
- Regra 6: $A + \bar{A} = 1$



$X = A + \bar{A} = 1$

Regras da Álgebra Booleana

- Regra 7: $A \cdot A = A$



$X = A \cdot A = A$

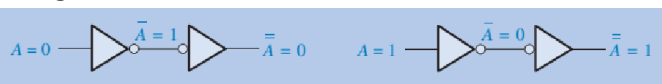
- Regra 8: $A \cdot \bar{A} = 0$



$X = A \cdot \bar{A} = 0$

Regras da Álgebra Booleana

- Regra 9: $\bar{\bar{A}} = A$



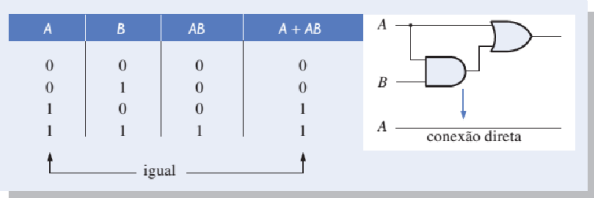
$\bar{\bar{A}} = A$

Regras da Álgebra Booleana

- Regra 10: $A + AB = A$

- Essa regra pode ser provada aplicando a lei distributiva, Regra 2, e a Regra 4 como a seguir

$A + B = A(1 + B)$ Fatorando (lei distributiva)
 $= A \cdot 1$ Regra 2: $(1 + B) = 1$
 $= A$ Regra 4: $A \cdot 1 = A$



Regras da Álgebra Booleana

• Regra 11: $A + \bar{A}B = A + B$

$$\begin{aligned} A + \bar{A}B &= (A + AB) + \bar{A}B \\ &= (AA + AB) + \bar{A}B \\ &= AA + AB + \bar{A}\bar{A} + \bar{A}B \\ &= (A + \bar{A})(A + B) \\ &= 1 \cdot (A + B) \\ &= A + B \end{aligned}$$

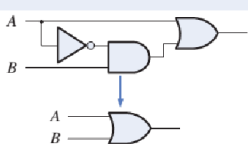
Regra 10: $A = A + AB$
Regra 7: $A = AA$
Regra 8: adicionando $\bar{A}\bar{A} = 0$
Fatorando
Regra 6: $A + \bar{A} = 1$
Regra 4: simplifica o 1

Regras da Álgebra Booleana

• Regra 11: $A + \bar{A}B = A + B$

A	B	$\bar{A}B$	$A + \bar{A}B$	$A + B$
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

↑ igual ↑



Regras da Álgebra Booleana

• Regra 12: $(A + B)(A + C) = A + BC$

$$\begin{aligned} (A + B)(A + C) &= AA + AC + AB + BC \\ &= A + AC + AB + BC \\ &= A(1 + C) + AB + BC \\ &= A \cdot 1 + AB + BC \\ &= A(1 + B) + BC \\ &= A \cdot 1 + BC \\ &= A + BC \end{aligned}$$

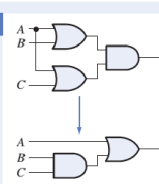
Lei distributiva
Regra 7: $AA = A$
Fatorando (lei distributiva)
Regra 2: $1 + C = 1$
Fatorando (lei distributiva)
Regra 2: $1 + B = 1$
Regra 4: $A \cdot 1 = A$

Regras da Álgebra Booleana

• Regra 12: $(A + B)(A + C) = A + BC$

A	B	C	$A + B$	$A + C$	$(A + B)(A + C)$	BC	$A + BC$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

↑ igual ↑



Revisão

- 1. Aplique a lei associativa da adição na expressão $A + (B + C + D)$
- 2. Aplique a lei distributiva da adição na expressão $A(B + C + D)$

Circuitos Digitais

413

Respostas

- $A + (B + C + D) = (A + B + C) + D$
- 2. Aplique a lei distributiva da adição na expressão $A(B + C + D) = AB + AC + AD$

Circuitos Digitais

414

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

3. Teoremas de DeMorgan

Circuitos Digitais

415

Introdução

- DeMorgan, um matemático que conheceu Boole, propôs dois teoremas que representam uma parte importante da álgebra Booleana
- Em termos práticos, os teoremas de DeMorgan provêm uma verificação da equivalência entre as portas NAND e OR negativa e a equivalência entre as portas NOR e AND negativa
- $\overline{XY} = \bar{X} + \bar{Y}$
- $\overline{X + Y} = \bar{X}\bar{Y}$

Circuitos Digitais

416

Introdução

NAND

OR negativa

$$\text{NAND} \equiv \text{OR negativa}$$

NOR

AND negativa

$$\text{NOR} \equiv \text{AND negativa}$$

Entradas		Saída	
X	Y	\overline{XY}	$\overline{X+Y}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Entradas		Saída	
X	Y	$\overline{X+Y}$	\overline{XY}
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Circuitos Digitais

417

Teoremas de DeMorgan

- **Exemplo:** Aplique os teoremas de DeMorgan nas expressões \overline{XYZ} e $\overline{X+Y+Z}$
- **Solução:**
$$\overline{XYZ} = \overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$$
$$\overline{X+Y+Z} = \overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$$
- **Exemplo:** Aplique os teoremas de DeMorgan nas expressões \overline{WXYZ} e $\overline{W+X+Y+Z}$
- **Solução:**
$$\overline{WXYZ} = \overline{W} + \overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$$
$$\overline{W+X+Y+Z} = \overline{W}\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$$

Circuitos Digitais

418

Aplicando os Teoremas de DeMorgan

- A expressão Booleana para uma porta EX-OR é $A\overline{B} + \overline{A}B$. Tendo essa expressão como ponto de partida, use o teorema de DeMorgan e quaisquer outras regras ou leis aplicáveis para desenvolver uma expressão para a porta EX-NOR.
- Complemente e aplique o teorema de DeMorgan
 - $\overline{A\overline{B} + \overline{A}B} = (\overline{A\overline{B}})(\overline{\overline{A}B}) = (\overline{A} + \overline{\overline{B}})(\overline{\overline{A}} + \overline{B}) = (\overline{A} + B)(A + \overline{B})$
- Em seguida a lei distributiva e a Regra 8 ($A \cdot \overline{A} = 0$)
 - $(\overline{A} + B)(A + \overline{B}) = \overline{A}A + \overline{A}\overline{B} + BA + B\overline{B} = \overline{A}\overline{B} + AB$

Circuitos Digitais

419

Revisão

- 1. Aplique os teoremas de DeMorgan às seguintes expressões
 - (a) $\overline{ABC} + (\overline{D} + E)$
 - (b) $\overline{(A+B)C}$
 - (c) $\overline{A+B+C} + \overline{DE}$

Circuitos Digitais

420

Respostas

- (a) $\overline{ABC} + (\overline{D} + E) = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D\bar{E}$
- (b) $\overline{(A + B)C} = \bar{A}\bar{B} + \bar{C}$
- (c) $\overline{A + B + C} + \overline{DE} = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + D + \bar{E}$

Circuitos Digitais

421

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

4. Análise Booleana de Circuitos Lógicos

Circuitos Digitais

422

Introdução

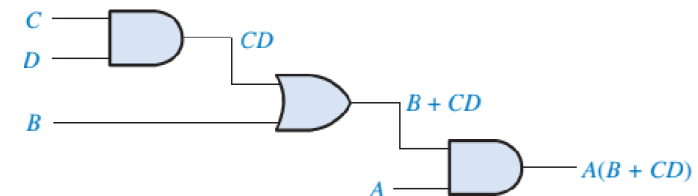
- A álgebra Booleana provê uma forma concisa de expressar a operação de um circuito lógico constituído de uma combinação de portas lógicas de forma que a saída possa ser determinada por várias combinações de valores de entrada
 - Determinar a expressão Booleana para uma combinação de portas
 - Avaliar a operação lógica de um circuito a partir da expressão Booleana
 - Construir uma tabela-verdade

Circuitos Digitais

423

Expressão Booleana para um Circuito Lógico

- Para obter a expressão Booleana para um dado circuito lógico, comece pelas entradas mais à esquerda e, percorrendo o circuito até a saída final, escreva a expressão para cada porta lógica



Circuitos Digitais

424

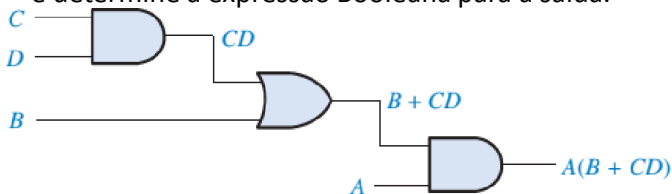
Construindo uma Tabela-verdade para um Circuito Lógico

- Uma vez que a expressão Booleana para um dado circuito lógico foi determinada, uma tabela-verdade que mostra a saída para todos os valores possíveis das variáveis de entrada pode ser desenvolvida
- Para o cálculo da expressão $A(B+CD)$, a expressão é igual a 1 apenas se $A=1$ e $B+CD=1$
 - $A(B + CD) = 1 \cdot 1 = 1$
- Determine quando o termo $B + CD$ é igual a 1
 - $B + CD = 1 + 0 = 1$
 - $B + CD = 0 + 1 = 1$
 - $B + CD = 1 + 1 = 1$

ENTRADAS				SAÍDA
A	B	C	D	$A(B + CD)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Revisão

- 1. Substitua as portas AND por portas OR e a porta OR por porta AND no circuito visto na figura abaixo e determine a expressão Booleana para a saída.



- 2. Construa uma tabela-verdade para o circuito da Questão 1.

Respostas

- 1. $(C + D)B + A$
- 2. Tabela-verdade abreviada: a expressão é 1 quando A é 1 ou quando B e C são 1s ou quando B e D são 1s. A expressão é 0 para todas as outras combinações das variáveis.

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

5. Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Introdução

- Ao aplicarmos a álgebra Booleana, muitas vezes temos que reduzir uma determinada expressão para a sua forma mais simples ou transformá-la em um formato mais conveniente a fim de implementar a expressão mais eficientemente
- Uma expressão Booleana simplificada usa a menor quantidade de portas possível para implementar uma dada expressão

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

- **Exemplo:** Usando técnicas da álgebra Booleana, simplifique a expressão $AB + A(B + C) + B(B + C)$
- **Solução possível:**

Passo 1 Aplique a lei distributiva ao segundo e terceiro termos da expressão, conforme mostrado a seguir:

$$AB + AB + AC + BB + BC$$

Passo 2 Aplique a Regra 7 ($BB = B$) no quarto termo.

$$AB + AB + AC + B + BC$$

Passo 3 Aplique a Regra 5 ($AB + AB = AB$) nos primeiros dois termos.

$$AB + AC + B + BC$$

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Passo 4 Aplique a Regra 10 ($B + BC = B$) nos últimos dois termos.

$$AB + AC + B$$

Passo 5 Aplique a Regra 10 ($AB + B = B$) ao primeiro e terceiro termos.

$$B + AC$$

Nesse ponto a expressão está com a máxima simplificação possível. Uma vez adquirido prática na aplicação da álgebra Booleana, podemos combinar diversos passos individuais.

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Esses dois circuitos são equivalentes

Circuitos Digitais 433

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

- Simplifique a seguinte expressão Booleana:
 $[A\overline{B}(C + BD) + \overline{A}\overline{B}]C$
- **Solução:**

Passo 1 Aplique a lei distributiva aos termos dentro dos colchetes.

$$(\overline{A}BC + A\overline{B}BD + \overline{A}\overline{B})C$$

Passo 2 Aplique a Regra 8 ($\overline{B}B = 0$) ao segundo termo dentro dos parênteses.

$$(\overline{A}BC + A \cdot 0 \cdot D + \overline{A}\overline{B})C$$

Passo 3 Aplique a Regra 3 ($A \cdot 0 \cdot D = 0$) ao segundo termo dentro dos parênteses.

$$(\overline{A}BC + 0 + \overline{A}\overline{B})C$$

Circuitos Digitais 434

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Passo 4 Aplique a Regra 1 (simplifique o 0) dentro dos parênteses

$$(\overline{A}BC + \overline{A}\overline{B})C$$

Passo 5 Aplique a lei distributiva.

$$\overline{A}BCC + \overline{A}\overline{B}C$$

Passo 6 Aplique a Regra 7 ($CC = C$) ao primeiro termo.

$$\overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}C$$

Passo 7 Fatore $\overline{B}C$.

$$\overline{B}C(A + \overline{A})$$

Circuitos Digitais 435

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Passo 8 Aplique a Regra 6 ($A + \overline{A} = 1$).

$$\overline{B}C \cdot 1$$

Passo 9 Aplique a Regra 4 (simplifique o 1).

$$\overline{B}C$$

Circuitos Digitais 436

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

- Simplifique a seguinte expressão Booleana:

$$\overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

- Solução:**

Passo 1 Fatore BC com o primeiro e o último termos.

$$BC(\overline{A} + A) + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C$$

Passo 2 Aplique a Regra 6 ($\overline{A} + A + 1$) ao termo entre parênteses e fator $\overline{A}\overline{B}$ a partir do segundo e último termos.

$$BC \cdot 1 + \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C) + \overline{A}\overline{B}C$$

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Passo 3 Aplique a Regra 4 (simplifique o 1) ao primeiro termo e a Regra 6 ($\overline{C} + C = 1$) ao termo entre parênteses.

$$BC + \overline{A}\overline{B} \cdot 1 + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

Passo 4 Aplique a Regra 4 (simplifique o 1) no segundo termo.

$$BC + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

Passo 5 Fatore \overline{B} a partir do segundo e terceiro termos.

$$BC + \overline{B}(A + \overline{A}\overline{C})$$

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Passo 6 Aplique a Regra 11 ($A + \overline{A}\overline{C} = A + \overline{C}$) no termo entre parênteses.

$$BC + \overline{B}(A + \overline{C})$$

Passo 7 Use as leis distributiva e comutativa para obter a seguinte expressão:

$$BC + A\overline{B} + \overline{B}\overline{C}$$

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

- Simplifique a seguinte expressão Booleana:

$$\overline{A}B + \overline{A}C + \overline{A}\overline{B}C$$

- Solução:**

Passo 1 Aplique o teorema de DeMorgan no primeiro termo.

$$(\overline{A}\overline{B})(\overline{A}\overline{C}) + \overline{A}\overline{B}C$$

Passo 2 Aplique o teorema de DeMorgan em cada termo entre parênteses.

$$(\overline{A} + \overline{B})(\overline{A} + \overline{C}) + \overline{A}\overline{B}C$$

Passo 3 Aplique a lei distributiva ao dois termos entre parênteses.

$$\overline{A}\overline{A} + \overline{A}\overline{C} + \overline{A}\overline{B} + \overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$$

Simplificação Usando a Álgebra Booleana

Passo 4 Aplique a Regra 7 ($\overline{A}\overline{A} = \overline{A}$) no primeiro termo, e aplique a Regra 10

$$[\overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{B}C = \overline{A}\overline{B}(1 + C) = \overline{A}\overline{B}] \text{ no terceiro e último termos.}$$

$$\overline{A} + \overline{A}\overline{C} + \overline{A}\overline{B} + \overline{B}\overline{C}$$

Passo 5 Aplique a Regra 10 ($\overline{A} + \overline{A}\overline{C} = \overline{A}(1 + \overline{C}) = \overline{A}$) no primeiro e segundo termos.

$$\overline{A} + \overline{A}\overline{B} + \overline{B}\overline{C}$$

Passo 6 Aplique a Regra 10 ($\overline{A} + \overline{A}\overline{B} = \overline{A}(1 + \overline{B}) = \overline{A}$) no primeiro e segundo termos.

$$\overline{A} + \overline{B}\overline{C}$$

Revisão

- 1. Simplifique, quando possível, as seguintes expressões Booleanas:
 - (a) $A + AB + A\overline{B}C$
 - (b) $(\overline{A} + B)C + ABC$
 - (c) $A\overline{B}C(BD + CDE) + A\overline{C}$
- 2. Implemente cada expressão originalmente apresentada na Questão 1 usando as portas lógicas apropriadas. Em seguida, implemente a expressão simplificada e compare o número de portas.

Respostas

- 1. (a) $A + AB + A\overline{B}C = A$
(b) $(\overline{A} + B)C + ABC = C(\overline{A} + B)$
(c) $A\overline{B}C(BD + CDE) + A\overline{C} = A(\overline{C} + \overline{B}DE)$
- 2.
 - (a) *Original*: 2 portas AND, 1 porta OR, 1 inversor; *Simplificado*: nenhuma porta (conexão direta).
 - (b) *Original*: 2 portas OR, 2 portas AND, 1 inversor; *Simplificado*: 1 porta OR, 1 porta AND, 1 inversor.
 - (c) *Original*: 5 portas AND, 2 portas OR, 2 inversores; *Simplificado*: 2 portas AND, 1 porta OR, 2 inversores.

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

6. Formas Padronizadas de Expressões Booleanas

Introdução

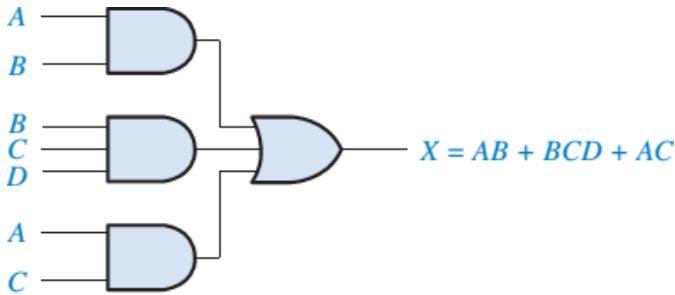
- Todas as expressões Booleanas, independente das suas formas, podem ser convertidas em qualquer uma das duas formas padrão: a forma de soma-de-produtos e a forma de produto-de-somas
- A padronização faz a avaliação, simplificação e implementação de expressões Booleanas de forma muito mais sistemática e fácil

A Forma de soma-de-produtos

- Uma expressão de soma-de-produtos pode ser implementada com uma OR e duas ou mais ANDs
- $AB + ABC$
- $ABC + CDE + \overline{BCD}$
- $\overline{AB} + \overline{ABC} + AC$

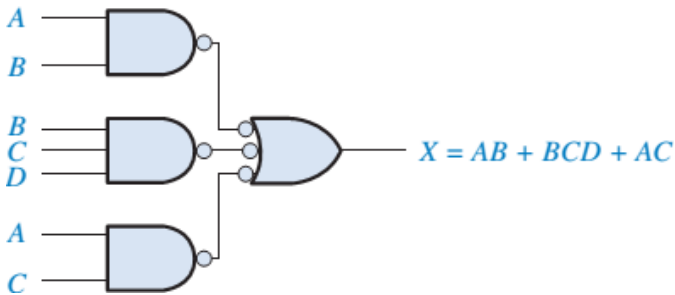
A Forma de soma-de-produtos

- Implementação AND/OR de uma Expressão de soma-de-produtos



A Forma de soma-de-produtos

- Implementação NAND/NAND de uma Expressão de soma-de-produtos



Conversão de uma Expressão Geral para a Forma de soma-de-produtos

- Qualquer expressão lógica pode ser mudada para o formato de soma-de-produtos aplicando técnicas da álgebra Booleana
- Por exemplo, a expressão $A(B + CD)$ pode ser convertida para o formato de soma-de-produtos aplicando a lei distributiva
 $A(B + CD) = AB + ACD$

Conversão de uma Expressão Geral para a Forma de soma-de-produtos

- Exemplo:** Converta cada uma das seguintes expressões Booleanas para o formato de soma-de-produtos:
 - (a) $AB + B(CD + EF)$
 - (b) $(A + B)(B + C + D)$
 - (c) $(A + B) + C$

Conversão de uma Expressão Geral para a Forma de soma-de-produtos

• Solução:

- (a) $AB + B(CD + EF) = AB + BCD + BEF$
- (b) $(A + B)(B + C + D) = AB + AC + AD + BB + BC + BD$
- (c) $\overline{(A + B)} + C = \overline{(A + B)}\overline{C} = (A + B)\overline{C} = A\overline{C} + B\overline{C}$

A Forma Padrão de soma-de-produtos

- Exemplo:** Converta a seguinte expressão Booleana para a forma de soma-de-produtos padrão:
 $\overline{A}BC + \overline{A}\overline{B} + AB\overline{C}D$

• Solução:

O domínio dessa expressão de soma-de-produtos é A, B, C, D . Trabalhe com um termo de cada vez. O primeiro termo, $\overline{A}BC$, não tem a variável D ou \overline{D} , então multiplique o primeiro termo por $D + \overline{D}$, conforme mostrado a seguir:

$$\overline{A}BC = \overline{A}BC(D + \overline{D}) = \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D}$$

Nesse caso, dois termos-produto padrão aparecem como resultado.

No segundo termo, $\overline{A}\overline{B}$, não aparece a variável C ou \overline{C} e D ou \overline{D} . Assim, multiplique primeiro o segundo termo por $C + \overline{C}$, conforme mostrado a seguir:

$$\overline{A}\overline{B} = \overline{A}\overline{B}(C + \overline{C}) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

A Forma Padrão de soma-de-produtos

Nos dois termos resultantes não aparece a variável D ou \bar{D} , assim, multiplique os dois termos por $D + \bar{D}$, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}\bar{A}\bar{B} &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A}\bar{B}C(D + \bar{D}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}(D + \bar{D}) \\ &= \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\end{aligned}$$

Nesse caso, o resultado são quatro termos-produto padrão.

O terceiro termo, $AB\bar{C}D$, já está na forma padrão. O formato completo padrão da soma dos produtos da expressão original é:

$$\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B} + AB\bar{C}D = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + ABCD$$

A Forma Padrão de soma-de-produtos

- **Exemplo:** Determine os valores binários para os quais a expressão de soma-de-produtos padrão a seguir é igual a 1:

$$ABCD + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$$

A Forma Padrão de soma-de-produtos

• Solução:

O termo $ABCD$ é igual a 1 quando $A = 1$, $B = 1$, $C = 1$ e $D = 1$.

$$ABCD = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

O termo $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ é igual a 1 quando $A = 1$, $B = 0$, $C = 0$ e $D = 1$.

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D = 1 \cdot \bar{0} \cdot \bar{0} \cdot 1 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

O termo $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ é igual a 1 quando $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ e $D = 0$.

$$\bar{A}\bar{B}C\bar{D} = \bar{0} \cdot \bar{0} \cdot 0 \cdot \bar{0} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

A expressão de soma-de-produtos é igual a 1 quando qualquer um ou os três termos-produto for 1.

A Forma de Produto-de-Somas

- Quando dois ou mais termos-soma são multiplicados, a expressão resultante é um produto-de-somas

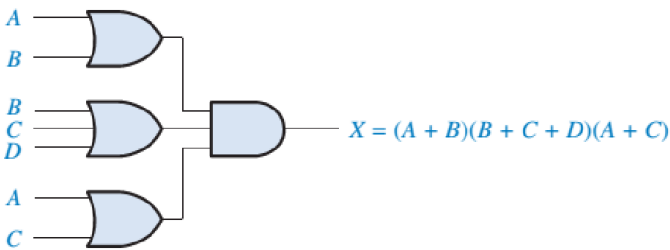
$$(\bar{A} + B)(A + \bar{B} + C)$$

$$(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(C + \bar{D} + E)(\bar{B} + C + D)$$

$$(A + B)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + C)$$

A Forma de Produto-de-Somas

- Implementação de uma Expressão de Produto-de-Somas



A Forma Padrão de Produto-de-Somas

- **Exemplo:** Converta a seguinte expressão Booleana para a forma de produto-de-somas padrão:

$$(A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)$$

A Forma Padrão de Produto-de-Somas

- **Solução:**

O domínio dessa expressão de produto-de-somas é A, B, C e D . Trabalhe com um termo de cada vez. No primeiro termo, $A + \overline{B} + C$, a variável D ou \overline{D} não aparece, assim, acrescentamos $D\overline{D}$ e aplicamos a Regra 12 como mostrado a seguir:

$$A + \overline{B} + C = A + \overline{B} + C + D\overline{D} = (A + \overline{B} + C + D)(A + \overline{B} + C + \overline{D})$$

No segundo termo, $\overline{B} + C + \overline{D}$, a variável A ou \overline{A} não aparece, assim, acrescentamos $A\overline{A}$ e aplicamos a Regra 12 como mostrado a seguir:

$$\overline{B} + C + \overline{D} = \overline{B} + C + \overline{D} + A\overline{A} = (A + \overline{B} + C + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})$$

No terceiro termo, $A + \overline{B} + \overline{C} + D$, já está na forma padrão. A forma do produto-de-somas padrão a partir da expressão original é:

A Forma Padrão de Produto-de-Somas

- **Solução (cont.):**

$$\begin{aligned} (A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D) &= \\ (A + \overline{B} + C + D)(A + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D) &= \\ (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D) \end{aligned}$$

A Forma Padrão de Produto-de-Somas

- **Exemplo:** Determine os valores binários das variáveis para os quais as seguintes expressões produto-de-somas sejam iguais a zero.

$$(A + B + C + D)(A + \bar{B} + \bar{C} + D)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

Circuitos Digitais

461

A Forma Padrão de Produto-de-Somas

- **Solução:**

O termo $A + B + C + D$ é igual a 0 quando $A = 0, B = 0, C = 0$ e $D = 0$.

$$A + B + C + D = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

O termo $A + \bar{B} + \bar{C} + D$ é igual a zero quando $A = 0, B = 1, C = 1$ e $D = 0$.

$$A + \bar{B} + \bar{C} + D = 0 + \bar{1} + \bar{1} + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

O termo $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$ é igual a 0 quando $A = 1, B = 1, C = 1$ e $D = 1$.

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} = \bar{1} + \bar{1} + \bar{1} + \bar{1} = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

A expressão de produto-de-somas é igual a 0 quando qualquer dos três termos-soma for igual a 0.

Circuitos Digitais

462

Conversão de uma Soma-de-Produtos Padrão para um Produto-de-Somas Padrão

- Para converter de soma-de-produtos padrão para produto-de-somas padrão, os passos a seguir são realizados:
- **Passo 1.** Avalie cada termo-produto na expressão de soma-de-produtos. Ou seja, determine os números binários que representam os termos-produto.
- **Passo 2.** Determine todos os números binários não incluídos na avaliação no Passo 1.
- **Passo 3.** Escreva o termo-soma equivalente para cada número binário a partir do passo 2 e os expresse na forma de produto-de-somas.

Circuitos Digitais

463

Conversão de uma Soma-de-Produtos Padrão para um Produto-de-Somas Padrão

- **Exemplo:** Converta a seguinte expressão de soma-de-produtos para uma expressão equivalente de produto-de-somas:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

Circuitos Digitais

464

Conversão de uma Soma-de-Produtos Padrão para um Produto-de-Somas Padrão

• **Solução:**

A avaliação é a seguinte:

$$000 + 010 + 011 + 101 + 111$$

Como existem três variáveis de domínio nessa expressão, existe um total de oito (2^3) combinações possíveis. A expressão de soma-de-produtos contém cinco dessas combinações, assim, o produto-de-somas tem que conter os outros três os quais são 001, 100 e 110.

Lembre-se, esses são os valores binários que tornam o termo-soma 0. A expressão de produto-de-somas equivalente é

$$(A + B + \bar{C})(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)$$

Revisão

- 1. Identifique cada uma das seguintes expressões como soma-de-produtos, soma-de-produtos padrão, produto-de-somas e produto-de-somas padrão.
 - (a) $AB + \bar{A}BD + \bar{A}\bar{C}\bar{D}$
 - (b) $(A + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C})$
 - (c) $\bar{A}BC + AB\bar{C}$
 - (d) $A(A + \bar{C})(A + B)$
- 2. Converta cada expressão de soma-de-produtos na Questão 1 para a forma padrão.
- 3. Converta cada expressão de produto-de-somas na Questão 1 para a forma padrão.

Respostas

- 1. (a) soma-de-produtos (b) produto-de-somas padrão (c) soma-de-produtos padrão (d) produto-de-somas
- 2. (a) $AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD$
 - (c) Já está na forma padrão
- 3. (b) Já está na forma padrão
 - (d) $(A + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C})(A + B + C)$

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

7. Expressões Booleanas e Tabelas-Verdade

Introdução

- Todas as expressões Booleanas padrão podem ser facilmente convertidas no formato de uma tabela-verdade usando valores binários para cada termo na expressão
- A tabela-verdade é uma forma comum de apresentação, num formato conciso, da operação lógica de um circuito
- Além disso, expressões de soma-de-produtos padrão ou produto-de-somas podem ser determinadas a partir de uma tabela-verdade
- Encontramos tabelas-verdade em folhas de dados e outras literaturas relacionadas à operação de circuitos digitais

Conversão de Expressões de soma-de-produtos para o Formato de Tabela-Verdade

- Coloque um 1 na coluna de saída (X) para cada valor binário que torna a expressão de soma-de-produtos padrão um 1 e coloque um 0 para todos os valores binários restantes
- **Exemplo:** Desenvolva uma tabela-verdade para a expressão de soma-de-produtos $\overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$.

Conversão de Expressões de soma-de-produtos para o Formato de Tabela-Verdade

• **Solução:**

ENTRADAS			SAÍDA	TERMO PRODUTO
A	B	C	X	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\overline{A}\overline{B}C$
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	$A\overline{B}\overline{C}$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	ABC

Conversão de Expressões de Produto-de-Somas para o Formato de Tabela-verdade

- Coloque um 0 na coluna de saída (X) para cada valor binário que torna a expressão um 0 e coloque um 1 para todos os outros valores binários restantes
- **Exemplo:** Determine a tabela-verdade para a seguinte expressão de produto-de-somas: $(A + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$

Conversão de Expressões de Produto-de-Somas para o Formato de Tabela-verdade

• **Solução:** equivalente ao exemplo anterior

ENTRADAS			SAÍDA	TERMO-SOMA
A	B	C	X	
0	0	0	0	$(A + B + C)$
0	0	1	1	
0	1	0	0	$(A + \overline{B} + C)$
0	1	1	0	$(A + \overline{B} + \overline{C})$
1	0	0	1	
1	0	1	0	$(\overline{A} + B + \overline{C})$
1	1	0	0	$(\overline{A} + \overline{B} + C)$
1	1	1	1	

Circuitos Digitais

473

Determinação de Expressões Padrão a partir de uma Tabela-Verdade

• **Exemplo:** A partir da tabela-verdade na Tabela abaixo, determine a expressão de soma-de-produtos padrão e a expressão equivalente de produto-de-somas padrão.

ENTRADAS			SAÍDA
A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Circuitos Digitais

474

Determinação de Expressões Padrão a partir de uma Tabela-Verdade

• **Solução:**

- Determinação de Expressões Padrão a partir de uma Tabela-Verdade

$011 \longrightarrow \overline{A}BC$

$100 \longrightarrow A\overline{B}\overline{C}$

$110 \longrightarrow A\overline{B}C$

$111 \longrightarrow ABC$

- A expressão de soma-de-produtos padrão resultante para a saída X é

$$X = \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

Circuitos Digitais

475

Determinação de Expressões Padrão a partir de uma Tabela-Verdade

• **Solução:**

- Para a expressão de produto-de-somas, a saída é 0 para os valores binários 000, 001, 010 e 101. Converta esses valores binários para termos-soma como mostrado a seguir:

$000 \quad A + B + C$

$001 \quad A + B + \overline{C}$

$010 \quad A + \overline{B} + C$

$101 \quad \overline{A} + B + \overline{C}$

- A expressão de produto-de-somas padrão resultante para a saída X é

$$X = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

Circuitos Digitais

476

Revisão

- 1. Se uma certa expressão Booleana tem um domínio de cinco variáveis, quantos valores binários terão a tabela-verdade?
- 2. Numa certa tabela-verdade, a saída é 1 para o valor binário 0110. Converta esse valor binário para o termo-produto correspondente usando as variáveis *W*, *X*, *Y* e *Z*.
- 3. Numa certa tabela-verdade, a saída é 0 para o valor binário 1100. Converta esse valor binário para o termo-soma correspondente usando as variáveis *W*, *X*, *Y* e *Z*.

Respostas

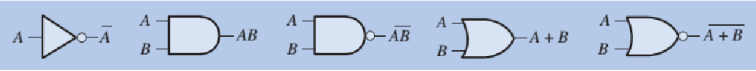
- 1. $2^5 = 32$
- 2. $0110 \rightarrow \bar{W}XY\bar{Z}$
- 3. $1100 \rightarrow \bar{W} + \bar{X} + Y + Z$

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

Resumo

Resumo

- Os símbolos das portas e as expressões Booleanas para as saídas de um inversor e de portas de 2 entradas são mostradas na Figura abaixo:



- Leis comutativas
 - $A + B = B + A$
 - $A \cdot B = B \cdot A$

Resumo

- Leis associativas
 - $A + (B + C) = (A + B) + C$
 - $A(BC) = (AB)C$
- Lei distributiva: $A(B + C) = AB + AC$
- Regras Booleanas

1. $A + 0 = A$	7. $A \cdot A = A$
2. $A + 1 = 1$	8. $A \cdot \bar{A} = 0$
3. $A \cdot 0 = 0$	9. $\bar{\bar{A}} = A$
4. $A \cdot 1 = A$	10. $A + AB = A$
5. $A + A = A$	11. $A + \bar{A}B = A + B$
6. $A + \bar{A} = 1$	12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

Circuitos Digitais

481

Resumo

- Teoremas de DeMorgan
 - O complemento de um produto é igual à soma dos complementos dos termos do produto, $\overline{XY} = \bar{X} + \bar{Y}$
 - O complemento de uma soma é igual ao produto dos complementos dos termos da soma, $\overline{X + Y} = \bar{X}\bar{Y}$

Circuitos Digitais

482

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

Exercícios de Fixação

Circuitos Digitais

483

Exercícios de Fixação

- 1. O complemento de uma variável é sempre
 - (a) 0 (b) 1 (c) igual à variável (d) o inverso da variável
- 2. A expressão Booleana $A + \bar{B} + C$ é
 - (a) um termo-soma (b)um termo literal
 - (c) um termo-produto (d)um termo complementado
- 3. A expressão Booleana $A\bar{B}C\bar{D}$ é
 - (a) um termo-soma (b)um termo literal
 - (c) um termo-produto (d)sempre 1
- 4. O domínio da expressão $A\bar{B}CD + A\bar{B} + \bar{C}D + B$ é
 - (a) A e D (b) apenas B (c) A, B, C e D
 - (d) nenhuma das alternativas anteriores

Circuitos Digitais

484

Exercícios de Fixação

- 5. De acordo com a lei comutativa da adição,
 - (a) $AB = BA$ (b) $A = A + A$
 - (c) $A + (B + C) = (A + B) + C$ (d) $A + B = B + A$
- 6. De acordo com a lei associativa da multiplicação,
 - (a) $B = BB$ (b) $A(BC) = (AB)C$
 - (c) $A + B = B + A$ (d) $B + B(B + 0)$
- 7. De acordo com a lei distributiva,
 - (a) $A(B + C) = AB + AC$ (b) $A(BC) = ABC$
 - (c) $A(A + 1) = A$ (d) $A + AB = A$

Circuitos Digitais

485

Exercícios de Fixação

- 8. Qual das seguintes alternativas não é uma regra válida da álgebra Booleana?
 - (a) $A + 1 = 1$ (b) $A = \bar{A}$
 - (c) $AA = A$ (d) $A + 0 = A$
- 9. Qual das seguintes regras diz que se uma entrada de uma porta AND for sempre 1, a saída é igual a outra entrada?
 - (a) $A + 1 = 1$ (b) $A + A = A$ (c) $A \cdot A = A$ (d) $A \cdot 1 = A$

Circuitos Digitais

486

Exercícios de Fixação

- 10. De acordo com os teoremas de DeMorgan, a(s) seguinte(s) igualdade(s) está(ão) correta(s)
 - (a) $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$ (b) $\overline{XYZ} = \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$
 - (c) $\overline{A + B + C} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$ (d) todos os itens estão corretos
- 11. A expressão Booleana $X = AB + CD$ representa
 - (a) uma AND entre as saídas de duas portas OR.
 - (b) uma porta AND de 4 entradas.
 - (c) uma OR entre as saídas de duas portas AND.
 - (d) uma EX-OR.

Circuitos Digitais

487

Exercícios de Fixação

- 12. Um exemplo de uma expressão de soma-de-produtos é
 - (a) $A + B(C + D)$ (b) $\bar{A}B + A\bar{C} + A\bar{B}C$
 - (c) $(\bar{A} + B + C)(A + \bar{B} + C)$
 - (d) as alternativas (a) e (b) estão corretas.
- 13. Um exemplo de uma expressão de produto-de-somas é
 - (a) $A(B + C) + A\bar{C}$ (b) $(A + B)(\bar{A} + B + \bar{C})$
 - (c) $\bar{A} + \bar{B} + BC$ (d) os itens (a) e (b) estão corretos

Circuitos Digitais

488

Exercícios de Fixação

- 14. Um exemplo de uma expressão de soma-de-produtos padrão é
 - (a) $\bar{A}B + A\bar{B}C + AB\bar{D}$ (b) $A\bar{B}C + A\bar{C}D$
 - (c) $A\bar{B} + \bar{A}B + AB$ (d) $A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B + \bar{A}$

Circuitos Digitais

489

Gabarito

- 1. (d) 2. (a) 3. (b) 4. (c) 5. (d) 6. (b) 7. (a) 8. (b)
- 9. (d) 10. (d) 11. (c) 12. (b) 13. (b) 14. (c)

Circuitos Digitais

490

4. Álgebra Booleana e Simplificação Lógica

Exercícios para Entregar na Próxima Aula
(Manuscrito, Individual ou Dupla)

Circuitos Digitais

491

Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 1. Usando a notação Booleana, escreva uma expressão que seja 1 sempre que uma ou mais de suas variáveis (A, B, C e D) sejam 1s.
- 2. Escreva uma expressão que seja 1 apenas se todas as suas variáveis (A, B, C, D e E) forem 1s.
- 3. Escreva uma expressão que seja 1 apenas quando uma ou mais de suas variáveis (A, B e C) forem 0.

Circuitos Digitais

492

Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 4. Avalie as seguintes operações:
 - (a) $0 + 0 + 1$ (b) $1 + 1 + 1$ (c) $1 \cdot 0 \cdot 0$
 - (d) $1 \cdot 1 \cdot 1$ (e) $1 \cdot 0 \cdot 1$ (f) $1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 \cdot 1$
- 5. Determine os valores das variáveis que tornam cada termo-produto 1 e cada termo-soma 0.
 - (a) AB (b) $\overline{A}BC$ (c) $A + B$ (d) $\overline{A} + B + \overline{C}$
 - (e) $\overline{A} + \overline{B} + C$ (f) $\overline{A} + B$ (g) $A\overline{B}\overline{C}$
- 6. Determine o valor de X para todos os valores possíveis das variáveis.
 - (a) $X = (A + B)C + B$ (b) $X = (\overline{A} + \overline{B})C$ (c) $X = A\overline{B}C + AB$
 - (d) $X = (A + B)(\overline{A} + B)$ (e) $X = (A + BC)(\overline{B} + \overline{C})$

Exercícios para Entregar na Próxima Aula

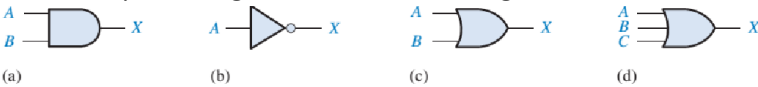
- 7. Identifique a lei da álgebra Booleana na qual cada uma das seguintes equações se baseia:
 - (a) $\overline{AB} + CD + \overline{ACD} + B = B + \overline{AB} + \overline{ACD} + CD$
 - (b) $\overline{AB}CD + \overline{ABC} = D\overline{C}BA + \overline{CBA}$
 - (c) $AB(CD + \overline{EF} + GH) = ABCD + ABE\overline{F} + ABGH$
- 8. Identifique a(s) regra(s) Booleana(s) na(s) qual(is) cada uma das igualdades se baseia:
 - (a) $\overline{\overline{AB} + CD} + \overline{EF} = AB + CD + \overline{EF}$
 - (b) $A\overline{A}B + AB\overline{C} + AB\overline{B} = AB\overline{C}$
 - (c) $A(\overline{BC} + BC) + AC = A(\overline{BC}) + AC$
 - (d) $AB(C + \overline{C}) + AC = AB + AC$
 - (e) $\overline{AB} + \overline{ABC} = \overline{AB}$
 - (f) $ABC + \overline{AB} + \overline{AB}CD = ABC + \overline{AB} + D$

Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 9. Aplique os teoremas de DeMorgan em cada expressão a seguir:
 - (a) $\overline{A + \overline{B}}$ (b) $\overline{\overline{A}B}$ (c) $\overline{\overline{A} + B + C}$ (d) $\overline{\overline{ABC}}$
 - (e) $\overline{A(B + C)}$ (f) $\overline{\overline{AB} + \overline{CD}}$ (g) $\overline{AB + CD}$ (h) $\overline{(A + \overline{B})(\overline{C} + D)}$
- 10. Aplique os teoremas de DeMorgan em cada expressão a seguir:
 - (a) $\overline{\overline{AB}(C + \overline{D})}$ (b) $\overline{\overline{AB}(CD + EF)}$
 - (c) $\overline{(A + \overline{B} + C + \overline{D}) + ABCD}$ (d) $\overline{(A + B + C + D)(\overline{AB}\overline{CD})}$
 - (e) $\overline{\overline{AB}(CD + \overline{EF})(\overline{AB} + \overline{CD})}$

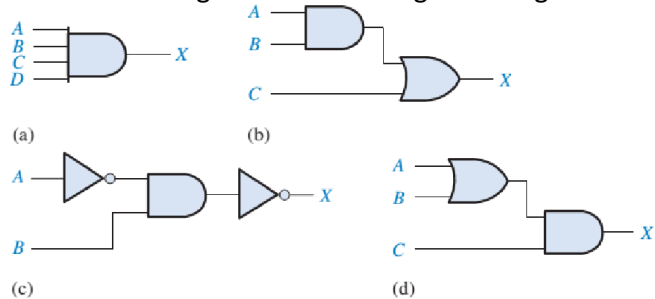
Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 11. Aplique os teoremas de DeMorgan nas seguintes expressões:
 - (a) $\overline{\overline{(ABC)(EFG)} + \overline{(HIJ)(KLM)}}$ (b) $\overline{(A + \overline{BC} + CD) + \overline{BC}}$
 - (c) $\overline{\overline{(A + B)(C + D)(E + F)(G + H)}}$
- 12. Escreva a expressão Booleana para cada uma das portas lógicas mostradas nas Figuras abaixo:



Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 13. Escreva as expressões Booleanas para cada um dos circuitos lógicos dados nas Figuras a seguir.



Circuitos Digitais

497

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 14. Desenhe o circuito lógico representado por cada uma das seguintes expressões:
(a) $A + B + C$ (b) ABC (c) $AB + C$ (d) $AB + CD$
- 15. Desenhe o circuito lógico representado por cada expressão a seguir:
(a) $\overline{A}B + \overline{A}\overline{B}$ (b) $AB + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}BC$
(c) $\overline{A}B(C + \overline{D})$ (d) $A + B[C + D(B + \overline{C})]$

Circuitos Digitais

498

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 16. Construa uma tabela-verdade para cada uma das seguintes expressões Booleanas:
(a) $A + B$ (b) AB (c) $AB + BC$
(d) $(A + B)C$ (e) $(A + B)(\overline{B} + C)$
- 17. Usando técnicas da álgebra Booleana, simplifique as seguintes expressões tanto quanto possível:
(a) $A(A + B)$ (b) $A(\overline{A} + AB)$ (c) $BC + \overline{B}C$
(d) $A(A + \overline{A}B)$ (e) $\overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}C$

Circuitos Digitais

499

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 18. Usando a álgebra Booleana, simplifique as seguintes expressões:
(a) $(A + \overline{B})(A + C)$ (b) $\overline{A}B + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BCD + \overline{A}B\overline{C}DE$
(c) $AB + \overline{A}BC + A$ (d) $(A + \overline{A})(AB + ABC)$
(e) $AB + (\overline{A} + \overline{B})C + AB$

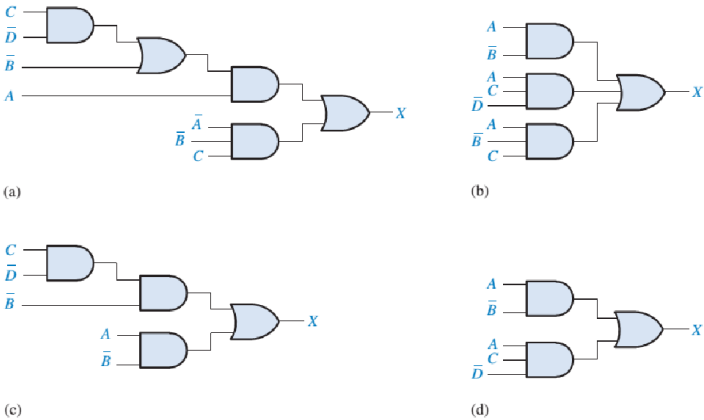
Circuitos Digitais

500

Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 19. Usando a álgebra Booleana, simplifique cada expressão a seguir:
(a) $BD + B(D + E) + \overline{D}(D + F)$ (b) $\overline{A}\overline{B}C + \overline{(A + B + \overline{C})} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D$
(c) $(B + BC)(B + \overline{B}C)(B + D)$ (d) $ABCD + AB(\overline{C}D) + (\overline{A}B)CD$
(e) $ABC[AB + \overline{C}(BC + AC)]$
- 20. Determine quais dos circuitos lógicos mostrados na Figura a seguir são equivalentes:

Exercícios para Entregar na Próxima Aula



Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 21. Converta as seguintes expressões para a forma de soma-de-produtos:
(a) $(A + B)(C + \overline{B})$ (b) $(A + \overline{B}C)C$ (c) $(A + C)(AB + AC)$
- 22. Converta as seguintes expressões para a forma de soma-de-produtos:
(a) $AB + CD(\overline{A}B + CD)$ (b) $AB(\overline{B}C + BD)$ (c) $A + B[AC + (B + \overline{C})D]$
- 23. Defina o domínio de cada expressão de soma-de-produtos dada no Problema 21 e converta as expressões para a forma de soma-de-produtos padrão.

Exercícios para Entregar na Próxima Aula

- 24. Converta cada expressão de soma-de-produtos dada no Problema 22 para a forma de soma-de-produtos padrão.
- 25. Determine o valor binário de cada termo nas expressões de soma-de-produtos padrão a partir do Problema 23.
- 26. Determine o valor binário de cada termo nas expressões de soma-de-produtos padrão a partir do Problema 24.

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 27. Converta cada expressão de soma-de-produtos no Problema 23 para a forma de produto-de-somas padrão.
- 28. Converta cada expressão de soma-de-produtos no Problema 24 para a forma de produto-de-somas padrão.
- 29. Desenvolva uma tabela-verdade para cada uma das seguintes expressões de soma-de-produtos padrão:

(a) $\overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + ABC$ (b) $\overline{X}YZ + \overline{X}\overline{Y}Z + XY\overline{Z} + \overline{X}\overline{Y}Z + \overline{X}YZ$

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 30. Desenvolva uma tabela-verdade para cada uma das seguintes expressões de soma-de-produtos padrão:

(a) $\overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

(b) $WXYZ + WXY\overline{Z} + \overline{W}XYZ + \overline{W}\overline{X}YZ + W\overline{X}\overline{Y}Z$

- 31. Desenvolva uma tabela-verdade para cada uma das seguintes expressões de soma-de-produtos:

(a) $\overline{A}B + AB\overline{C} + \overline{A}\overline{C} + \overline{A}BC$ (b) $\overline{X} + \overline{Y}Z + WZ + X\overline{Y}Z$

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 32. Desenvolva uma tabela-verdade para cada uma das seguintes expressões de produto-de-somas padrão:

(a) $(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(A + B + C)(A + \overline{B} + C)$

(b) $(\overline{A} + B + \overline{C} + D)(A + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)(\overline{A} + B + C + \overline{D})$

- 33. Desenvolva uma tabela-verdade para cada uma das seguintes expressões de produto-de-somas padrão:

(a) $(A + B)(A + C)(A + B + C)$

(b) $(A + \overline{B})(A + \overline{B} + \overline{C})(B + C + \overline{D})(\overline{A} + B + \overline{C} + D)$

Exercícios para Entregar na Próxíma Aula

- 34. Para cada tabela-verdade na Figura a seguir, desenvolva uma expressão de soma-de-produtos padrão e outra de produto-de-somas padrão.

ABC	X
000	0
001	1
010	0
011	0
100	1
101	1
110	0
111	1

(a)

ABC	X
000	0
001	0
010	0
011	0
100	0
101	1
110	1
111	1

(b)

ABCD	X
0000	1
0001	1
0010	0
0011	1
0100	0
0101	1
0110	1
0111	0
1000	0
1001	1
1010	0
1011	0
1100	1
1101	0
1110	0
1111	0

(c)

ABCD	X
0000	0
0001	0
0010	1
0011	0
0100	1
0101	1
0110	0
0111	1
1000	0
1001	0
1010	0
1011	1
1100	1
1101	0
1110	0
1111	1

(d)

Circuitos Digitais

509