

# SISTEMA INTELIGENTE PARA PREDIÇÃO DO COMPRIMENTO DE ELETRODOS EM UM FORNO ELÉTRICO A ARCO SUBMERSO

BERNARDO PENNA RESENDE DE CARVALHO\*, DANIEL HENRIQUE DOMINGUETE CARVALHO\*, ALÉXIS P. YOVANOVIC\*

\*Arte & Byte Sistemas Ltda.

*Ottimah Process Improvements - [www.ottimah.com](http://www.ottimah.com)*

*Rua Padre Marinho, 37/13 Santa Efigênia.*

*CEP 30140-040 - Belo Horizonte - MG - Brasil.*

*Fone/Fax: (31) 3241-6295 / (31) 9235-0238*

Emails: [bernardo.penna@ottimah.com](mailto:bernardo.penna@ottimah.com), [daniel.dominguete@ottimah.com](mailto:daniel.dominguete@ottimah.com),  
[aléxis.yovanovic@ottimah.com](mailto:aléxis.yovanovic@ottimah.com)

**Abstract**— This work presents a support decision intelligent system to estimate the three electrode lengths of an electric arc furnace, used for calcium carbide production. First of all, the most relevant variables were selected, by means of statistic analysis, in order to be used as inputs for the intelligent system. All inputs were filtered to remove noise and invalid information. It was used an artificial intelligence technique based on kernel functions, called Least Squares Support Vector Machine (LS-SVM), to model the behaviour of the real process, using only the inputs selected before. The developed intelligent system got an accuracy higher than 70 % in the prediction of the three electrode lengths, with a hit been considered when there is a difference lower than 15 centimeters between the prediction and the real value. The proposed system is capable to estimate each electrode length during the time, decreasing the frequency that the furnace has to be opened, increasing its productivity. Besides this fact, it does not need to use any external electrical circuit to the plant in order to eval its predictions, like other existent systems do.

**Keywords**— decision support intelligent system, electric arc furnace, LS-SVM.

**Resumo**— Este trabalho apresenta um sistema inteligente de suporte à decisão para a estimativa do comprimento de três eletrodos em um forno elétrico a arco submerso, utilizado para a produção de carbureto de cálcio. Inicialmente foram selecionadas, por meio de análises estatísticas, as variáveis mais adequadas para serem utilizadas como entradas do sistema inteligente. Todas as entradas foram filtradas para a remoção de ruídos e registros inválidos. Foi empregada uma técnica de inteligência artificial baseada em funções de kernel, chamada Least Squares Support Vector Machine (LS-SVM), para modelar o comportamento do processo real, utilizando apenas as entradas selecionadas anteriormente. O sistema inteligente desenvolvido obteve acerto superior a 70 % na predição do comprimento de cada um dos três eletrodos do forno elétrico, considerando um acerto equivalente a uma diferença inferior a 15 centímetros entre a predição e o valor real. O sistema proposto é capaz de estimar o comprimento de cada eletrodo ao longo do tempo, diminuindo a frequência de abertura do forno para esta verificação, de modo a aumentar sua produtividade. Além disso, ele não necessita da introdução de nenhum circuito elétrico externo à planta para que realize suas predições, como outros sistemas existentes.

**Keywords**— sistema inteligente de suporte à decisão, forno elétrico a arco submerso, LS-SVM.

## 1 Introdução

O processo de produção de carbureto de cálcio ( $CaC_2$ ) é realizado em um forno elétrico a arco submerso, a partir da fusão das matérias-primas utilizadas como entrada no processo, como o carvão vegetal, coque de petróleo, calcário, entre outros (Beaty, 2000).

Os três eletrodos do forno são responsáveis pela transmissão da energia para a fusão das matérias-primas utilizadas na formação do carbureto de cálcio. O comprimento de cada eletrodo é medido a cada dois ou três dias, o que é bastante oneroso ao processo uma vez que é necessária a abertura do forno para tal tarefa.

Existem sistemas preditores de comprimento de eletrodos que utilizam as variáveis elétricas, por meio de um circuito paralelo que é instalado na planta (Dosa et al., 1996).

Estes sistemas fazem uso da razão tensão/corrente de cada eletrodo, que corresponde

a sua impedância. Por meio da relação entre a impedância do eletrodo e a posição de cada altímetro, os circuitos externos instalados são capazes de detectar variações no comprimento dos eletrodos (Boulet et al., 1997).

Com o intuito de diminuir a frequência de abertura do forno elétrico para a verificação do comprimento dos eletrodos, e ao mesmo tempo não ser necessária a instalação de um circuito elétrico externo na planta como ocorre em Dosa et al. (1996), foi desenvolvido um sistema inteligente capaz de prever estes comprimentos a partir unicamente dos dados de processo disponíveis.

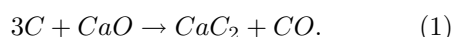
O Sistema Inteligente de Suporte à Decisão (SISD) que será apresentado a seguir foi criado por meio do framework do *Ottimah Process Improvements*, um ambiente integrado de desenvolvimento da Arte & Byte Sistemas, que provê diversas ferramentas de inteligência artificial e análise de dados para otimização de processos industriais.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na próxima seção será apresentado o funcionamento básico de um forno elétrico a arco submerso. Na Seção 3, apresentaremos as principais vantagens de um sistema inteligente de suporte à decisão. Na Seção 4, será descrito o desenvolvimento do sistema proposto. Na penúltima seção, os resultados obtidos com o novo sistema serão discutidos. Por fim, na última seção serão apresentadas as conclusões deste trabalho.

## 2 O forno elétrico a arco submerso

Para produzir carbureto de cálcio, o calcário deve ser inicialmente levado a um secador, eliminando-se parte da umidade presente. Posteriormente, este material é levado ao forno elétrico a arco submerso, onde são acrescentados carvão vegetal, coque de petróleo e alguns finos (Beaty, 2000).

O carbureto de cálcio é produzido num processo contínuo pela reação do carvão e coque com a cal viva a uma temperatura de 2500 graus centígrados, no forno elétrico, que obedece à equação



Os gases obtidos neste processo são reaproveitados na fase de secagem do calcário, citada anteriormente. O forno elétrico provê um controle adequado da composição química e da temperatura dos componentes utilizados. Ele possui três eletrodos, que são gastos durante seu processo de funcionamento para a produção do carbureto de cálcio, como indica a Figura 1.

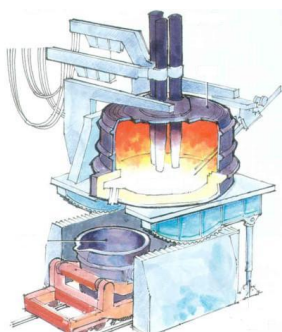


Figura 1: Forno elétrico a arco submerso.

As principais aplicações do carbureto de cálcio são (Kenan, 1939)

- geração de acetileno, que é amplamente aplicado em processos de aquecimento, solda, corte de metais, catalizador enzimático e produção de resinas como PVC, PVA, etc;
- dessulfuração do aço, em fornos-panela, permitindo o uso de sucatas menos nobres e de baixo custo;
- desoxidação de escórias e carburante, propiciando a redução do consumo de refratários, o

aumento da recuperação de metais da escória, a redução da formação de inclusões metálicas e do consumo de energia, além de reduzir o nível de ruído no forno panela.

A Tabela 1 apresenta os nomes das principais variáveis do processo realizado no forno elétrico, que podem ser usadas para descrever seu comportamento.

## 3 Sistema inteligente de suporte a decisão

Um Sistema Inteligente de Suporte à Decisão (SISD) é uma ferramenta de auxílio ao operador em sua tomada de decisões. Um SISD pode ser integrado ao supervisório de uma planta industrial, fornecendo ao operador informações extras do comportamento da planta, bem como sugestões de atuação. A Figura 2 apresenta o fluxo de informação em uma arquitetura de automação, quando utilizado um SISD.

As principais vantagens da utilização de um SISD são

- proporcionar ao operador maiores informações sobre o comportamento presente e futuro da planta, auxiliando-o em suas tomadas de decisões;
- possibilitar a identificação de falhas ou condições anormais de operação;
- definir *set points* otimizados segundo condições atuais e futuras da planta obtidas pela modelagem com sistemas inteligentes, reduzindo desta forma o custo com matéria-prima ou mesmo promovendo uma economia significativa de energia elétrica.

Tabela 1: Principais variáveis do processo.

Descrição	Unidade
Comprimento do eletrodo	<i>mt</i>
Quant. material produzido	<i>ton</i>
Pot. ativa média no forno	<i>Kw</i>
Consumo de energia	<i>kWh/kgCaC2</i>
Qualidade do produto final	<i>ltC2H2/kgCaC2</i>
Cal granulada	<i>Kg</i>
Carvão vegetal granulado	<i>Kg</i>
Coque granulado	<i>Kg</i>
Finos de carvão vegetal	<i>Kg</i>
Finos de cal	<i>Kg</i>
Tensão média no forno	<i>V</i>
Corrente média no forno	<i>KA</i>
Posição do altímetro	<i>mm</i>
Taxa de desliz. do altímetro	<i>KAh/REB</i>
Resistência operacional	<i>Re</i>

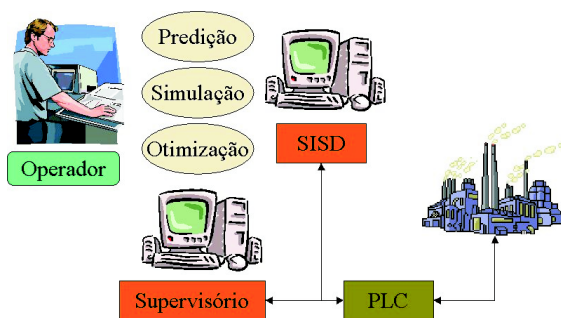


Figura 2: Fluxo de informação na automação quando é utilizado um SISD.

## 4 Desenvolvimento do sistema inteligente

A fase inicial do desenvolvimento do sistema inteligente é a aplicação de filtros para se obter as variáveis mais adequadas a serem utilizadas como entrada do sistema inteligente. O processo de filtragem é muito importante para a obtenção exclusivamente de dados válidos, evitando o uso de registros ruidosos, que podem ser atribuídos a condições de parada da planta, leituras impróprias ou até erros de instrumentação.

### 4.1 Análises e filtros aplicados aos dados originais do processo

Foram disponibilizadas aproximadamente 200 amostras relativas aos comprimentos de cada um dos eletrodos do forno. O número de amostras para cada variável de entrada está relacionado ao período de amostragem das mesmas, que varia de 15 minutos a 24 horas.

Utilizando-se ferramentas para cálculo de correlações, medidas estatísticas e técnicas de seleção de características foram selecionadas as variáveis mais relevantes para serem usadas como entradas do sistema inteligente (John et al., 1994).

As variáveis que foram selecionadas por estas técnicas são apresentadas na Tabela 2. Elas podem ser divididas em dois grupos: elétricas e físicas. O primeiro grupo é constituído pelos valores de tensão e corrente elétricas que variam praticamente de modo instantâneo. Já o segundo, no qual estão a posição e a taxa de deslizamento do altímetro de cada eletrodo, além da resistência operacional, variam mais lentamente.

Tabela 2: Variáveis selecionadas para entrada do sistema inteligente.

Variáveis elétricas:
Tensão elétrica.
Corrente elétrica.
Variáveis físicas:
Posição do altímetro.
Deslizamento do altímetro.
Resistência operacional.

Após a seleção das variáveis, um processamento inicial de filtragem foi aplicado para eliminar dados inconsistentes, que prejudicam o aprendizado do sistema inteligente que será utilizado para a predição.

Estes filtros são aplicados da seguinte maneira, para cada variável de entrada:

1. A média  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  são obtidos.
2. O limite inferior é calculado, como sendo  $lim_{INFERIOR} = \mu - 3.5 * \sigma$ .
3. O limite superior é calculado, como sendo  $lim_{SUPERIOR} = \mu + 3.5 * \sigma$ .
4. Todos os valores da variável abaixo de  $lim_{INFERIOR}$  ou acima de  $lim_{SUPERIOR}$  são eliminados.

Uma vez retirados os valores extremos de cada variável de entrada, faz-se necessária a obtenção dos registros no instante de tempo em que influenciam as variáveis de saída, processo que foi denominado sincronização das variáveis.

A sincronização das variáveis é realizada da seguinte forma:

1. São escolhidos atrasos mínimos e máximos para cada variável de entrada, 0,5 e 5 horas, respectivamente. Estes atrasos correspondem ao tempo que as variáveis gastam para afetar os comprimentos de cada eletrodo.
2. Para cada registro (ou medição) de saída, são obtidos os valores das variáveis de entrada que estejam entre os limites de atraso mínimo e máximo estabelecidos.
3. Dentre os valores que se encontram dentro dos limites:
  - para as variáveis físicas, a primeira medição é utilizada.
  - para as variáveis elétricas, são utilizadas a média das 3 últimas medições, desde que a variação entre a maior e a menor não ultrapasse 30%. Caso esta variação exceda o limite, é um indicativo de falta de precisão da informação, devendo ser considerado inválido o registro.
4. No final do processo, apenas os registros válidos são mantidos.

Após este processo, o número de amostras disponíveis para o processo de modelagem foi reduzido de 200 para aproximadamente 60. Observa-se que os valores processados possuem um comportamento mais adequado, com limites bem estabelecidos, necessários para um bom resultado de qualquer sistema inteligente.

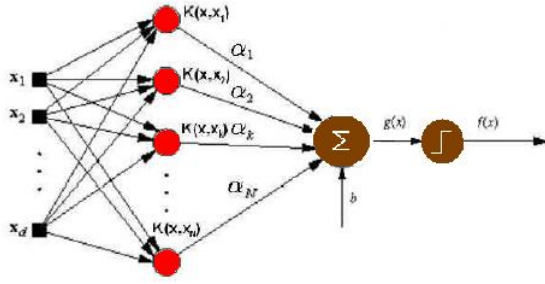


Figura 3: Estrutura de uma LS-SVM.

#### 4.2 LS-SVM para predição dos dados filtrados

Least Squares Support Vector Machines (LS-SVMs) foram desenvolvidas em Suykens and Vandewalle (1999) como uma alternativa para a modelagem empírica de processos complexos. Elas podem ser empregadas na resolução de diversos problemas, como bioinformática (Carvalho and Braga, 2005), processos industriais (Suykens et al., 2001; Carvalho and Braga, 2004), entre outros.

As LS-SVMs são estruturalmente similares às redes neurais artificiais (Figura 3), possuindo entretanto algumas diferenças em seu processo de aquisição de conhecimento. Elas realizam um mapeamento dos dados de entrada durante o processo de aprendizagem, pela utilização das funções de kernel (Vapnik, 1995). As funções de kernel são responsáveis por modificar a representação interna dos dados, facilitando a aprendizagem do sistema inteligente, como ilustrado na Figura 4.

O conjunto de treinamento pode ser representado por  $(x_i, y_i)_{i=1}^N$ , com dados de entrada  $x_i \in \mathbb{R}^n$  e saída real correspondente  $y_i \in \mathbb{R}$ . O processo de treinamento consiste na obtenção de valores para os pesos  $\omega$  e para o termo de polarização  $b$  de forma a minimizar uma função de custo  $J(\omega, e)$ .

O problema primal da LS-SVM é

$$\min_{\omega, b, e} J(\omega, e) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (2)$$

sujeito a

$$y_i [\omega^T \varphi(x_i) + b] = 1 - e_i, \quad i = 1, \dots, N$$

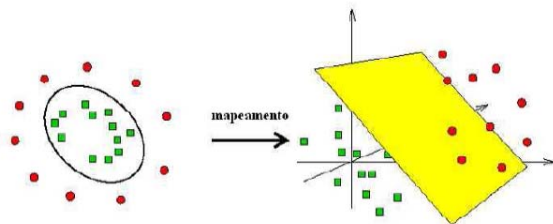


Figura 4: Mapeamento dos dados efetuado pela função de kernel nas LS-SVMs.

onde  $\gamma$  é um parâmetro que controla o equilíbrio entre a variável de folga e a norma do vetor de pesos.

Através da aplicação do Lagrangeano, é obtida a expressão dual (Luenberger, 1973)

$$L(\omega, b, e; \alpha) = J(\omega, e) - \sum_{i=1}^N \alpha_i \{ [\omega^T \varphi(x_i) + b] - 1 + e_i \} \quad (3)$$

onde  $\alpha_i$  é o multiplicador de Lagrange correspondente ao padrão de entrada  $i$ .

Pelas condições de otimalidade, o sistema linear KKT (Karush-Kuhn-Tucker) obtido é

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \rightarrow \omega = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i \varphi(x_i) \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \rightarrow e_i = \frac{\alpha_i}{\gamma}, \quad i = 1, \dots, N \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow [\omega^T \varphi(x_i) + b] - 1 + e_i = 0. \end{cases} \quad (4)$$

O sistema linear (4) pode ser representado matricialmente como

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & -Z^T \\ 0 & 0 & 0 & -Y^T \\ 0 & 0 & \gamma I & -I \\ Z & Y & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ b \\ e \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vec{1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde

$$I = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad \vec{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1) & \dots & \varphi_N(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(x_N) & \dots & \varphi_N(x_N) \end{bmatrix}$$

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_N \end{bmatrix} \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix} \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix}$$

Substituindo a primeira e a terceira expressões de (4) na última, são obtidas as equações

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \\ \alpha \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\varphi(x_i)^T \varphi(x_j) + \frac{1}{\gamma}) + b = y, \end{cases} \quad (6)$$

que podem ser escritas na forma matricial

$$\begin{bmatrix} 0 & -\vec{1}^T \\ \vec{1} & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (7)$$

com

$$H = ZZ^T + \frac{I}{\gamma}.$$

A função de kernel  $K(x, x_i) = \varphi(x)^T \varphi(x_i)$  está inserida na matriz  $H$  por meio do termo  $ZZ^T$  em (7). Na Tabela 3 se encontram as principais funções utilizadas como kernel.

Tabela 3: Principais funções de kernel usadas.

Kernel:	Expressão:
Linear	$x_i^T x_j$
Radial Basis Function	$e^{-\ x_i - x_j\ ^2 / 2\sigma^2}$
Polinomial	$(x_i^T x_j + a)^b$
Sigmóide	$\tanh(\beta_0 x_i^T x_j + \beta_1)$

A solução do sistema de equações lineares (7) é a mesma do problema primal (2). O primeiro elemento do vetor solução de (7) consiste no termo de polarização. Os demais elementos correspondem aos multiplicadores de Lagrange associados aos vetores de treinamento.

A saída obtida pela LS-SVM é da forma

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(x, x_i) + b \quad (8)$$

que é simplesmente a aplicação da função de kernel aos novos dados de entrada e submetidos a um somatório.

## 5 Resultados e discussões

Os parâmetros de um sistema inteligente são definidos durante seu treinamento, no qual ele é exposto a um conjunto de entradas associado a saídas previamente conhecidas. Através da análise da resposta dada pelo sistema a este conjunto de dados, são feitas correções de seus parâmetros até se atingir um erro de predição mínimo.

### 5.1 Metodologia empregada nos experimentos

Generalização é a capacidade de se obter respostas coerentes para conjuntos de amostras inéditas, ou seja, não apresentadas ao sistema inteligente durante a fase de treinamento.

Para verificar se o sistema inteligente desenvolvido possui uma capacidade de generalização adequada, o conjunto de dados foi dividido em dois grupos: conjunto de aprendizagem e de teste, com 40 e 20 amostras, respectivamente.

Para cada um dos eletrodos do forno elétrico, foi criado um conjunto de aprendizagem, que foi empregado na fase de treinamento. Uma vez que o sistema inteligente para cada eletrodo foi treinado, o sistema pode ser utilizado para prever os valores de seus comprimentos no conjunto de teste.

### 5.2 Discussão dos resultados experimentais

Nas Figuras 5 a 7 são apresentados os valores reais do comprimento de cada eletrodo, juntamente com as saídas obtidas por cada sistema inteligente, no conjunto de teste. Os resultados similares entre os três eletrodos podem ser justificados pelo fato deles estarem dispostos de modo

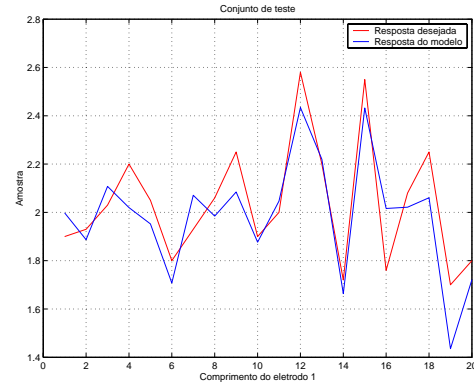


Figura 5: Predição do comprimento do eletrodo 1.

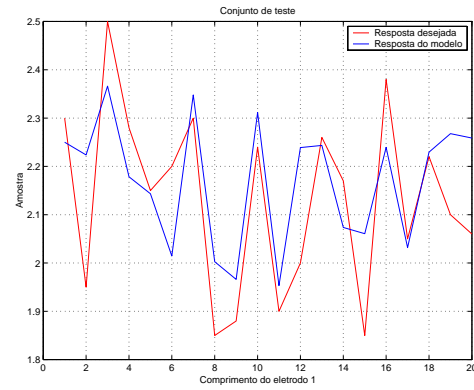


Figura 6: Predição do comprimento do eletrodo 2.

equidistante entre si, no forno elétrico, além de possuírem características semelhantes.

Como o sistema inteligente é gerado a partir de dados amostrados, é importante salientar que sua resposta pode se degradar caso as variáveis de entrada possuam valores fora da faixa de condição de operação normal da planta, o que também ocorre em outros sistemas (Dosa et al., 1996).

Considerando um acerto equivalente a uma diferença inferior a 15 centímetros entre a predição e o valor real do comprimento do eletrodo, o sistema inteligente desenvolvido obteve porcentagem de acerto de 75 % na predição do comprimento dos eletrodos 1 e 3, e de 70 % para o segundo.

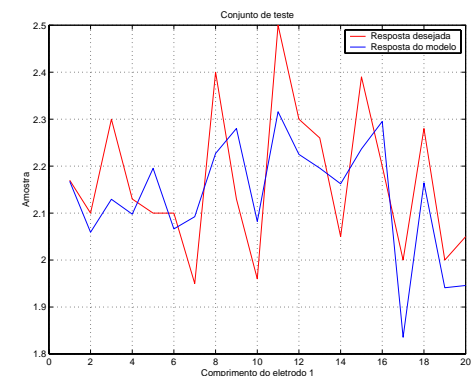


Figura 7: Predição do comprimento do eletrodo 3.

Tabela 4: Resultados para o eletrodo 1.

Característica	Valor
Erro médio absoluto (MAE)	0,111 (mt)
Coef. correlação	0,868
Porcent. de acerto	75(%)

Tabela 5: Resultados para o eletrodo 2.

Característica	Valor
Erro médio absoluto (MAE)	0,113 (mt)
Coef. correlação	0,683
Porcent. de acerto	70(%)

Além da porcentagem de acerto, pode-se verificar ainda pelas Tabelas 4 a 6 que o erro médio absoluto obtido para cada eletrodo, dado por

$$MAE = \sum_{i=1}^N |desejado_i - obtido_i|, \quad (9)$$

apresentou valores entre 10 e 11 centímetros.

O coeficiente de correlação linear para o conjunto de teste de cada eletrodo indicou um resultado melhor para o eletrodo 1, superior quase 0,2 em relação aos demais. Esta correlação pode ser observada também pela Figura 5.

Os resultados dos experimentos realizados com o sistema inteligente proposto não podem ser diretamente comparados com Boulet et al. (1997), uma vez que este trabalho não apresenta previsões de comprimentos reais. Porém deve-se ressaltar a vantagem do sistema aqui apresentado, pelo fato de não ser necessária a introdução de um circuito externo à planta do processo.

## 6 Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um sistema inteligente de suporte à decisão (SISD) com o objetivo de estimar o comprimento de três eletrodos em um forno elétrico a arco submerso, utilizado para a produção de carbureto de cálcio. Ele tem o objetivo de diminuir a frequência de abertura do forno para a verificação do comprimento dos eletrodos, economizando tempo e energia neste processo industrial.

A principal vantagem deste sistema, quando comparado a outros já existentes, é o fato dele não necessitar da introdução de dispositivos elétricos externos à planta, uma vez que ele utiliza em seu funcionamento informações oriundas unicamente dos dados de processo disponíveis.

Após as variáveis disponíveis serem filtradas de modo a representar corretamente o funcionamento do processo industrial, o sistema usa Least Squares Support Vector Machines (LS-SVMs) para modelar o comportamento da produção de carbureto de cálcio.

Tabela 6: Resultados para o eletrodo 3.

Característica	Valor
Erro médio absoluto (MAE)	0,104 (mt)
Coef. correlação	0,684
Porcent. de acerto	75(%)

O sistema inteligente desenvolvido obteve porcentagem de acerto superior a 70 % na previsão do comprimento dos três eletrodos do forno elétrico, possibilitando uma economia de energia elétrica e um aumento significativo de produtividade, uma vez que a frequência de abertura do forno pode ser reduzida com sua utilização.

## Referências

- Beatty, H. W. (2000). *Standard Handbook for Electrical Engineers*, McGraw-Hill.
- Boulet, B., Vaculik, V. and Wong, G. (1997). Control of non-ferrous electric arc furnaces.
- Carvalho, B. P. R. and Braga, A. P. (2004). Estratégias neurais para treinamento de *Least Squares Support Vector Machines*, VIII Simposio Brasileiro de Redes Neurais (SBRN 2004), São Luis, MA.
- Carvalho, B. P. R. and Braga, A. P. (2005). Novas estratégias para treinamento de *Least Squares Support Vector Machines*, V Encontro Nacional de Inteligência Artificial (ENIA 2005), São Leopoldo, RS.
- Dosa, G., Kepes, A., Ma, T. and Fantin, P. (1996). Computer control of high-power electric furnaces.
- John, G. H., Kohavi, R. and Pflieger, K. (1994). Irrelevant features and the subset selection problem, *International Conference on Machine Learning*, pp. 121–129.
- Kenan, W. R. (1939). Discovery and identification of calcium carbide in the united states.
- Luenberger, D. G. (1973). *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*, Addison Wesley.
- Suykens, J. A. K. and Vandewalle, J. (1999). Least squares support vector machine classifiers, *Neural Processing Letters* 9(3): 293–300.
- Suykens, J., Vandewalle, J. and Moor, B. D. (2001). Optimal control by least squares support vector machines, *Neural Networks* 14(1): 23–35.
- Vapnik, V. (1995). The nature of statistical learning theory.