Raciocínio Lógico e Matemático

Profº Agnaldo Cieslak

Raciocínio Lógico e Matemático

Recados:

- 11/11 – aula e revisão e liberação da avaliação ciclo 2 parte 1 [grupo]
- 18/11 – avaliação ciclo 2 parte 2 [individual]
- 25/11 – devolutiva individual
- 02/12 – finalização da recuperação
- 09/12 - encerramento

Raciocínio Lógico e Matemático

Recapitulando:

Um argumento é uma sequência $P1, P2, P3, \ldots, Pn$ de proposições, com $n \geq 1$, na qual as $n - 1$ primeiras proposições Pi são chamadas de premissas e a última proposição, Pn, é chamada de conclusão.

Identifica-se um argumento por:

$$P1, P2, P3, \ldots, Pn-1 \vdash Pn \qquad (1)$$

Um argumento $P1, P2, P3, \ldots, Pn-1 \vdash Pn$ é dito válido se e somente se $P1, P2, P3, \ldots, Pn-1 \models Pn$, ou seja, se e somente se Pn é uma consequência lógica de $P1, P2, P3, \ldots, Pn-1$,

o que acontece se $(P1 \wedge P2 \wedge P3 \wedge \ldots \wedge Pn-1) \rightarrow Pn$ for uma tautologia.

Raciocínio Lógico e Matemático

d) **Modus Ponens**: $(P \rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ "o modo pelo qual, afirmando, se afirma"

- Se proposição implica uma segunda, e a primeira proposição é verdadeira, então a segunda também é verdadeira.
- Se P implica Q e P é verdadeira, então Q é verdadeira.

$(P \rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ ou $(P \rightarrow Q)\ ,\ P \vdash Q$

$$\frac{P \rightarrow Q\ ,\ \ P}{\therefore Q}$$ ou

Premissa	$P \rightarrow Q$	*hipótese*
Premissa	$\underline{P\qquad}$.	*hipótese*
Conclusão	$\therefore Q$	*tese*

Em I.A. , o MP é chamado de encadeamento de encaminhamento.

Raciocínio Lógico e Matemático

e) **Modus Tollens**: $(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q \Rightarrow \sim P$ "o modo pelo qual, negando-se, nega-se".

- é a negação do consequente. Demonstrações por contradição/redução ao absurdo.
- Contraposição do modus ponens: $P \rightarrow Q$ é equivalente a $\sim Q \rightarrow \sim P$

$$(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q \Rightarrow \sim P$$

$$\frac{\sim Q \rightarrow \sim P \quad , \quad \sim Q}{\therefore \sim P} \quad \text{ou}$$

$$\begin{array}{l} \sim Q \rightarrow \sim P \\ \underline{\sim Q \qquad .} \\ \therefore \sim P \end{array} \quad \text{ou}$$

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \underline{\sim Q \qquad .} \\ \therefore \sim P \end{array}$$

Raciocínio Lógico e Matemático

Para pesquisa:

- Silogismo hipotético,
- Dilema construtivo
- e Dilema destrutivo.
- Proponho que 3 alunos apresentem cada um dos temas acima na próxima aula.
- Candidatos?
- f- Sara – Silogismo Hipotético
- g- Emanuel - Dilema Construtivo
- h- Robson - Dilema Destrutivo

Raciocínio Lógico e Matemático

f) Silogismo hipotético,
[1- Sara]

Silogismo Hipotético

Definição e Exemplo

(por Sara Maria)

Definição de Silogismo Hipotético:

Silogismo Hipotético

1. o primeiro argumento implica no segundo argumento, ou seja: ***P ->Q***
2. o segundo argumento implica no terceiro argumento, ou seja: ***Q -> R***
3. **o primeiro argumento implica no terceiro argumento, ou seja: *P -> R***

- ***Dado que Se P então R, temos a conclusão do Silogismo Hipotético.***

Vejamos abaixo a sua representação simbólica:

P -> Q, Q -> R |- P -> R

O símbolo em vermelho representa a relação de consequência lógica: |-

Exemplo de Silogismo Hipotético:

Se não pagar impostos, cometerei um crime.

P -> *Q*

Se eu cometer um crime, eu poderia ir para a cadeia.

Q -> *R*

Portanto, se eu não pagar impostos, poderia ir para a cadeia

|- P -> R

Os outros tipos de Silogismo Hipotético:

- **Silogismo Hipotético Misto:** O silogismo hipotético Misto mistura a primeira premissa com a segunda premissa e uma terceira premissa, tendo duas formas:
  - **Negativa** ***P -> Q , ~Q, logo, ~P***

  Se a lua nascer, então é noite. Não é noite. Portanto não vemos a lua.
  - **Afirmativa** ***P -> Q, P, logo Q***

  Se está ensolarado, então é dia. Está ensolarado. Portanto é dia.
- **Silogismo Hipotético Disjuntivo:** *P v Q logo, ~ P -> Q*

O silogismo disjuntivo leva em consideração apenas uma hipótese como sendo verdadeira, logo se a primeira não é verdadeira, a segunda é verdadeira.

Exemplo:

Ela tem 16 anos ou Ela é criança

Ela não tem 16 anos, logo ela é criança.

Raciocínio Lógico e Matemático

g) Dilema Construtivo,
[2- Emanuel]

Dilema construtivo

Inferência lógica

Conceito

CONCEITO

- O dilema construtivo diz que: P implica em Q, R implica em S e P ou R, então Q *ou* S tem que ser, necessariamente, uma verdade.

1p : P -> Q

2p : R -> S

3p : P v R

Conclusão: Q v S

ou

$$\frac{P \to Q, R \to S, P \vee R}{\therefore Q \vee S}$$

Traduzindo...

O dilema construtivo trabalha com duas situações de condição, se P então Q e se R então S, e sendo uma das causas verdade(P ou R) então a sua consequência também vai ser verdade(Q ou S).

P -> Q

R -> S

Causa Consequência

Se R(P ou R) for verdade.

P -> Q

R -> S

Então S(Q ou S) também vai ser verdade.

1p : P -> Q

2p : R -> S

3p : P v R

Conclusão: Q v S

EXEMPLO:

1p: Se o Agnaldo dar aula, então eu vou assistir a aula.

2p: Se o Agnaldo passar um teste, então eu vou ficar triste.

3p: Ou o Agnaldo vai dar aula ou vai passar um teste.

Conclusão: Então ou eu assisto à aula ou eu fico triste.

Raciocínio Lógico e Matemático

Dilema destrutivo.
[h-   Robson]

Raciocínio Lógico e Matemático

Dilema Destrutivo
Forma do argumento:

$p \rightarrow q$;
$r \rightarrow s$;
<u>$\sim q \vee \sim s$</u>
$\sim p \vee \sim r$ é válida.

<u>Versão disjuntiva de Modus Tollens</u>

Se chover vamos ficar em casa

Se estiver ensolarado vamos caminhar

Se não, não vamos ficar em casa ou não vamos caminhar, ou ambos

Logo, não vai chover ou não vai ser ensolarado, ou ambos.

Dilema destrutivo

É a versão disjuntiva do Modus Tollens

Vamos trabalhar com 3 premissas:

P1) Se Ana foi na faculdade → Ana fez a prova

P2) Se Bruna foi na faculdade → Bruna tirou zero na prova.

P3) Ana não fez a prova ou Bruna não tirou zero na prova.

Conclusão: Ana não foi na faculdade ou Bruna não foi na faculdade.

P = Ana foi na faculdade Q = Ana fez a prova

R = Bruna foi na faculdade S = Bruna tirou zero na prova

P1 $P \rightarrow Q$

P2 $R \rightarrow S$

P3 $\sim Q \lor \sim S$

$\therefore$ $\sim P \lor \sim R$

Se o consequente é falso o antecedente é falso. A falsidade anda para trás.

Na disjunção, se eu considerar que a negação é verdadeira, quer dizer que nas premissas anteriores os consequentes são falsos.

Raciocínio Lógico e Matemático

Resumo

Modus Ponens

$$\begin{array}{ll} & p \to q; \\ & p; \\ \therefore & q. \end{array}$$

Modus Tollens

$$\begin{array}{ll} & p \to q; \\ & \neg q; \\ \therefore & \neg p. \end{array}$$

Adição disjuntiva

$p;$ $\therefore\ p \vee q.$	$q;$ $\therefore\ p \vee q.$

Simplificação conjuntiva

$p \wedge q;$ $\therefore\ p.$	$p \wedge q;$ $\therefore\ q.$

Adição conjuntiva

$$\begin{array}{ll} & p; \\ & q; \\ \therefore & p \wedge q. \end{array}$$

Silogismo disjuntivo

$p \vee q;$ $\neg q;$ $\therefore\ p.$	$p \vee q;$ $\neg p;$ $\therefore\ q.$

Silogismo hipotético

$$\begin{array}{ll} & p \to q; \\ & q \to r; \\ \therefore & p \to r. \end{array}$$

Dilema

p → q; (construtivo) r → s; <u>p V r</u> q V s. é válida	p → q; (destrutivo) r → s; <u>~q V ~s</u> ~p V ~r é válida

Contradição

$$\begin{array}{ll} & \neg p \to c; \\ \therefore & p. \end{array}$$

Raciocínio Lógico e Matemático

Argumentos: Exemplo

Para provar o sequente $p \to (q \to r), p, \neg r \vdash \neg q$ *usamos inicialmente a regra modus ponens nas linhas 1 e 2 para concluir* $q \to r$. *Como temos* $\neg r$, *por modus tollens, nas fórmulas das linhas 3 e 4, concluímos* $\neg q$.

Prova da dedução $\neg p \to q, \neg q \vdash p$.

Raciocínio Lógico e Matemático

Argumentos: Exemplo

Para provar o sequente $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$ *usamos inicialmente a regra modus ponens nas linhas 1 e 2 para concluir* $q \rightarrow r$. *Como temos* $\neg r$, *por modus tollens, nas fórmulas das linhas 3 e 4, concluímos* $\neg q$.

1.	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	premissa
2.	p	premissa
3.	$\neg r$	premissa
4.	$q \rightarrow r$	$\rightarrow$e 2,1
5.	$\neg q$	*MT* 4,3

Prova da dedução $\neg p \rightarrow q, \neg q \vdash p$.

1.	$\neg p \rightarrow q$	premissa
2.	$\neg q$	premissa
3.	$\neg\neg p$	*MT* 1,2
4.	p	$\neg\neg$e 3

Raciocínio Lógico e Matemático

Argumentos: Exemplo

Para provar o sequente $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$ usamos inicialmente a regra modus ponens nas linhas 1 e 2 para concluir $q \rightarrow r$. Como temos $\neg r$, por modus tollens, nas fórmulas das linhas 3 e 4, concluímos $\neg q$.

1	P → (q → r)	premissa
2	p	premissa
3	~r	premissa
4	q → r	De 1 e 2 tem-se MP
5	~q	De 4 e 3 tem-se MT

Prova da dedução $\neg p \rightarrow q, \neg q \vdash p$.

1	~P → q	premissa
2	~q	premissa
3	~~p	De 1 e 2 tem-se MT
4	p	De ~~ no 3

Raciocínio Lógico e Matemático

Argumentos: Atividade 8

Um detetive entrevistou quatro testemunhas de um crime. A partir das histórias das testemunhas, o detetive concluiu que, se o mordomo está dizendo a verdade, então o cozinheiro também está; o cozinheiro e o jardineiro, ambos, não podem estar dizendo a verdade; o jardineiro e o zelador, ambos, não estão mentindo; e se o zelador está dizendo a verdade, então o cozinheiro está mentindo. Para cada uma das quatro testemunhas, o detetive pode determinar se a pessoa está mentindo ou dizendo a verdade?

Montar os argumentos em linguagem simbólica da lógica;

Resolver através de tabela verdade

Sistema de especificações é consistente: O roteador pode enviar mensagens para o sistema principal somente se ele tratar um novo espaço de endereço. Para o roteador tratar o novo espaço de endereço, é necessário que a última versão do software seja instalada. O roteador pode enviar mensagens ao sistema principal se a última versão do software estiver instalada. O roteador não trata o novo espaço.

Usar Modus Ponens e Modus Tollens organizando as proposições na ordem

Raciocínio Lógico e Matemático

Argumentos: atividade 8

O sistema está em um estado de multiuso se e somente se estiver operando normalmente. Se o sistema está operando normalmente, o núcleo do sistema operacional (kernel) está funcionando. O kernel não está funcionando ou o sistema está no modo de interrupção. Se o sistema não está em um estado de multiuso, então está em um modo de interrupção. O sistema não está no modo de interrupção. Este sistema é consistente?

Montar os argumentos em linguagem simbólica da lógica;

Colocar as proposições em ordem

Resolver usando as deduções de Silogismo disjuntivo, Modus Tollens, Modus Tollens, Simplificação conjuntiva, Modus Tollens