

Algorithmic Game Theory

Daniele Avolio

A.A. 2023/2024

Contents

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Introduzione | 3 |
| 2 | Cos'è la Game Theory — Teoria dei giochi | 4 |
| 2.1 | E cosa significa Algorithmic Game Theory? | 4 |
| 2.2 | Coalition Games | 4 |
| 2.3 | Non-Cooperative Games | 5 |
| 2.4 | Tree Decomposition | 5 |
| 2.5 | Computational Social Choice | 5 |
| 2.6 | Mechanism Design | 6 |
| 2.7 | Fair Division of Indivisible Goods | 6 |
| 2.8 | Cake Cutting | 6 |

■ 1 Introduzione

Appunti

■ 2 Cos'è la Game Theory — Teoria dei giochi

La **teoria dei giochi** è una disciplina che studia il comportamento decisionale multi-persona, usato per fare predizioni su come **agenti razionali multipli** interagiscono o si comportano in situazioni di *cooperazione* o in situazione di *conflitto*.

Alcune definizioni di termini:

- **Conflitto:** le azioni dei giocatori hanno effetto sugli Algorithmic
- **Cooperazione:** I giocatori possono collaborare per raggiungere un obiettivo
- **Comportamento razionale:** I giocatori vogliono massimizzare la loro *utilità attesa* — *expected utility*
- **Predizione:** Il nostro obiettivo è sapere cosa faranno i giocatori, utilizzando *solution concepts* - *concetti di soluzione*

■ 2.1 E cosa significa Algorithmic Game Theory?

Possiamo dire che algorithmic game theory è un punto d'incontro tra **game theory** e **algorithm design** che punta a *progettare algoritmi che permettono delle strategie in specifici ambienti*.

■ 2.2 Coalition Games

La **coalition game theory** è una branca della game theory che studia le interazioni tra gruppi di giocatori, che **collaborano** per *raggiungere un obiettivo comune*.

Nota - Shapley Values: Il concetto di **Shapley Values** è un concetto che permette di *spiegare*, circa, come un algoritmo di **machine learning** ha preso una decisione. Ad esempio, mostra le *feature* che hanno avuto un impatto maggiore nella decisione finale della predizione. In pratica mostra i vari *Join* — *Coalizioni* di features.

Quali sono le domande più importanti in questa sezione?

- Quale coalizione è più probabile che venga formata?
- In che modo i giocatori devono dividere il premio? (*Payoff*)

2.3 Non-Cooperative Games

In questo tipo di giochi, i giocatori **non hanno coalizioni** o comunque non ne hanno bisogno.

Alcuni giochi che fanno parte di questa categoria:

- Scacchi
- Sasso-Carta-Forbice
- *Il dilemma del prigioniero*

| Giocatore 2 | Giocatore 1 | |
|-------------|-------------|----------|
| | Collabora | Tradisci |
| Collabora | (-1,-1) | (-5,0) |
| Tradisci | (0,-5) | (-3,-3) |

Figure 1: Esempio di dilemma del prigioniero

In questo gioco, la **strategia** migliore per il singolo è quella di **tradire** l'altro giocatore, in quanto è quella che massimizza la sua utilità, precisamente andrebbe a **perdere 0 punti**, mentre l'altro giocatore ne perderebbe 5.

2.4 Tree Decomposition

Alcuni problemi sui grafi hanno una complessità di **NP-HARD** su dei grafi arbitrari, e hanno bisogno di alcune soluzioni che avranno implementazioni complesse e **programmazione dinamica**.

2.5 Computational Social Choice

Questa sezione parla di computazione di risultati risultanti da **regole di voto** — **voting rules** e quali problemi ci possono essere nel rappresentare le preferenze dei giocatori.

| | Verdetto | | |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| | Evidenza1 | Evidenza2 | Colpevole |
| Giudice1 | 1 | 0 | Innocente |
| Giudice2 | 0 | 1 | Innocente |
| Giudice3 | 1 | 1 | Colpevole |

Figure 2: Esempio di votazione

Maggiore è il numero di persone che votano, maggiore è la probabilità che il risultato sia corretto.

■ 2.6 Mechanism Design

E' un tipo di **reverse game theory**. Invece di analizzare come i giocatori si comportano in un gioco, lo scopo del *mechanism design* è quello di **creare un gioco** per portare i giocatori a ***comportarsi in un modo specifico*** che *vogliamo noi*. Un esempio molto semplice è il *maccanismo di asta di Ebay*. Altro esempio è quello dei *carrelli dei supermercati*. Il fatto di dover utilizzare una moneta per utilizzare il carrello **porta la persona** a dover riportare il carrello nello stesso posto, invece di lasciarlo in un luogo qualsiasi del supermercato.

■ 2.7 Fair Division of Indivisible Goods

In questa sezione si parla di come dividere delle risorse in modo **fair** tra i giocatori. Ok?

■ 2.8 Cake Cutting

In questa sezione si parla di come dividere dei **beni continui** in base alle *preferenze dei giocatori*.

1. Fairness
2. Proportionality
3. Envy-freeness