



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE

CÂMPUS APODI

Sítio Lagoa do Clementino, nº 999, RN 233, Km 2, Apodi/RN,
59700-971. Fone (084) 4005.0765

E-mail: gabin.ap@ifrn.edu.br - Site: <http://www.ifrn.edu.br>

Curso: Técnico de Nível Médio Integrado em Informática

Turma: 1.8401.1V

Área profissional: Informação e Comunicação

Disciplina: Fundamentos de Lógica e Algoritmos

Assuntos: Equivalência Lógica, Argumentos e suas Validades

Docente: Cleone Silva de Lima

APOSTILA DE LÓGICA

Nesta apostila trataremos de um tema da maior relevância no Raciocínio Lógico. Estou me referindo à **Equivalência Lógica**. Ou seja, vamos aprender a identificar quando duas proposições compostas são equivalentes uma à outra. Vamos lá!

Proposições Logicamente Equivalentes

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes (ou simplesmente equivalentes) quando **os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos**.

Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A **equivalência lógica** entre duas proposições, **p** e **q**, pode ser representada simbolicamente como: **p** \Leftrightarrow **q**, ou simplesmente por **p = q**.

Começaremos com a descrição de algumas equivalências lógicas básicas.

Equivalências Básicas

1. **p e p = p**

Ex: *André é inocente e inocente = André é inocente*

2. **p ou p = p**

Ex: Ana foi ao cinema ou ao cinema = Ana foi ao cinema

3. $p \text{ e } q = q \text{ e } p$

Ex: O cavalo é forte e veloz = O cavalo é veloz e forte

4. $p \text{ ou } q = q \text{ ou } p$

Ex: O carro é branco ou azul = O carro é azul ou branco

5. $p \leftrightarrow q = q \leftrightarrow p$

Ex: Amo se e somente se vivo = Vivo se e somente se amo.

6. $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \text{ e } (q \rightarrow p)$

Ex: Amo se e somente se vivo = Se amo então vivo, e se vivo então amo

Para facilitar a memorização, veja a tabela abaixo:

$p \text{ e } p$	p
$p \text{ ou } p$	p
$p \text{ e } q$	$q \text{ e } p$
$p \text{ ou } q$	$q \text{ ou } p$
$p \leftrightarrow q$	$q \leftrightarrow p$
$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \text{ e } (q \rightarrow p)$

Equivalências da Condicional

As duas equivalências que se seguem são de fundamental importância. Estas equivalências podem ser verificadas, ou seja, demonstradas, por meio da comparação entre as *tabelas-verdade*. Fica como exercício para casa estas demonstrações. As equivalências da condicional são as seguintes:

1) Se p então q = Se não q então não p.

Ex: Se chove então me molho = Se não me molho então não chove

2) Se p então q = Não p ou q.

Ex: Se estudo então passo no concurso = Não estudo ou passo no concurso

Colocando estes resultados em uma tabela, para ajudar a memorização, teremos:

$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$

Equivalências com o Símbolo da Negação

Este tipo de equivalência já foi estudado. Trata-se, tão somente, das *negações das proposições compostas*! Lembremos:

Negativa de (p e q)	$\sim p$ ou $\sim q$
Negativa de (p ou q)	$\sim p$ e $\sim q$
Negativa de (p \rightarrow q)	p e $\sim q$
Negativa de (p \leftrightarrow q)	[(p e $\sim q$) ou (q e $\sim p$)]

É possível que surja alguma dúvida em relação a última linha da tabela acima. Porém, basta lembrarmos do que foi aprendido:

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \text{ e } (q \rightarrow p)$$

(Obs: a BICONDICIONAL tem esse nome: porque equivale a duas condicionais!)

Para negar a bicondicional, teremos na verdade que negar a sua conjunção equivalente. E para negar uma conjunção, já sabemos, nega-se as duas partes e troca-se o **E** por **OU**. Fica para casa a demonstração da negação da bicondicional. Ok?

Outras equivalências

Algumas outras equivalências que podem ser relevantes são as seguintes:

1) $p \text{ e } (p \text{ ou } q) = p$

Ex: Paulo é dentista, e Paulo é dentista ou Pedro é médico = Paulo é dentista

2) $p \text{ ou } (p \text{ e } q) = p$

Ex: Paulo é dentista, ou Paulo é dentista e Pedro é médico = Paulo é dentista

Por meio das tabelas-verdade estas equivalências podem ser facilmente demonstradas. Para auxiliar nossa memorização, criaremos a tabela seguinte:

$p \text{ e } (p \text{ ou } q)$	p
$p \text{ ou } (p \text{ e } q)$	p

Equivalências entre “Nenhum” e “Todo”

É uma equivalência simples e de fácil compreensão. Vejamos:

1) Nenhum A é B = Todo A é não B

Ex: *Nenhum médico é louco = Todo médico é não louco (= Todo médico não é louco)*

2) Todo A é B = Nenhum A é não B

Ex: *Toda arte é bela = Nenhuma arte é não bela (= Nenhuma arte não é bela)*

Colocando essas equivalências em uma tabela, teremos:

Nenhum A é B	Todo A é não B
Todo A é B	Nenhum A é não B

Leis Associativas, Distributivas e da Dupla Negação

Abaixo, algumas leis que podem eventualmente nos ser úteis:

➔ Leis Associativas

$(p \text{ e } q) \text{ e } s$	$p \text{ e } (q \text{ e } s)$
$(p \text{ ou } q) \text{ ou } s$	$p \text{ ou } (q \text{ ou } s)$

➔ Leis Distributivas

$p \text{ e } (q \text{ ou } s)$	$(p \text{ e } q) \text{ ou } (p \text{ e } s)$
$p \text{ ou } (q \text{ e } s)$	$(p \text{ ou } q) \text{ e } (p \text{ ou } s)$

➔ Leis da Dupla Negação

$\sim(\sim p)$	p
----------------	-----

Daí, concluiremos ainda que:

$S \text{ não é não } P = S \text{ é } P$
$\text{Todo } S \text{ não é não } P = \text{Todo } S \text{ é } P$
$\text{Algum } S \text{ não é não } P = \text{Algum } S \text{ é } P$
$\text{Nenhum } S \text{ não é não } P = \text{Nenhum } S \text{ é } P$

Exemplos:

- 1) A bola de futebol não é não esférica = A bola de futebol é esférica
- 2) Todo número inteiro não é não racional = Todo número inteiro é racional
- 3) Algum número racional não é não natural = Algum número racional é natural
- 4) Nenhum número negativo não é não natural = Nenhum número negativo é natural

Argumento

Chama-se **argumento** a afirmação de que um grupo de proposições iniciais redonda em outra proposição final, que será consequência das primeiras! Dito de outra forma, **argumento** é a relação que associa um conjunto de proposições p_1, p_2, \dots, p_n , chamadas **premissas** do argumento, a uma proposição **c**, chamada de **conclusão** do argumento.

No lugar dos termos **premissa** e **conclusão** podem ser também usados os correspondentes **hipótese** e **tese**, respectivamente. Vejamos alguns exemplos de *argumentos*:

Exemplo 1:

p1: Todos os cearenses são humoristas.

p2: Todos os humoristas gostam de música.

c : Todos os cearenses gostam de música.

Exemplo 2:

p1: *Todos os cientistas são loucos.*

p2: *Martiniano é louco.*

c : *Martiniano é um cientista.*

O tipo de *argumento* ilustrado nos exemplos acima é chamado **silogismo**. **Silogismo é aquele argumento formado por duas premissas e a conclusão.**

Em nosso estudo dos *argumentos lógicos*, estamos interessados em verificar se eles são **válidos** ou **inválidos**! Então, passemos a entender o que significa um *argumento válido* e um *argumento inválido*.

Argumento Válido:

Dizemos que um argumento é **válido** (ou ainda **legítimo** ou **bem construído**), quando a sua conclusão é uma **consequência obrigatória** do seu conjunto de premissas.

Veremos em alguns exemplos adiante que as premissas e a própria conclusão poderão ser visivelmente falsas (e até absurdas!), e o argumento, ainda assim, será considerado válido. Isto pode ocorrer porque, na Lógica, o estudo dos argumentos não leva em conta a verdade ou a falsidade das premissas que compõem o argumento, mas tão somente a **validade** deste.

Exemplo: O silogismo...

p1: *Todos os homens são pássaros.*

p2: *Nenhum pássaro é animal.*

c: *Portanto, nenhum homem é animal.*

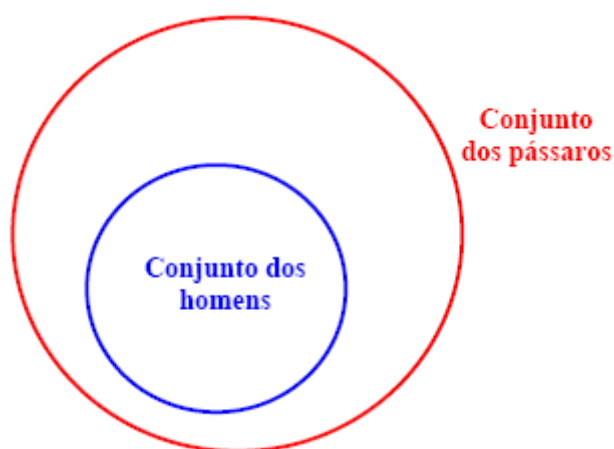
... está perfeitamente bem construído, sendo, portanto, um *argumento válido*, muito embora a veracidade das premissas e da conclusão sejam totalmente questionáveis.

Repetindo: **o que vale é a construção, e não o seu conteúdo**! Ficou claro? Se a *construção* está perfeita, então o argumento é *válido*, independentemente do conteúdo das premissas ou da conclusão!

Em um raciocínio dedutivo (lógico), não é possível estabelecer a verdade de sua conclusão se as premissas não forem consideradas todas verdadeiras. Determinar a verdade ou falsidade das premissas é tarefa que incumbe à ciência, em geral, pois as premissas podem

referir-se a qualquer tema, como Astronomia, Energia Nuclear, Medicina, Química, Direito etc., assuntos que talvez desconheçamos por completo! E ainda assim, teremos total condição de averiguar a validade do argumento!

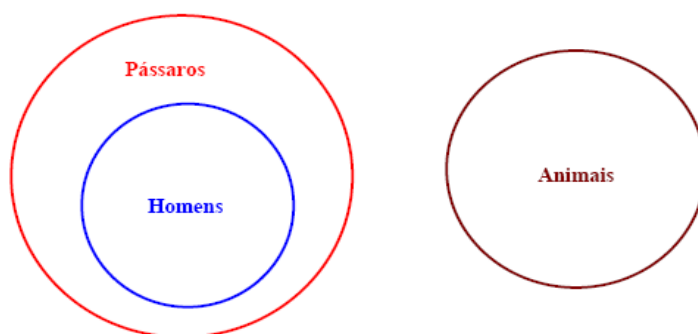
Agora a questão mais importante: **como saber se um determinado argumento é mesmo válido?** Uma forma simples e eficaz de comprovar a validade de um argumento é utilizando diagramas de conjuntos (diagramas de Venn). Trata-se de um método muito útil e que será usado com frequência em questões que pedem a verificação da validade de um argumento. Vejamos como funciona, usando o exemplo acima. Quando se afirma, na premissa **p1**, que “*todos os homens são pássaros*”, poderemos representar essa frase da seguinte maneira:



Observem que *todos* os elementos do conjunto menor (homens) estão incluídos, ou seja, pertencem ao conjunto maior (dos pássaros). E será sempre essa a representação gráfica da frase “**Todo A é B**”. **Dois círculos, um dentro do outro, estando o círculo menor a representar o grupo de quem se segue à palavra *todo***. Ficou claro? Pois bem! Façamos a representação gráfica da segunda premissa. Temos, agora, a seguinte frase: “*Nenhum pássaro é animal*”. Observemos que a *palavra-chave* desta sentença é **nenhum**. E a **idéia que ela exprime é de uma total dissociação entre os dois conjuntos**. Vejamos como fica sua representação gráfica:



Será sempre assim a representação gráfica de uma sentença “*Nenhum A é B*”: dois conjuntos separados, sem nenhum ponto em comum. Tomemos agora as representações gráficas das duas premissas vistas acima e as analisemos em conjunto. Teremos:



Agora, comparemos a conclusão do nosso argumento – *Nenhum homem é animal* – com o desenho das premissas acima. E aí? Será que podemos dizer que esta conclusão é uma consequência necessária das premissas? Claro que **sim**! Observemos que o conjunto dos homens está totalmente separado (*total dissociação*!) do conjunto dos animais.

Resultado: **este é um argumento válido!**

Ficou entendido? Agora, vejamos o conceito de *argumento inválido*.

Argumento Inválido:

Dizemos que um argumento é **inválido** – também denominado **ilegítimo, mal construído, falacioso** ou **sofisma** – quando a verdade das premissas **não é suficiente** para garantir a verdade da conclusão. Entenderemos melhor com um exemplo.

Exemplo:

p1: *Todas as crianças gostam de chocolate.*

p2: *Patrícia não é criança.*

c: *Portanto, Patrícia não gosta de chocolate.*

Veremos a seguir que este é um argumento inválido, falacioso, mal construído, pois as premissas **não garantem (não obrigam)** a verdade da conclusão. Patrícia pode gostar de chocolate mesmo que não seja criança, pois a primeira premissa não afirmou que **somente** as crianças gostam de chocolate.

Da mesma forma que utilizamos diagramas de conjuntos para provar a validade do argumento anterior, provaremos, utilizando-nos do mesmo artifício, que o argumento em análise é inválido. Começemos pela primeira premissa: *“Todas as crianças gostam de chocolate”*. Já aprendemos acima como se representa graficamente esse tipo de estrutura. Teremos:



Analisemos agora o que diz a segunda premissa: *“Patrícia não é criança”*. O que temos que fazer aqui é pegar o diagrama acima (da primeira premissa) e nele indicar onde poderá estar localizada a Patrícia, obedecendo ao que consta nesta segunda premissa.

Vemos facilmente que a Patrícia só não poderá estar dentro do círculo vermelho (das crianças). É a única restrição que faz a segunda premissa! Isto posto, concluímos que Patrícia poderá estar em dois lugares distintos do diagrama: 1º) Fora do conjunto maior; 2º) Dentro do conjunto maior (sem tocar o círculo vermelho!). Vejamos:



Finalmente, passemos à análise da **conclusão**: *“Patrícia não gosta de chocolate”*. Ora, o que nos resta para sabermos se este *argumento* é válido ou não, é justamente confirmar se esse

resultado (se esta conclusão) é necessariamente verdadeiro! O que vocês dizem? É necessariamente verdadeiro que Patrícia não gosta de chocolate? Olhando para o desenho acima, respondemos que **não**! Pode ser que ela não goste de chocolate (caso esteja fora do círculo azul), mas também pode ser que goste (caso esteja dentro do círculo azul)!

Enfim, **o argumento é inválido**, pois as premissas não *garantiram* a veracidade da conclusão!

Passemos a uma questão que versa sobre esse tema. Julgue o item.

Considere o seguinte argumento: Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular. A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular. Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico. Nessa situação, esse argumento é válido?

Sol.: A questão apresenta um argumento (um *silogismo*) e deseja saber se ele é válido. Ora, vimos que um argumento só será válido se a sua conclusão for uma **consequência obrigatória** do seu conjunto de premissas. No argumento em questão temos duas premissas e a conclusão, que se seguem:

p1: Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular.

p2: A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular.

c: Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico.

Usaremos o método dos diagramas para verificar a validade (ou não) do argumento. Começando pela primeira premissa, observemos que a palavra *cada* tem o mesmíssimo sentido de *toda*. Daí, teremos:



Analisemos agora a segunda premissa que afirma que “a prestação de contas da prefeitura de uma cidade (qualquer) foi irregular”. Ora, no desenho acima, vamos indicar quais as possíveis localizações (se houver mais de uma!) desta prestação de contas da cidade qualquer. Teremos:



Daí, verificamos que há duas posições em que a tal prestação de contas desta cidade qualquer poderia estar. Ora, por ser irregular, terá necessariamente que estar dentro do círculo maior (azul). Uma vez dentro do círculo azul (conta irregular), surgem duas novas possibilidades: ou estará dentro do círculo vermelho (conta com ato antieconômico), ou fora dele. Em outras palavras: a prestação de contas desta cidade qualquer, embora irregular, pode ter apresentado uma conta com ato antieconômico, **ou não!**

Analisemos agora a conclusão do argumento: “a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico”. Será que esta é uma conclusão necessária, ou seja, obrigatória, em vista do que foi definido pelas premissas? A resposta, como vimos acima, é negativa!

Concluímos, pois, que se trata de um argumento inválido, e este item está errado!

A utilização de *diagramas de conjuntos* (diagramas de Venn) pode ajudar-nos a descobrir se um argumento é válido. Ocorre que, em alguns exercícios, será mais conveniente utilizarmos outros procedimentos. Aprenderemos a seguir alguns diferentes métodos que nos possibilitarão afirmar se um argumento é válido ou não!

1º MÉTODO) Utilizando diagramas de conjuntos:

Esta forma é indicada quando nas premissas do argumento aparecem as palavras **todo**, **algum** e **nenhum**, ou os seus sinônimos: **cada**, **existe um** etc.

Consiste na representação das premissas por diagramas de conjuntos, e posterior verificação da verdade da conclusão. Já fizemos acima alguns exercícios usando este método!

2º MÉTODO) Utilizando *tabela-verdade*:

Esta forma é mais indicada quando não for possível resolver pelo primeiro método, o que ocorre quando nas premissas **não** aparecem as palavras **todo**, **algum** e **nenhum**, mas sim, os conectivos “**ou**”, “**e**”, “**→**” e “**↔**”.

Baseia-se na construção da *tabela-verdade*, destacando-se uma coluna para cada premissa e outra para a conclusão.

Após a construção da *tabela-verdade*, verificam-se quais são as linhas em que os valores lógicos das premissas têm valor **V**. Se em todas essas linhas (com premissas verdadeiras), os valores lógicos da coluna da conclusão forem também **Verdadeiros**, então o argumento é válido! Porém, se ao menos uma daquelas linhas (que contêm premissas verdadeiras) houver na coluna da conclusão um valor **F**, então o argumento é inválido.

Este método tem a desvantagem de ser mais trabalhoso, principalmente quando envolve várias proposições simples. Passemos a um exemplo com aplicação deste método.

Exemplo: Diga se o argumento abaixo é válido ou inválido:

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{\sim r} \\ \sim p \vee \sim q$$

Sol.:

Como interpretar este *argumento sem frases*? A primeira coisa, a saber, é que o que há acima da linha são as premissas, enquanto o que há abaixo dela é a conclusão! Neste caso, temos duas premissas e a conclusão (um *silogismo*). As premissas e a conclusão deste argumento poderiam ser frases que foram traduzidas para linguagem simbólica.

1º passo) Construir as *tabelas-verdade* para as duas premissas e para a conclusão. Teríamos, portanto, três tabelas a construir. Para economizarmos espaço, ganharmos tempo e facilitarmos a execução do 2º passo faremos somente uma *tabela-verdade*, em que as premissas e a conclusão corresponderão a colunas nesta tabela, como pode ser visto abaixo. Observemos que as premissas e a conclusão são obtidas pelos seguintes procedimentos:

- A 1ª premissa (5ª coluna da tabela) é obtida pela condicional entre a 4ª e a 3ª colunas.
- A 2ª premissa (6ª coluna) é obtida pela negação da 3ª coluna.
- A conclusão (9ª coluna) é obtida pela disjunção entre a 7ª e a 8ª colunas.

p	q	r	$(p \wedge q)$	1ª premissa $(p \wedge q) \rightarrow r$	2ª premissa $\sim r$	$\sim p$	$\sim q$	Conclusão $\sim p \vee \sim q$
V	V	V	V	V	F	F	F	F
V	V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V
F	V	F	F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V

2º passo) Agora, vamos verificar quais são as linhas da tabela em que os valores lógicos das premissas são todos **V**. Daí, observamos que a 4ª, 6ª e 8ª linhas apresentam todas as duas premissas com valor lógico **V**. Prosseguindo, temos que verificar qual é o valor lógico da conclusão para a 4ª, 6ª e 8ª linhas. Em todas elas a conclusão é também **V**. Portanto, o argumento é válido.

3º MÉTODO) Utilizando as operações lógicas com os conectivos e considerando as premissas verdadeiras.

Por este método, fácil e rapidamente demonstraremos a validade de um argumento. Porém, só devemos utilizá-lo na impossibilidade do primeiro método.

Iniciaremos aqui considerando as **premissas** como **verdades**. Daí, por meio das operações lógicas com os conectivos, descobriremos o valor lógico da **conclusão**, que deverá resultar também em **verdade**, para que o argumento seja considerado válido.

Exemplo: Diga se o argumento abaixo é válido ou inválido:

$$\begin{array}{c}
 p \vee q \\
 \underline{\sim p} \\
 q
 \end{array}$$

Sol.: Este terceiro método de teste de validade de argumentos considera as **premissas** como **verdades** e, por meio de operações lógicas com os conectivos, descobriremos o valor lógico da **conclusão**, que deverá resultar em **verdade**, para que o argumento seja válido.

1º passo) Consideraremos as premissas como proposições verdadeiras, isto é:

- ✓ para a 1ª premissa \rightarrow o valor lógico de $p \vee q$ é **VERDADE**.
- ✓ para a 2ª premissa \rightarrow o valor lógico de $\sim p$ é **VERDADE**.

2º passo) Partimos para descobrir o valor lógico das proposições simples **p** e **q**, com a finalidade de, após isso, obter o valor lógico da **conclusão**.

Vamos iniciar pela análise da 2ª premissa, a fim de obter o valor lógico da proposição simples **p**. (Se iniciássemos pela 1ª premissa não teríamos como obter de imediato o valor lógico de **p**, e nem de **q**.)

- ✓ Análise da 2ª premissa: $\sim p$ é **verdade**. Como $\sim p$ é **verdade**, logo **p** é **falso**.
- ✓ Análise da 1ª premissa: $p \vee q$ é **verdade**. Sabendo que **p** é **falso**, e que $p \vee q$ é **verdade**, então o valor lógico de **q**, de acordo com a tabela verdade do “ou”, é necessariamente **verdade**.

Em suma, temos até o momento:

O valor lógico de **p** é **Falso**

O valor lógico de **q** é **Verdade**

3º passo) Agora vamos utilizar os valores lógicos obtidos para **p** e **q** a fim de encontrar o valor lógico da Conclusão.

Como a conclusão é formada somente pela proposição simples **q**, então a conclusão tem o mesmo valor lógico de **q**, ou seja, **verdade**. Desta forma, o argumento é **válido**.

Fica como exercício a verificação da validade do seguinte argumento:

1ª premissa: $A \rightarrow (\sim B \wedge C)$

2ª premissa: $\sim A \rightarrow B$

3ª premissa: $D \wedge \sim C$

Conclusão: $B \rightarrow \sim D$

4º MÉTODO) Utilizando as operações lógicas com os conectivos, considerando premissas verdadeiras e conclusão falsa.

É indicado este caminho quando notarmos que a aplicação do terceiro método não possibilitará a descoberta do valor lógico da conclusão de maneira direta, mas somente por meio de análises mais complicadas.

Foi descrito no segundo método que, se após a construção da *tabela-verdade* houver uma linha em que as colunas das premissas têm valor lógico **V** e a conclusão tem valor lógico **F**, então o argumento é inválido. Ou seja, um argumento é válido se não ocorrer a situação em que as **premissas** são **verdades** e a **conclusão** é **falsa**. Este quarto método baseia-se nisso: faremos a consideração de que as **premissas** são **verdades** e a **conclusão** é **falsa**, e averiguaremos se é possível a existência dessa situação. Se for possível, então o argumento será **inválido**.

Para a solução do próximo exemplo, vamos utilizar o 4º método. Não utilizaremos o 3º, pois não teríamos condições de descobrir de maneira direta o valor lógico da conclusão, senão por meio de uma análise mais trabalhosa.

Exemplo: Vamos verificar a validade do seguinte argumento:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow (B \vee C) \\ B \rightarrow \sim A \\ \hline D \rightarrow \sim C \\ \hline A \rightarrow \sim D \end{array}$$

Sol.: De acordo com o este método, consideraremos as **premissas** como **verdades** e a **conclusão** como **falsa**, e verificaremos se é possível a existência dessa situação. Se for possível, então o argumento é inválido.

1º passo) Considerando as **premissas verdadeiras** e a **conclusão falsa**, teremos:

- ✓ para a 1ª premissa \rightarrow o valor lógico de $A \rightarrow (B \vee C)$ é **verdade**
- ✓ para a 2ª premissa \rightarrow o valor lógico de $B \rightarrow \sim A$ é **verdade**
- ✓ para a 3ª premissa \rightarrow o valor lógico de $D \rightarrow \sim C$ é **verdade**
- ✓ para a Conclusão \rightarrow o valor lógico de $A \rightarrow \sim D$ é **falso**

2º passo) Quando usamos este método de teste de validade, geralmente iniciamos a análise dos valores lógicos das proposições simples pela conclusão.

- ✓ Análise da conclusão: $A \rightarrow \sim D$ é **falso**

Em que situação uma condicional é falsa? Isso já sabemos: quando a 1ª parte é verdade e a 2ª parte é falsa. Daí, concluímos que o valor de **A** deve ser **V** e o de **~D** deve ser **F**. Conseqüentemente **D** é **V**.

✓ Análise da 2ª premissa: $B \rightarrow \sim A$ é **verdade**

Na análise da proposição da conclusão, obtivemos que **A** é **V**. Substituindo, **A** por **V** na proposição acima, teremos: $B \rightarrow \sim V$, que é o mesmo que: $B \rightarrow F$. Como esta proposição deve ser **verdade**, conclui-se que **B** deve ser **F**, pela *tabela-verdade* da condicional.

✓ Análise da 3ª premissa: $D \rightarrow \sim C$ é **verdade**

O valor lógico de **D** é **V**, obtido na análise da conclusão. Substituindo este valor lógico na proposição acima, teremos: $V \rightarrow \sim C$. Para que esta proposição seja verdade é necessário que a 2ª parte da condicional, **~C**, seja **V**. Daí, **C** é **F**.

Observemos que, se quiséssemos, poderíamos ter analisado esta 3ª premissa antes da 2ª, sem qualquer prejuízo à resolução.

Agora, só resta analisar a 1ª premissa: $A \rightarrow (B \vee C)$ é **verdade**. Até o momento, temos os seguintes valores lógicos: **A** é **V**, **B** é **F**, **C** é **F** e **D** é **V**. Substituindo estes valores na proposição acima, teremos: $V \rightarrow (F \vee F)$. Usando o conectivo da *disjunção*, a proposição simplifica-se para $V \rightarrow F$, e isto resulta em um valor lógico **Falso**. Opa!!! A premissa $A \rightarrow (B \vee C)$ deveria ser **verdade**!!! Esta contradição nos valores lógicos ocorreu porque **não foi possível**, considerando todas as premissas **verdadeiras**, chegarmos a uma conclusão **falsa**. Daí, concluímos que nosso argumento é **válido**. Em outras palavras: para que o argumento fosse dito *inválido*, teriam que se confirmar todos os valores lógicos previstos no 1º passo acima. Em não se confirmando qualquer deles, concluímos (como fizemos!) que **o argumento é válido!**

Na sequência, um quadro que resume os quatros métodos e indica quando lançar mão de um ou de outro. Vejamos:

		Deve ser usado quando...	Não deve ser usado quando...
1º Método	Utilização dos Diagramas (circunferências)	O argumento apresentar as palavras <i>todo</i> , <i>nenhum</i> , ou <i>algum</i>	O argumento não apresentar tais palavras.
2º Método	Construção das <i>Tabelas-Verdade</i>	Em qualquer caso, mas preferencialmente quando o argumento tiver no máximo duas proposições simples .	O argumento apresentar três ou mais proposições simples.
3º Método	Considerando as premissas verdadeiras e testando a conclusão verdadeira	O 1º Método não puder ser empregado, e houver uma premissa... ...que seja uma proposição simples ; ou ... que esteja na forma de uma conjunção (e) .	Nenhuma premissa for uma proposição simples ou uma conjunção.
4º Método	Verificar a existência de conclusão falsa e premissas verdadeiras	O 1º Método não puder ser empregado, e a conclusão... ...tiver a forma de uma proposição simples ; ou ... estiver a forma de uma disjunção (ou) ; ou ...estiver na forma de uma condicional (se...então...)	A conclusão não for uma proposição simples, nem uma disjunção, nem uma condicional.

Vejamos o exemplo seguinte: diga se o argumento abaixo é válido ou inválido:

$$\begin{array}{c}
 (p \wedge q) \rightarrow r \\
 \hline
 \sim r \\
 \hline
 \sim p \vee \sim q
 \end{array}$$

Sol.: Esse mesmo exercício foi resolvido anteriormente. Lá, utilizamos o 2º método (*tabelas-verdade*) para resolvê-lo, pois estávamos interessados em ensinar como se fazia a *tabela-verdade* para uma sentença formada por três premissas (**p**, **q** e **r**). Todavia, vamos seguir um roteiro baseado no quadro acima, para chegarmos ao melhor caminho de resolução. Poderemos usar as seguintes perguntas:

→ **1ª Pergunta)** O argumento apresenta as palavras *todo*, *algum* ou *nenhum*?

A resposta é *não*! Logo, descartamos o 1º método e passamos à pergunta seguinte.

→ **2ª Pergunta)** O argumento contém no máximo duas proposições simples?

A resposta também é *não*! Portanto, descartamos também o 2º método. Adiante.

→ **3ª Pergunta)** Há alguma das premissas que seja uma *proposição simples* ou uma *conjunção*?

A resposta é *sim*! A segunda proposição é $(\sim r)$. Podemos optar então pelo 3º método? Sim, perfeitamente! Mas caso queiramos seguir adiante com uma próxima pergunta, teríamos:

→ **4ª Pergunta)** A conclusão tem a forma de uma *proposição simples* ou de uma *disjunção* ou de uma *condicional*?

A resposta também é *sim*! Nossa conclusão é uma *disjunção*! Ou seja, caso queiramos, poderemos utilizar, opcionalmente, o 4º método!

Vamos seguir os dois caminhos: resolveremos a questão pelo 3º e pelo 4º métodos.

Resolução pelo 3º Método

Considerando as **premissas verdadeiras** e testando a **conclusão verdadeira**. Teremos:

- ✓ 2ª Premissa) $\sim r$ é verdade. Logo: **r é falsa!**
- ✓ 1ª Premissa) $(p \wedge q) \rightarrow r$ é verdade. Sabendo que **r é falsa**, concluímos que **$(p \wedge q)$** tem que ser também falsa. E quando uma *conjunção* (**e**) é falsa? Quando uma das premissas for falsa ou ambas forem falsas. Logo, não é possível determinarmos os valores lógicos de p e q . Apesar de inicialmente o 3º método se mostrar adequado, por meio do mesmo, não poderemos determinar se o argumento é ou não válido.

Resolução pelo 4º Método

Considerando a **conclusão falsa** e **premissas verdadeiras**. Teremos:

- ✓ Conclusão) $\sim p \vee \sim q$ é falso. Logo: **p é verdadeiro e q é verdadeiro!**

Agora, passamos a testar as premissas, que são consideradas verdadeiras! Teremos:

- ✓ 1ª Premissa) $(p \wedge q) \rightarrow r$ é verdade. Sabendo que **p** e **q** são **verdadeiros**, então a primeira parte da *condicional* acima também é verdadeira. Daí resta que a segunda parte não pode ser falsa. Logo: **r é verdadeiro**.
- ✓ 2ª Premissa) Sabendo que **r é verdadeiro**, teremos que **~r é falso**! Opa! A premissa deveria ser verdadeira, e não foi!

Neste caso, precisaríamos nos lembrar de que o teste, aqui no 4º método, é diferente do teste do 3º: **não havendo a existência simultânea da conclusão falsa e premissas verdadeiras**, teremos que o argumento é válido! Conclusão: **o argumento é válido**!

Nem poderia ser outro modo! Vimos, pois, que os distintos métodos, se aplicados da forma correta, não podem ter resultados diferentes. Já havíamos resolvido esse mesmo exercício usando o 2º método, e a conclusão foi a mesma: **argumento válido**!

Esgotamos todo o conteúdo da nossa disciplina no que diz respeito à Lógica Matemática. Só para relembrar os tópicos abordados foram: ***simbolização de sentenças da linguagem cotidiana; proposições simples e compostas; conectivos lógicos; tabelas-verdade; operações lógicas sobre proposições; tautologia, contradição e contingência; álgebra das proposições; argumentos e suas validades.*** Estes conteúdos são de fundamental importância, pois muitos destes conceitos nos acompanharão por toda a nossa disciplina, inclusive na parte de algoritmos. Por isso, é importante que vocês leiam e releiam tudo o que foi visto. Com calma, sem apereios! E não se esqueçam de resolver os exercícios. Para finalizar, segue uma charada.

CHARADA DE EINSTEIN

Dizem – não há prova disso – que o próprio Einstein bolou o enigma abaixo, em 1918, e que pouca gente, além dele, conseguiria resolvê-lo. Então, esta é a sua chance de se comparar à genialidade do mestre. Queime a cuca!

Numa rua há cinco casas de cinco cores diferentes e em cada uma mora uma pessoa de uma nacionalidade. Cada morador tem sua bebida, seu tipo de fruta e seu animal de estimação. A questão é: **quem é que tem um peixe?** Siga as dicas abaixo:

→ Sabe-se que o inglês vive na casa vermelha; o suíço tem cachorros; o dinamarquês bebe chá;

→ A casa verde fica a esquerda da casa branca; quem come goiaba cria pássaros; o dono da casa amarela prefere laranja;

→ O dono da casa verde bebe chá; o dono da casa do centro bebe leite; e o norueguês vive na primeira casa;

→ O homem que gosta de abacate vive ao lado do que tem gatos; o que cria cavalos vive ao lado do que come laranja; e o que adora abacaxi bebe cerveja;

→ O alemão só compra maçã; o norueguês vive ao lado da casa azul; e quem traz abacate da feira é vizinho do que bebe água.