



Raciocínio Lógico e Matemático

Profº Agnaldo Cieslak

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\implies)

Imaginem a história:

“Um cão quer ir para casa e chega a uma encruzilhada com 3 estradas. Cada estrada chega a um rio e do outro lado está a casa do cão. No rio, no final de cada estrada, há uma ponte. Mas, sempre temos 2 pontes fechadas e uma aberta. O cão sabe dessas coisas e também que uma das estradas o leva até uma ponte aberta. Entretanto, como não sabe qual ponte está aberta, ele dá uma farejada e escolhe uma estrada aleatoriamente e caminha por ela. Chega ao fim da estrada e a ponte está fechada. Ele volta a encruzilhada, dá uma farejada e escolhe outra estrada. Novamente chega ao fim desta estrada, no rio, e encontra a ponte fechada. Então volta a encruzilhada e automaticamente, sem farejar, segue pela estrada que ainda não tinha sido escolhida e vai feliz para casa.” (Grego Crísipo, 380 a.C)

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\implies)

Isto mostra uma implicação lógica.

- 1- Ou bem a primeira, a segunda, ou a terceira
- 2- Não a primeira
- 3- Não a segunda

Implicam semanticamente a afirmação:

- 4- Portanto, a terceira.

Ou seja, ele sabe que se as afirmações 1, 2 e 3 são verdadeiras, então a afirmação 4 é verdadeira.

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\Rightarrow)

A implicação lógica trata de um conjunto de afirmações, proposições simples ou compostas, cujo encadeamento lógico resultará em uma conclusão, a ser descoberta.

Tal conclusão deverá ser necessariamente verdadeira para o conjunto de afirmações dadas.

Definição: Diz-se que uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica logicamente uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se $Q(p, q, r, \dots)$ é verdadeira todas as vezes que $P(p, q, r, \dots)$ é verdadeira.

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\Rightarrow)

P	Q	$P \Rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Uma proposição P implica uma proposição Q , se e somente se $P \Rightarrow Q$ é tautológica.

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\implies)

Atividade 6 – Implicação lógica

- a) Pesquisar as propriedades da implicação lógica
- b) Resolver o problema proposto

Situação problema:

Se não durmo, bebo. Se estou furioso, durmo. Se durmo, não estou furioso. Se não estou furioso, não bebo.

Logo, a opção correta será:

- a) Não durmo, estou furioso e não bebo.
- b) Durmo, estou furioso e não bebo.
- c) Não durmo, estou furioso e bebo.
- d) Durmo, não estou furioso e não bebo.
- e) Não durmo, não estou furioso e bebo.

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\implies)

Propriedades:

Reflexiva (R): $P(p, q, r, \dots) \implies P(p, q, r, \dots)$

Transitiva (T):

Se $P(p, q, r, \dots) \implies Q(p, q, r, \dots)$ e
 $Q(p, q, r, \dots) \implies R(p, q, r, \dots)$ então
 $P(p, q, r, \dots) \implies R(p, q, r, \dots)$

Raciocínio Lógico e Matemático

Implicação Lógica (\implies)

$P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \leftrightarrow Q$

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

A proposição $P \wedge Q$ é verdadeira (V) somente na 1ª linha e, nesta linha, as proposições $P \vee Q$ e $P \leftrightarrow Q$ também são verdadeiras. Logo, a primeira proposição implica cada uma das outras duas proposições:

$$P \wedge Q \implies P \vee Q$$

$$P \wedge Q \implies P \leftrightarrow Q$$

Raciocínio Lógico e Matemático

Quando houver, nas premissas do enunciado da questão, uma proposição simples ou uma conjunção.

Exemplo de resolução

André é inocente ou Beto é inocente. Se Beto é inocente, então Caio é culpado. Caio é inocente se e somente se Dênis é culpado. Ora, Dênis é culpado. Logo:

- a) Caio e Beto são inocentes.
- b) André e Caio são inocentes.
- c) André e Beto são inocentes.
- d) Caio e Dênis são culpados.
- e) André e Dênis são culpados.

Proposições simples:

A = André é inocente

B = Beto é inocente

C = Caio é inocente

D = Dênis é inocente

Raciocínio Lógico e Matemático

Exemplo de resolução

1-Tradução:

André é inocente ou Beto é inocente. $A \vee B$

Se Beto é inocente, então Caio é culpado. $B \rightarrow \sim C$

Caio é inocente se e somente se Dênis é culpado. $C \leftrightarrow \sim D$

Ora, Dênis é culpado. $\sim D$

2-Premissas:

$P1: A \vee B$

$P2: B \rightarrow \sim C$

$P3: C \leftrightarrow \sim D$

$P4: \sim D$

Raciocínio Lógico e Matemático

Exemplo de resolução

3- Considerar as premissas verdadeiras e, por meio das tabelas-verdade dos conectivos, descobrir os valores lógicos das proposições simples presentes nas premissas.

4- Em $P4$, $\sim D$ é uma proposição simples, logo se $\sim D$ é V , então $D = F$.

Substituindo $\sim D = V$ em $P4$ e em $P3$:

$P1: A \vee B$

$P2: B \rightarrow \sim C$

$P3: C \leftrightarrow V$

$P4: V$

Premissas:

$P1: A \vee B$

$P2: B \rightarrow \sim C$

$P3: C \leftrightarrow \sim D$

$P4: \sim D$

5- Em $P3$, uma proposição que implica se e somente se outra proposição que é verdadeira, só pode ser verdadeira.

Logo, $C = V$.

6- Substituindo $C = V$ em $P3$ e $\sim C = F$ em $P2$:

$P1: A \vee B$

$P2: B \rightarrow F$

$P3: V \leftrightarrow V$

$P4: V$

Raciocínio Lógico e Matemático

Exemplo de resolução

7- Em $P2$, uma proposição que implica outra proposição que é falsa, só pode ser verdadeira se ela for falsa. Logo, $B = F$.

8- Substituindo $B = F$ em $P2$ e em $P1$:

$P1: A \vee F$

$P2: F \rightarrow F$

$P3: V \leftrightarrow V$

$P4: V$

8- Em $P1$, para que uma disjunção seja verdadeira, podemos ter:
 $B = F$, então $A = V$.

9- Substituindo $A = V$ em $P1$:

$P1: V \vee F$

$P2: F \rightarrow F$

$P3: V \leftrightarrow V$

$P4: V$

Premissas:

$P1: A \vee B$

$P2: B \rightarrow \sim C$

$P3: C \leftrightarrow \sim D$

$P4: \sim D$

Raciocínio Lógico e Matemático

Exemplo de resolução

10- Assim: $A = V, B = F, C = V, D = F$. Logo,

A = André é inocente

B = Beto é culpado

C = Caio é inocente

D = Dênis é culpado

Premissas:

P1: $A \vee B$

P2: $B \rightarrow \sim C$

P3: $C \leftrightarrow \sim D$

P4: $\sim D$

11- Substituir os valores lógicos das proposições simples, encontradas no primeiro passo, em cada uma das opções de resposta. Assim, aquela que for necessariamente verdadeira é a opção correta da questão.

- a) Caio e Beto são inocentes.
- b) André e Caio são inocentes.
- c) André e Beto são inocentes.
- d) Caio e Dênis são culpados.
- e) André e Dênis são culpados.

Outra forma de resolução por tabela verdade:

$\sim D = V$, e nesses casos, aqueles em que as premissas são todas verdadeiras.

A	B	C	D	$\sim C$	$\sim D$	$A \vee B$	$B \rightarrow \sim C$	$C \leftrightarrow \sim D$	$\sim D$
V	V	V	V	F	F	V	F	F	F
V	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V	F
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V
V	F	V	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	V	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F	V	F	V

Prop
A =
B =
C =
D =

André
Se Be
 $B \rightarrow \sim$
Caio é
culpado
Ora, D



Outra forma de resolução por tabela verdade:

Procuramos os casos em que $\sim D = V$, e nesses casos, aqueles em que as premissas são todas verdadeiras.

A	B	C	D	$\sim C$	$\sim D$	$A \vee B$	$B \rightarrow \sim C$	$C \leftrightarrow \sim D$	$\sim D$
V	V	V	V	F	F	V	F	F	F
V	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V	F
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V
V	F	V	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	V	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F	V	F	V

Raciocínio Lógico e Matemático

Atividade em sala para próxima aula:

Se Carina é amiga de Carol, então Carmem é cunhada de Carol. Carmem não é cunhada de Carol. Se Carina não é cunhada de Carol, então Carina é amiga de Carol. Logo:

- a. Carina é cunhada de Carmem e é amiga de Carol.
- b. Carina não é amiga de Carol ou não é cunhada de Carmem.
- c. Carina é amiga de Carol ou não é cunhada de Carol.
- d. Carina é amiga de Carmem e é amiga de Carol.
- e. Carina é amiga de Carol e não é cunhada de Carmem