Modus ponens, *modus tollens*, e respectivas falácias formais

Jerzy A. Brzozowski

28 de abril de 2011

O objetivo deste texto é apresentar duas formas válidas de argumentos – o *modus ponens* e o *modus tollens* – e duas falácias formais – a da *afirmação do consequente* e a da *negação do antecedente*. A primeira dessas falácias resulta de uma inversão envolvendo a segunda premissa e a conclusão de um argumento na forma *modus ponens*. Por sua vez, a falácia de negação do antecedente resulta desse mesmo erro em um argumento na forma *modus tollens*.

Para entender esses argumentos, é necessário entender como funciona um tipo de sentença que é o condicional.

1 Condicionais

A primeira premissa das quatro formas de argumento que veremos nesse texto é um **condicional**. Um condicional é uma frase do tipo:

Se P, então Q.

Na lógica formal, ela é escrita da seguinte forma:

$$P \rightarrow Q$$

A proposição P é chamada de **antecedente** do condicional, enquanto Q é o **consequente**.

2 *Modus ponens*

O *modus ponens* é uma forma válida de argumento. A primeira premissa de um argumento *modus ponens* é um condicional. Há uma **afirmação** do antecedente na segunda premissa, ou seja, afirma-se que o antecedente é **verdadeiro**. Disso, conclui-se que o consequente também é **verdadeiro**.

Eis um exemplo de argumento na forma *modus ponens*:

P_1 Se alguém desligar este interruptor, a lâmpada se apaga.

P_2 Eu desliguei este interruptor.

► A lâmpada se apagou.

E aqui está a forma geral dos argumentos *modus ponens*:

P_1 Se P, então Q.

P_2 P.

► Q.

P e Q representam proposições inteiras[1]. Elas são utilizadas para não dizermos "blá-blá-blá", mas poderíamos substituir essas letras sem-graça por expressões mais engraçadas:

P_1 Se trá-lá-lá, então tró-ló-ló.

P_2 Trá-lá-lá.

► Portanto, tró-ló-ló.

Entretanto, é mais econômico utilizar as letras para abreviar essas proposições. Para sermos rigorosos, podemos inclusive abreviar o condicional:

P_1 $P \rightarrow Q$

P_2 P

► Q

Essa é a forma que o argumento seria escrito na linguagem da lógica matemática, isto é, a lógica que substitui as expressões das línguas naturais (como o português) por símbolos.

3 *Modus tollens*

O *modus tollens* é outra forma válida. Eis um exemplo de argumento na forma *modus tollens*:

P_1 Se alguém desligar este interruptor, a lâmpada se apaga.

P_2 A lâmpada não se apagou.

► Eu não desliguei este interruptor.

E aqui está a forma geral dos argumentos *modus tollens*:

P_1 Se P, então Q.

P_2 Não Q.

► Não P.

Ou, na lógica simbólica:

P_1 $P \rightarrow Q$

P_2 $\neg Q$

► $\neg P$

No argumento por *modus tollens*, há uma **negação** do consequente na segunda premissa, ou seja, afirma-se que o consequente é **falso**. Disso, conclui-se que o antecedente também é falso.

[1] Os alunos matematicamente orientados devem ter percebido que essas letras são **variáveis**.

4 Falácia de afirmação do consequente

A falácia de afirmação do consequente é uma forma **inválida** de argumentação que é enganosamente semelhante ao *modus ponens*. Eis um exemplo de falácia da afirmação do consequente:

P_1 Se alguém desligar este interruptor, a lâmpada se apaga.

P_2 A lâmpada se apagou.

► Eu desliguei este interruptor.

Esse argumento é inválido porque desconsidera o fato de que a luz pode ter se apagado por alguma razão diferente (a lâmpada pode, por exemplo, ter queimado). Outro exemplo é aquele que já apareceu no texto sobre falácias informais:

P_1 Se Pelé for catarinense, Pelé é brasileiro.

P_2 Pelé é brasileiro.

► Portanto, Pelé é catarinense.

Mais uma vez, a conclusão não se segue das premissas porque Pelé pode ser brasileiro por algum outro motivo (por exemplo, por ter nascido em Minas Gerais, como de fato ocorreu).

De qualquer modo, a forma geral da falácia da afirmação do consequente é a seguinte:

P_1 Se P, então Q.

P_2 Q.

► P.

Note que esse argumento é praticamente igual ao *modus ponens*; a única diferença é que a segunda premissa e a conclusão estão em posições trocadas. Entretanto, essa diferença é suficiente para tornar este argumento **inválido**.

5 Falácia de negação do antecedente

A falácia de negação do antecedente é uma forma **inválida** de argumentação que é enganosamente semelhante ao *modus tollens*. Eis um exemplo de falácia da negação do antecedente:

P_1 Se alguém desligar este interruptor, a lâmpada se apaga.

P_2 Eu não desliguei este interruptor.

► A lâmpada não se apagou.

Esse argumento é inválido pela mesma razão do argumento que apresentamos na falácia de afirmação do consequente: ele desconsidera o fato de que a luz pode ter se apagado por alguma razão diferente.

É possível formular outro exemplo de falácia de negação do antecedente com a ajuda, mais uma vez, de nosso amigo Pelé:

P_1 Se Pelé for catarinense, Pelé é brasileiro.

P_2 Pelé não é catarinense.

► Portanto, Pelé não é brasileiro.

E, analogamente, a conclusão não se segue das premissas porque Pelé pode ser brasileiro por algum outro motivo (sendo mineiro, como o Rei de fato é).

De qualquer modo, a forma geral da falácia da negação do antecedente é a seguinte:

P_1 Se P, então Q.

P_2 Não P.

► Não Q.

Por sua vez, esse argumento é praticamente igual ao *modus tollens*; a única diferença é, novamente, que a segunda premissa e a conclusão estão em posições trocadas.

6 Tabela de verdade e demonstrações

6.1 Tabela de verdade do condicional

O condicional obedece à seguinte **tabela de verdade**:

	P	Q	$P \to Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

As primeiras duas colunas representam todas as combinações possíveis de verdade e falsidade para o antecedente e o consequente. A terceira coluna representa a verdade ou falsidade do condicional como um todo em cada situação. As linhas foram numeradas para poderem ser referenciadas no texto.

6.2 Demonstração da validade do *modus ponens* utilizando a tabela de verdade

Modus ponens:

P_1 Se P, então Q.

P_2 P.

► Q.

Para comprovar a validade do *modus ponens*, devemos procurar uma linha na tabela de verdade na qual as premissas sejam ambas verdadeiras. Quer dizer, devemos olhar para a(s) linha(s) na(s) qual(is) P e $P \to Q$ (as premissas) são ambas verdadeiras. No caso, há uma única linha assim: a linha 1. E, nessa linha a conclusão (Q) é verdadeira. Com isso, está demonstrado que não há possibilidade de que as premissas sejam ambas verdadeiras e, ao mesmo tempo, a conclusão seja falsa. Por isso, o argumento é válido.

6.3 Demonstração de validade do *modus tollens* utilizando a tabela de verdade

Modus tollens:

P_1 Se P, então Q.

P_2 Não Q.

► Não P.

Para comprovar a validade do *modus tollens*, devemos procurar uma linha na tabela de verdade na qual as premissas sejam ambas verdadeiras. Quer dizer, devemos olhar para a(s) linha(s) na(s) qual(is) $P \to Q$ seja **verdadeira** e Q seja **falsa**. Afinal, a segunda premissa, "Não Q", nos diz que Q é falsa. Só há uma linha assim na tabela 1 (a linha 4), e nessa linha P também é falsa. Se P é falsa, isso significa que a conclusão do nosso argumento, "Não P", é **verdadeira**. Portanto, o argumento é **válido**, pois não há circunstância na qual as premissas sejam verdadeiras e a conclusão seja falsa.

6.4 Demonstração de que a afirmação do consequente é inválida

Afirmação do consequente:

P_1 Se P, então Q.

P_2 Q.

► P.

Devemos procurar, na tabela de verdade do condicional, a(s) linha(s) na(s) qual(is) as premissãs são verdadeiras. Isto é, temos que procurar a(s) linha(s) na(s) qual(is) Q e $P \to Q$ são ambas **verdadeiras**. Há duas linhas nas quais isso ocorre: as linhas 1 e 3. Porém, na linha 3, a conclusão (P) é **falsa**. Isso indica que há uma possibilidade de as premissas serem verdadeiras e a conclusão, falsa; portanto, o argumento é inválido.

6.5 Demonstração de que a negação do antecedente é inválida

Negação do antecedente:

P_1 Se P, então Q.

P_2 Não P.

► Não Q.

Devemos procurar, na tabela de verdade do condicional, a(s) linha(s) na(s) qual(is) as premissas são verdadeiras. Isto é, temos que procurar a(s) linha(s) na(s) qual(is) P é **falsa** e $P \to Q$ é **verdadeira**. Há duas linhas assim (linha 3 e linha 4) e, em uma delas, a conclusão, "Não Q", é **falsa** (linha 3). Pelo fato de que há essa possibilidade de as premissas serem verdadeiras e a conclusão falsa, o argumento é inválido.