

FACULDADE DE TECNOLOGIA SENAC RIO
ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE

ARQUITETURA DE COMPUTADORES

LÓGICA DIGITAL

REVISANDO

Sistemas digitais são baseados em apenas dois símbolos: 0 e 1.

Na lógica digital, podemos especificar que:

Falso = 0

Verdadeiro = 1

Todas as complexas operações de um computador digital acabam sendo combinações de simples operações aritméticas e lógicas básicas: somar bits, inverter bits, comparar bits, mover bits. Essas operações são fisicamente realizadas por circuitos eletrônicos chamados circuitos lógicos ou "portas" lógicas.

As operações lógicas são baseados na álgebra de Boole, conceituada pelo matemático inglês George Boole (1815 - 1864). Boole construiu sua lógica com base em símbolos, representando as expressões por letras e ligando-as por meio de conectivos ou símbolos algébricos.

PORTAS LÓGICAS

Enquanto cada valor lógico é representado por um valor “0” ou “1”, é necessário que tenhamos meios de combinar diferentes valores lógicos para gerar um resultado útil.

Uma porta lógica é um circuito eletrônico, portanto uma peça de hardware, que se constitui no elemento básico e mais elementar de um sistema de computação. Grande parte do hardware do sistema é fabricado por meio da adequada combinação de milhões desses elementos.

Uma operação lógica é realizada sobre um ou mais valores lógicos e produz certo resultado (também um valor lógico), conforme a regra definida para operação lógica.

PORTAS LÓGICAS

Função lógica:

(a) Complemento,

$$X = \bar{A},$$

(b) E Complementado,

$$X = \overline{A \cdot B}$$

(c) Ou Complementado,

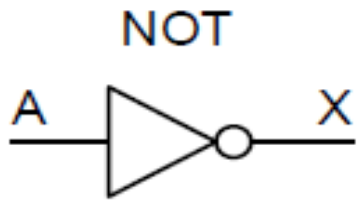
$$X = \overline{A + B},$$

(d) E,

$$X = A \cdot B,$$

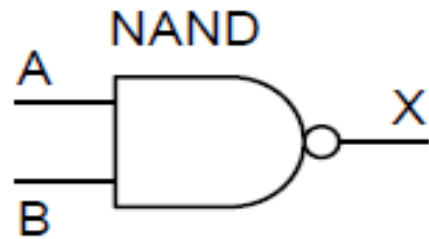
(e) Ou

$$X = A + B$$



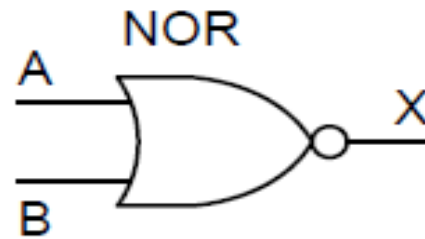
A	X
0	1
1	0

(a)



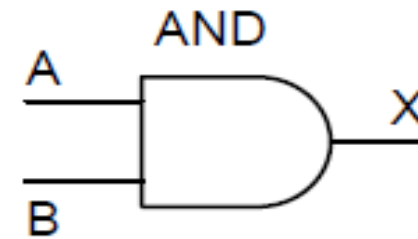
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(b)



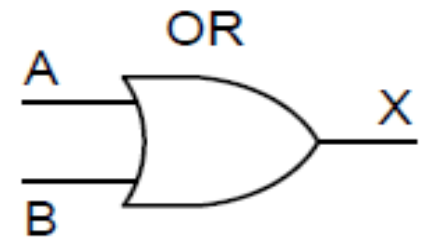
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(c)



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(d)



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(e)

ÁLGEBRA BOOLEANA

a) Existem apenas duas constantes booleanas:

0 (zero)

1 (um)

b) Uma variável booleana é representada por letra e pode assumir apenas dois valores (0 ou 1)

Exemplos: A, B, C

c) Uma expressão booleana é uma expressão matemática envolvendo constantes e/ou variáveis booleanas e seu resultado assume apenas dois valores (0 ou 1)

Exemplos: $S = A + B$, $S = C.(B+D)$

EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES LÓGICAS

As expressões $S1$ e $S2$ são equivalentes se e somente se para todas as combinações possíveis (linhas) na tabela verdade ocorre $S1=S2$

Exemplo:

$$S1 = A$$

$$S2 = A.(A+B)$$

Propriedade Absorção: $A = A.(A+B)$

A	B	A+B	S1	S2
0	0	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

Estas expressões também são equivalentes?

$$S3 = A.(1+B)$$

$$S4 = A + A.B$$

EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES LÓGICAS

Propriedade Distributiva

$$A.(B+C) = A.B + A.C$$

Verifique na tabela verdade:

$$S1 = A.(B+C)$$

$$S2 = A.B + A.C$$

A	B	C	B+C	A.B	A.C	S1	S2
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES LÓGICAS

Verifique as expressões:

$$S1 = (A'.B')$$

$$S2 = (A.B)'$$

$$S3 = (A+B)'$$

Teorema de De Morgan

$$A'.B' = (A+B)'$$

A	B	A'	B'	A.B	A'.B'	(A.B)'	(A+B)'
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0

EXERCÍCIOS

I) Demonstre as igualdades usando tabelas verdade:

a) $(A' + B') = (A.B)'$

b) $A + \overline{A}.B = A + B$

ÁLGEBRA BOOLEANA

Identidades:

Complemento

$$\overline{\overline{A}} = A$$

OU

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A + A = A$$

$$A + \overline{A} = 1$$

E

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \overline{A} = 0$$

Lembre-se da tabelas verdades:

OU

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

E

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Complemento

A	A'
0	1

ALGEBRA BOOLEANA

Propriedades:

Comutativa: $A + B = B + A$

Associativa $A + (B + C) = (A + B) + C$

Distributiva $A.(B + C) = A.B + A.C$

$A.B = B.A$

$A.(B.C) = (A.B).C$

$(A + B) . (A + C) = A + B.C$

ALGEBRA BOOLEANA

Teoremas de De Morgan:

$$\overline{(A + B)} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B}$$

ALGEBRA BOOLEANA

Identidades auxiliares:

Absorção

$$A + A.B = A$$

$$A + \overline{A}.B = A + B$$

$$A.(A + B) = A$$

Prioridades: (), Complemento, E, OU, (esquerda => direita)

EXEMPLOS

Demonstre as seguintes equivalências usando as identidades e propriedades da álgebra booleana:

a) $A + A.B = A$

$$A.I + A.B$$

Pela identidade da função E sabemos que $A.I = A$, então podemos fazer
 $A + A.B = A.I + A.B$

$$A.(I + B)$$

Pelo propriedade distributiva: $A.B + A.C = A.(B+C)$, podemos fazer
 $A.I + A.B = A.(I + B)$

$$A$$

Pela identidade da função OU: $A + I = I$, podemos fazer
 $A.(I + B) = A$

EXERCÍCIOS

2) Aplique os teoremas de DeMorgan às seguintes expressões:

a) $\overline{A + B + C}$

b) $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$

3) Simplifique as seguintes expressões:

a) $A.B + A.B' + A'.B$

b) $B.(A + C) + A.B' + B.C' + C$