



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

Dipartimento  
di Fisica  
e Astronomia  
*"Ettore Majorana"*



CORSO DI LAUREA IN FISICA

---

DANIELE DI PRIMA

MAGNETISMO NELLA MATERIA

---

ANNO ACCADEMICO 2022-2023



# Prefazione

I seguenti appunti sono una trascrizione delle lezioni tenute dal prof. Lombardo nell'a.a. 2022/2023 sul magnetismo nella materia.

Nell'istante in cui state leggendo questi appunti essi sono una fedele trascrizione delle lezioni per cui potrebbero esserci frasi prive di senso compiuto o poco chiare. Per correzioni o suggerimenti scrivete a

danielediprima17@gmail.com

È intenzione dell'autore integrare questi appunti con altre informazioni che potrebbero essere utili per la comprensione dell'argomento tratte dai testi in bibliografia.



# Indice

<b>Prefazione</b>	<b>i</b>
<b>1 Magnetismo nella materia</b>	<b>1</b>
1.1 Descrizione qualitativa del magnetismo nella materia . . . . .	1
1.1.1 Materiali diamagnetici . . . . .	2
1.1.2 Materiali paramagnetici . . . . .	2
1.1.3 Materiali ferromagnetici . . . . .	3
1.2 Poli magnetici . . . . .	4
1.2.1 Dipoli magnetici . . . . .	5
1.3 Magnetizzazione . . . . .	5
1.4 Poli magnetici e correnti . . . . .	6
1.5 La rottura della simmetria . . . . .	8
1.6 Legge di Hopkinson nell'anello di Rowland . . . . .	8
1.6.1 Traferri . . . . .	10
1.6.2 Legge di Hopkinson in generale . . . . .	11
1.7 Campo smagnetizzante . . . . .	11
1.8 Discontinuità del campo magnetico . . . . .	12
1.9 Isteresi magnetica . . . . .	13
1.10 Qual è il vettore fondamentale? . . . . .	14



# Magnetismo nella materia

## 1.1 Descrizione qualitativa del magnetismo nella materia

Consideriamo una struttura toroidale immaginaria, per adesso vuota, su cui è avvolto un filo a formare un solenoide e supponiamo che esso sia collegato a un generatore di forza elettromotrice  $\varepsilon$  e dotiamo tale circuito - noto come anello di Rowland - di un tasto  $T$ . Chiudendo il circuito all'interno del toro si genera un campo magnetico avente linee di forza tangenti alle circonferenze "generatrici" del toro stesso. Supponiamo adesso di avvolgere attorno a una parte del toro una bobina secondaria; variando la corrente che circola nel circuito (basta aprire e chiudere il circuito mediante il tasto  $T$ ) si genera una forza elettromotrice indotta nella bobina secondaria. Collegando tale bobina ad un galvanometro balistico è possibile misurare la quantità di carica che attraversa il circuito e da ciò, mediante la legge di Felici è possibile misurare il campo di induzione magnetica  $\vec{B}_0$  generato dal circuito principale.



**Figura 1.1:** Anello di Rowland con circuito principale e secondario.

Supponiamo adesso che la struttura toroidale sia riempita con un materiale generico; ripetendo la stessa esperienza misuriamo i campi magnetici  $\vec{B}$  che otteniamo, diversi da  $\vec{B}_0$  in caso di risposta magnetica da parte del materiale. Si possono presentare tre casi:

- $B$  è poco più piccolo di  $B_0$ .
- $B$  è poco più grande di  $B_0$ ;
- $B$  è molto più grande di  $B_0$ ;

Per tutti i 3 casi si può stabilire una relazione del tipo

$$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0.$$

Nei primi due casi,  $\mu_r$  è una costante che dipende dal materiale:

- $\mu_r$  poco più piccolo di 1; in questo caso il materiale si dice *diamagnetico*. (Alluminio)
- $\mu_r$  poco più grande di 1; in questo caso il materiale si dice *paramagnetico*. (Ossigeno molecolare)

Nel terzo invece si ha  $\mu_r = \mu_r(B_0)$  molto più grande di 1; in questo caso il materiale si dice *ferromagnetico*. Esempi tipici di materiali ferromagnetici sono ferro e sue leghe, cobalto e sue leghe...

### 1.1.1 Materiali diamagnetici

Consideriamo un materiale monoatomico. Un suo atomo è formato da un nucleo centrale circondato da una nube elettronica. Gli elettroni avranno una funzione d'onda  $\psi_e(r)$ . Tale sistema è formalmente identico a un conduttore. Supponiamo di introdurre un campo di induzione magnetica esterno  $\vec{B}_0$ . Così come in un conduttore l'introduzione di un campo di induzione magnetica esterno fa sì che nascano delle correnti parassite, così accade anche nel caso dell'atomo. In particolare l'atomo reagisce facendo muovere gli elettroni in modo tale da opporsi alla causa che l'ha generato. Il moto degli elettroni genera una corrente media chiusa equivalente a una spira percorsa da corrente. Per quanto conosciuto dalla legge di Faraday-Neumann la corrente circolerà in maniera tale da opporsi alla causa che l'ha generata; ciò fa sì che si generi un campo magnetico indotto  $\vec{B}_i$  che si oppone a  $B_0$ . Il campo magnetico risultante sarà dunque  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i$  e per quanto detto finora si ha

$$B = B_0 - B_i$$

cioè  $B$  sarà minore di  $B_0$ . Il diamagnetismo è presente in tutti i materiali

### 1.1.2 Materiali paramagnetici

Supponiamo che un atomo sia dotato di momento di dipolo magnetico. (Gli elettroni sono dotati di momenti di dipolo magnetico di spin e di orbitale. Se la somma vettoriale dei momenti di dipolo magnetici di tutti gli elettroni dell'atomo è nulla il momento di dipolo magnetico dell'atomo è nullo. In tal caso si ricade al caso



del diamagnetismo. Se invece tale somma vettoriale è non nulla si dice che l'atomo è dotato di momento di dipolo magnetico proprio). Supponiamo che tale atomo sia immerso in un campo magnetico esterno  $\vec{B}_0$ . Il momento di dipolo magnetico dell'atomo tenderà ad allinearsi con  $\vec{B}_0$  e ciò fa sì che si generi un campo magnetico indotto  $\vec{B}_i$  che si somma a  $\vec{B}_0$  e dunque si ha  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i$ . Per quanto detto finora si ha

$$B = B_0 + B_i$$

cioè  $B$  sarà maggiore di  $B_0$ . È lecito aspettarsi che tale fenomeno sia contrastato dall'agitazione termica del materiale. Tale fenomeno fu studiato da Pierre Curie; a lui infatti è dovuta una legge che regola il campo magnetico nella materia che va sotto il nome di *prima legge di Curie*:

$$B_{\text{materia}} \propto \frac{c}{T} \quad (1.1)$$

dove  $c$  è una costante che dipende dal materiale e  $T$  è la temperatura assoluta. Il fenomeno di magnetizzazione nei materiali paramagnetici è a saturazione: preso un blocco di materiale paramagnetico e raffreddato fino a una temperatura prossima allo zero assoluto, nel momento in cui si prova a magnetizzarlo ci si rende conto del fatto che esiste un campo di induzione magnetica  $\vec{B}_0^*$  in corrispondenza del quale tutti i dipoli magnetici sono allineati con esso.

### 1.1.3 Materiali ferromagnetici

L'interpretazione microscopica del magnetismo nei materiali ferromagnetici fu data da Heisenberg utilizzando l'interazione di scambio tra gli elettroni. Vi sono atomi (elementi di transizione) i cui elettroni hanno livelli energetici molto vicini tra loro. Ciò fa sì che gli elettroni tendano a scambiarsi i livelli energetici. Tale fenomeno è detto interazione di scambio. L'atomo dunque perde la sua individualità e si può ottenere la stessa funzione d'onda seppur con atomi disposti su diversi livelli energetici. Vi sono zone, dette domini di Weiss, in cui gli atomi si comportano all'unisono; ciò significa che ciascun dominio di Weiss ha un unico momento di dipolo magnetico dato dalla somma diretta dei momenti di dipolo magnetici che formano il dominio. Una volta che viene introdotto un campo magnetico esterno  $\vec{B}_0$ , tale dominio rompe le pareti di *Block* e si allinea con il campo esterno. Tale fenomeno avviene in contemporanea per tutti i domini di Weiss del materiale e ciò genera spesso un fenomeno, detto effetto Barkhausen, per cui alla rottura delle pareti di *Block* segue un suono. Tale fenomeno è stato registrato per la prima volta alla fine dell'800. Il ferromagnetismo è regolato dalla seconda legge di Curie: esiste una temperatura critica  $T_c$  oltre la quale il ferromagnetismo cessa di esistere e il materiale diventa paramagnetico. Tale temperatura è detta temperatura di Curie. In questo modo il materiale viene smagnetizzato. Se poi venisse riportato a temperatura ambiente esso può essere nuovamente magnetizzato e dunque potrà ritornare a essere un materiale ferromagnetico.

## 1.2 Poli magnetici

Finora abbiamo considerato come sorgente del campo magnetico la corrente. In realtà essa è una sola delle sorgenti del campo magnetico. Possiamo infatti annoverare tra le sorgenti del campo magnetico anche dei poli magnetici fittizi. Tutta questa teoria prende il via da un'osservazione sperimentale di Coulomb. Egli considerò una barra magnetica fissata sopra un giogo e una bilancia avente come giogo una calamita alle cui estremità sono piazzati due piattini leggerissimi. Come l'esperienza insegna, avvicinando due poli omologhi si nota una repulsione. Introducendo dei pesetti sul piattello del polo opposto si può equilibrare la bilancia effettuando quindi delle misure della forza magnetica che si esercita tra due poli omologhi, supposti puntiformi, posti a una certa distanza  $r$ .



**Figura 1.2:** *Bilancia ad azione pondero-motrice*



**Figura 1.3:** *Bilancia ad azione pondero-motrice equilibrata*

Supponendo che non ci fossero repulsioni tra poli lontani, la forza magnetica che si esercita ai poli è

$$\vec{F}_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2} \hat{r} \quad (1.2)$$

Tale legge è detta legge di Coulomb per la magnetostatica. L'unità di misura dei poli magnetici nel SI è il weber definito come

$$\text{Wb} \equiv \frac{\text{T}}{\text{m}^2}. \quad (1.3)$$

Ciò permette di definire operativamente il campo magnetico

$$\vec{H} = \lim_{q_m \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_m}{q_m} \quad (1.4)$$

che è totalmente analogo al campo elettrostatico e come esso è conservativo. Dunque è possibile estendere tutta la teoria già introdotta per l'elettrostatica alla magnetostatica, con l'unica accortezza che preso un materiale la sua carica magnetica complessiva deve essere nulla in quanto non esiste la carica magnetica isolata (monopoli magnetici), come mostra l'esperienza della calamita spezzata. Ad oggi sappiamo che perfino alcune particelle elementari possiedono un momento di dipolo magnetico intrinseco, ma i monopoli magnetici non sono stati mai osservati.

### 1.2.1 Dipoli magnetici

Consideriamo una calamita. Essa è dotata di due poli aventi carica magnetica uguale e opposta; supponiamo che il polo Nord abbia carica magnetica  $+q_m$  (di conseguenza il polo Sud avrà carica magnetica  $-q_m$ ). La calamita avrà *momento di dipolo magnetico coulombiano* definito come

$$\vec{m} = q_m \vec{\delta} \quad (1.5)$$

essendo  $\vec{\delta}$  un vettore avente come modulo la lunghezza della calamita, come direzione quella del suo asse e come verso quello che dal Sud punta al Nord.

Considerando una spira di area  $S$  percorsa da corrente  $I$ , è anche possibile definire un *momento di dipolo magnetico amperiano*<sup>1</sup>

$$\vec{\mu} = IS\hat{n} \quad (1.6)$$

dove  $\hat{n}$  è il versore della normale alla spira orientato in verso tale che esso veda circolare la corrente in senso antiorario.

Qual è la relazione che lega i due momenti magnetici finora introdotti? Le due definizioni sono del tutto analoghe e la relazione che le lega è:

$$\vec{m} = \mu_0 \vec{\mu} \quad (1.7)$$

Tale relazione è giustificata dal teorema di equivalenza di Ampère, secondo cui una spira circolare percorsa da una corrente  $I$  è equivalente a un ago magnetico. Ciò significa che la spira percorsa da corrente e l'ago magnetico devono generare, a grande distanza da essi, lo stesso campo; dunque tenuto conto che sono entrambi dipoli magnetici, la relazione (1.7) è giustificata.

## 1.3 Magnetizzazione

Così come in elettrostatica abbiamo definito il vettore intensità di polarizzazione  $\vec{P} = \vec{p}/\tau$ , adesso possiamo definire il vettore *intensità di magnetizzazione* come il momento

<sup>1</sup>Il Mencuccini, Silvestrini (1999) definisce questo vettore a pagina 245 eq. V.9 come *momento magnetico della spira di area  $S$  percorso da corrente  $I$*

di dipolo magnetico coulombiano  $\vec{m}$  per unità di volume  $\tau$ :

$$\vec{J} = \frac{\vec{m}}{\tau}. \quad (1.8)$$

Alcuni testi definiscono invece la magnetizzazione come il momento di dipolo magnetico amperiano per unità di volume. In tal caso si ha

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}}{\tau}. \quad (1.9)$$

Tra i due vettori introdotti sussiste la relazione

$$\vec{M} = \frac{\vec{J}}{\mu_0}. \quad (1.10)$$

Così come abbiamo definito il vettore spostamento elettrico  $\vec{D}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.11)$$

possiamo definire il vettore *induzione magnetica*  $\vec{B}$  come

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}. \quad (1.12)$$

L'utilizzo del vettore (1.9) fa sì che si perda la perfetta simmetria tra le due relazioni introdotte. In tal modo la relazione tra  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  diviene:

$$\vec{B} = \mu_0 \left( \vec{H} + \vec{M} \right). \quad (1.13)$$

Per un oggetto con densità di magnetizzazione uniforme si ha

$$\sigma_m = J \quad (1.14)$$

Nota l'intensità di magnetizzazione, si conosce immediatamente la distribuzione delle cariche magnetiche sulla superficie della calamita. Per una calamita molto lunga, il campo magnetico in prossimità di una faccia della calamita è

$$H = \frac{\sigma_m}{2\mu_0} \quad (1.15)$$

## 1.4 Poli magnetici e correnti

Il materiale magnetico si può trovare immerso in un circuito percorso da corrente. Nel vuoto si ha

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Nel vuoto deve valere la legge di Biot-Savart per il campo magnetico  $\vec{H}$ :

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} + \frac{1}{4\pi\mu_0} \int \frac{dq_m}{r^2} \hat{r} \quad (1.16)$$

Il primo addendo è dovuto alle correnti, mentre il secondo è dovuto ai poli magnetici.

**Esempio** Consideriamo una sbarra molto lunga uniformemente magnetizzata ( $\vec{J}$  è uniforme al suo interno). Calcoliamo quali sono i valori di  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  nei punti della sbarra indicati in figura. I ragionamenti da fare sono assolutamente analoghi a quelli utilizzati per calcolare  $\vec{E}$  e  $\vec{D}$  nei dielettrici.



**Figura 1.4:** Sbarra uniformemente magnetizzata.

Risolviamo il problema nel punto A, appena fuori dalla superficie polarizzata. In tale punto

$$H = \frac{\sigma_m}{2\mu_0}$$

Le linee di forza sono uscenti. Fuori dalla sbarra si ha  $\vec{J} = 0$  e dunque

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \frac{\sigma_m}{2}$$

Risolviamo il problema nel punto B, poco dentro rispetto alla stessa superficie.

$$H = -\frac{\sigma_m}{2\mu_0}$$

Le linee di forza sono entranti. In tale punto  $\vec{J} = \sigma_m$  e dunque

$$B = \mu_0 H + J = \frac{\sigma_m}{2}$$

Tale risultato conferma il fatto che  $\vec{B}$  sia solenoidale. Osserviamo come all'interno della bacchetta i campi  $\vec{H}$  e  $\vec{B}$  abbiano verso opposto; come vedremo più avanti tale differenza permette di stabilire quale sia il responsabile della forza di Lorentz, o per lo meno con quale dei due vettori la legge di tale forza risulta più semplice.

Risolviamo il problema in C, nella metà della sbarra. In tale punto

$$H \simeq 0$$

in quanto i poli sono molto lontani dal punto. Essendo la magnetizzazione uniforme si ha  $J = \sigma_m$  e dunque

$$B = \mu_0 H + J = \sigma_m$$

Risolviamo il problema in D, posto sull'asse del segmento della sbarra e fuori da essa. In tale punto

$$H \simeq 0$$

in quanto i poli sono molto lontani dal punto. Poiché siamo nel vuoto  $J = 0$  e dunque

$$B = \mu_0 H + J \simeq 0$$

**Esempio** Supponiamo di inserire la bacchetta studiata nel precedente esempio in un solenoide. Il campo magnetico totale sarà la somma del campo magnetico  $\vec{H}_m$  generato dalla bacchetta e quello generato dal solenoide  $\vec{H}_i$

$$\vec{H} = \vec{H}_{tot} = \vec{H}_i + \vec{H}_m \quad (1.17)$$

Ricordando le relazioni dell'elettrostatica si ha per un materiale omogeneo e isotropo

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.18)$$

$$\vec{J} = \mu_0 \chi_m \vec{H} \quad (1.19)$$

## 1.5 La rottura della simmetria

Nel vuoto il teorema di circuitazione di Ampère diventa

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (1.20)$$

A essere conservativo è solo il campo magnetico generato dai poli, mentre il campo magnetico generato dalle correnti non è conservativo. Ciò sembrerebbe rompere la simmetria tra elettrostatica e magnetostatica in quanto

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (1.21)$$

Il risultato della circuitazione del campo magnetico è una corrente, cioè una sorgente monopolare puntiforme di campo elettrico in moto. Per simmetria il risultato della circuitazione del campo elettrico è una sorgente monopolare puntiforme di campo magnetico in moto, ma essa non esiste in quanto non esiste un monopolio magnetico. Se infatti esistesse un monopolio magnetico la circuitazione del campo elettrico sarebbe pari a una corrente magnetica e quindi il campo elettrico non sarebbe più conservativo.

## 1.6 Legge di Hopkinson nell'anello di Rowland

Nel nostro studio abbiamo già incontrato un campo solenoidale nell'ipotesi di corrente stazionaria:  $\vec{J}$ . In tale caso siamo stati in grado di costruire le leggi di Ohm e le leggi

di Kirchhoff. È possibile realizzare un'analogia con il campo  $\vec{B}$ ?

Riprendiamo l'esperimento descritto nel paragrafo 1.1, detto esperimento di Rowland. In tale esperimento tutte le linee di forza di  $\vec{B}$  si trovano all'interno del toro. Tale struttura è l'analogo magnetico del condensatore a facce piane parallele e infinite. L'anello di Rowland non presenta poli magnetici. Dentro l'anello di Rowland si ha

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

con  $\mu = \mu_0 \mu_r$  e  $\vec{H}$  dovuto solo alle correnti e quindi pari a:

$$H = i \frac{N}{L}$$

essendo  $N$  il numero di spire e  $L$  la lunghezza dell'anello.

Il flusso di  $\vec{B}$  attraverso il cerchio generatore del toro è pari a

$$\Phi(\vec{B}) = BA \implies B = \frac{\Phi(\vec{B})}{A}$$

essendo  $A$  l'area di una delle  $N$  spire dell'anello di Rowland.

Nell'anello di Rowland avremo:

$$\frac{\Phi}{A} = \mu i \frac{N}{L} \implies iN = \frac{L}{\mu A} \Phi$$

Il termine  $iN$  altro non è che la circuitazione del campo magnetico  $\vec{H}$  e viene detto *forza magnetomotrice*, in analogia con la forza elettromotrice:

$$iN = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mathcal{F}. \quad (1.22)$$

Si definisce *riluttanza* la quantità

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu A} \quad (1.23)$$

che si misura in ampere su weber. Abbiamo dunque ottenuto la *legge di Hopkinson*:

$$\mathcal{F} = \mathcal{R} \Phi \quad (1.24)$$

La legge di Hopkinson è l'analogo magnetico della legge di Ohm. Un'altra analogia possibile è quella tra  $\mu$ , permeabilità magnetica, e  $\sigma$ , conducibilità elettrica.

Proprio come si fa con la legge di Ohm, si prova che:

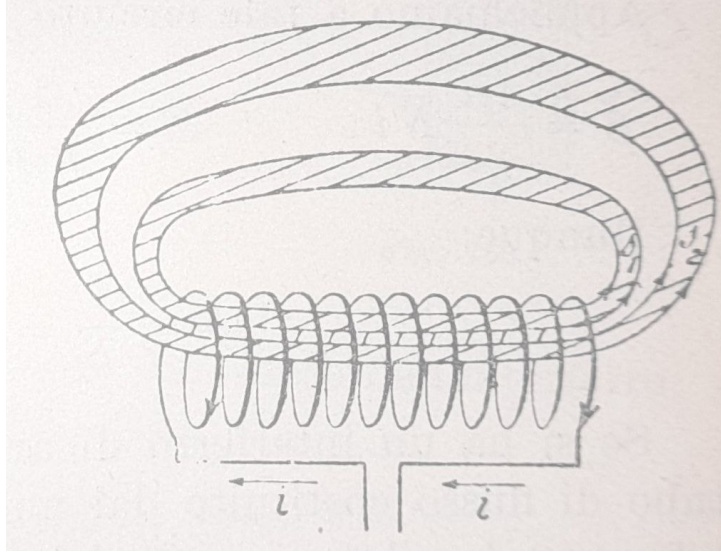
- se abbiamo più elementi magnetici connessi in serie (per esempio magneti con diversa permeabilità magnetica  $\mu$  o diversa forma, costituenti di uno stesso cammino) la loro riluttanza totale è la somma delle riluttanze:

$$\mathcal{R}_{tot} = \sum_i \mathcal{R}_i \quad (1.25)$$

- se abbiamo più elementi magnetici connessi in parallelo, nel senso che fanno parte di cammini diversi ma sono soggetti alla stessa  $\mathcal{F}$ , allora il reciproco della riluttanza totale è pari alla somma dei reciproci delle riluttanze

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{tot}} = \sum_i \frac{1}{\mathcal{R}_i} \quad (1.26)$$

Una coppia di circuiti magnetici in parallelo è disposta come nella seguente figura



**Figura 1.5:** Due circuiti in parallelo.

### 1.6.1 Traferri

Studiamo adesso cosa succede all'anello di Rowland nel momento in cui si apre un traferro. All'apertura del traferro si ha la comparsa di poli magnetici sulle superfici terminali del toro; le linee di campo di  $\vec{B}$  fuoriescono dal toro e tale fuoriuscita è tanto minore quanto più piccolo è il gap (cioè la distanza tra le due superfici su cui si sono generati i poli magnetici).

Sia  $L$  la lunghezza dell'anello e  $d \ll L$  la lunghezza del gap. L'anello aperto avrà lunghezza  $L - d \simeq L$ . Qual è la riluttanza di tale sistema? Il sistema risulta costituito da due riluttanze in serie: l'anello di ferro e il gap (che è nel vuoto, o al più in aria), dunque

$$\mathcal{R}_{tot} = \mathcal{R}_{anello} + \mathcal{R}_{gap} = \frac{L}{\mu A} + \frac{d}{\mu_0 A} = \frac{L + \mu_r d}{\mu A} \quad (1.27)$$

Poichè il ferro è un materiale ferromagnetico  $\mu_r \gg 1$  e quindi si possono notare notevoli variazioni del flusso di  $\vec{B}$  anche per gap di dimensioni molto piccole. Cosa succede alle espansioni polari del traferro? Su tali superfici si generano dei poli e dunque un campo magnetico  $\vec{H}_m$ . Se la bobina avvolge completamente l'anello, il campo magnetico da essa generato è confinato strettamente all'interno dell'anello e i campi generati dalle cariche magnetiche sulle superfici dell'anello può essere approssimato a quello generato da un piano infinito. Mediante tecniche di fisica matematica si può mappare il campo magnetico  $\vec{H}_m$  generato dalle espansioni polari nello spazio tra esse compreso ed è quindi possibile trovare il campo di induzione magnetica  $\vec{B}$  nel vuoto.



### 1.6.2 Legge di Hopkinson in generale

Consideriamo un tubo di flusso del campo  $\vec{H}$  e sia  $\Gamma$  una linea di flusso di  $\vec{H}$  interna al tubo. La circuitazione di  $\vec{H}$  lungo  $\Gamma$  è non nulla solo in presenza di correnti concatenate a  $\Gamma$ , e chiamiamo forza magnetomotrice del circuito  $\Gamma$  il valore di tale circuitazione

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma} \vec{H}_i \cdot d\vec{l} = \mathcal{F}$$

che è analoga alla forza elettromotrice di un circuito elettrico, e sarà sempre pari alla somma delle correnti concatenate a  $\Gamma$ . L'analogo della corrente elettrica qui è il flusso magnetico  $\Phi$  attraverso una sezione del tubo di flusso. Infatti,  $\vec{B}$  è solenoidale - proprio come la densità di corrente  $\vec{j}$  -, e quindi due sezioni trasversali qualunque del tubo hanno la stessa  $\Phi = BS$ . Se il mezzo interno al tubo è omogeneo e isotropo,  $\vec{B} = \mu\vec{H}$  e quindi, poiché  $\Gamma$  è tangente a  $\vec{H}$  e a  $\vec{B}$ , si ha

$$\mathcal{F} = \oint_{\Gamma} H dl = \oint_{\Gamma} \frac{B}{\mu} dl = \Phi \oint_{\Gamma} \frac{1}{\mu} \frac{dl}{S}$$

e si definisce riluttanza del circuito magnetico  $\Gamma$  l'integrale

$$\mathcal{R} = \oint_{\Gamma} \frac{1}{\mu} \frac{dl}{S}$$

dove sia  $\mu$  che  $S$  possono variare lungo  $\Gamma$ . Considerando uno stesso cammino con due diversi mezzi in serie, l'additività della riluttanza è ereditata dall'additività dell'integrale.

Dalla solenoidalità di  $\vec{B}$  segue la prima legge di Kirchhoff per i circuiti magnetici, cioè in un nodo la somma dei flussi magnetici entranti è pari alla somma di quelli uscenti. Si può così provare come si somma la riluttanza di due circuiti magnetici in parallelo: poiché

$$\mathcal{F} = \Phi_1 \mathcal{R}_1 = \Phi_2 \mathcal{R}_2$$

e

$$(\Phi_1 + \Phi_2) \mathcal{R}_{eq} = \mathcal{F}$$

si ha la consueta legge di sommazione (1.26).

## 1.7 Campo smagnetizzante

Sperimentalmente si nota che attaccando e staccando un mangete da una superficie esso si smagnetizza. Perché accade questo fenomeno? (Consideriamo, per semplicità, una calamita a ferro di cavallo. Essa risulta essere una generalizzazione dell'anello di Rowland avente una forma leggermente diversa per fare in modo che le facce polari siano più pratiche da utilizzare.) Consideriamo una piccola sbarretta magnetica. Ciascun dipolo magnetico al suo interno è soggetto a una forza magnetica che lo allinea parallelamente al campo magnetico con il polo Sud dell'aghetto che vede il polo Sud della sbarra e il polo Nord dell'aghetto che vede il polo Nord della sbarra.

L'interazione tra il campo magnetico generato dalla sbarra e l'aghetto è repulsiva. In particolare sul singolo aghetto magnetico agisce un momento meccanico

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{H}$$

che tende a ruotare l'aghetto magnetico. I poli sono, dunque, smagnetizzanti, cioè tendono a distruggere la magnetizzazione che li ha creati. Il campo magnetico  $\vec{H}_m$  generato dai poli prende proprio il nome di campo smagnetizzante. Come è possibile, quindi, preservare un magnete? Chiudendo tale magnete con un pezzo di ferro, si genera un circuito magnetico chiuso in cui non sono presenti poli magnetici. In tale caso dunque non è presente un campo smagnetizzante e il magnete non si smagnetizza.

## 1.8 Discontinuità del campo magnetico

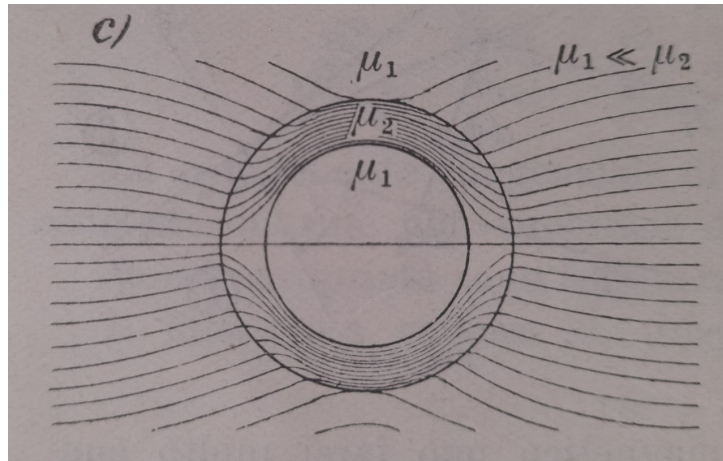
In analogia a quanto visto per il campo elettrico, all'interfaccia tra due mezzi magnetici si ha:

$$\begin{cases} B_{n1} = B_{n2} \\ H_{t1} = H_{t2} \end{cases} \quad (1.28)$$

Detti  $\theta_1$  e  $\theta_2$  gli angoli che il campo magnetico forma con la normale all'interfaccia, si ha:

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (1.29)$$

È possibile creare uno schermo magnetico? Consideriamo una corona sferica ferromagnetica. Immergendo un oggetto tale in un campo magnetico  $\vec{H}$ , qualunque linea di campo che intersechi la superficie con un angolo  $\theta_1 \neq 0$  viene deflessa con un angolo che tende a  $\theta_2 = 90^\circ$ . Incidendo invece a  $\theta_1 = 0$  la linea di forza non viene deflessa e quindi il campo magnetico non viene schermato. Lo schermo magnetico risulta dunque essere imperfetto in quanto vi è almeno una linea di forza che penetra nella cavità. In ogni caso all'interno di un simile involucro, specialmente se composto da una successione concentrica di più involucri, si possono annullare i campi magnetici esterni.



**Figura 1.6:** Linee del campo di induzione  $\vec{B}$  in una corona sferica di ferro.

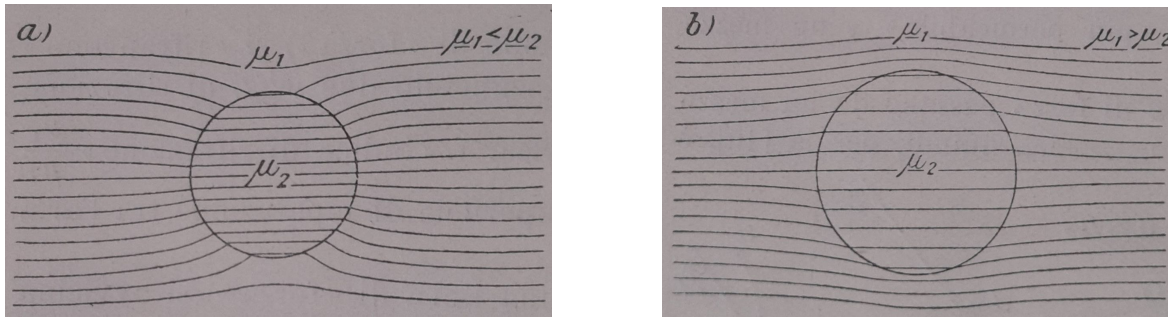


Figura 1.7: Altri esempi di rifrazione delle linee di campo  $\vec{B}$ .

## 1.9 Isteresi magnetica

Il coefficiente  $\mu_r$  di un materiale ferromagnetico è legato alla sua storia di magnetizzazione. Facendo variare il campo magnetico  $H_i$  in una sbarra vergine (non magnetizzata) di materiale ferromagnetico, si osserva che la variazione di  $B$  non è direttamente proporzionale a esso. È infatti presente il fenomeno di isteresi magnetica. Nella figura 1.8 è descritto come varia  $B$  in funzione di  $H_i$ .

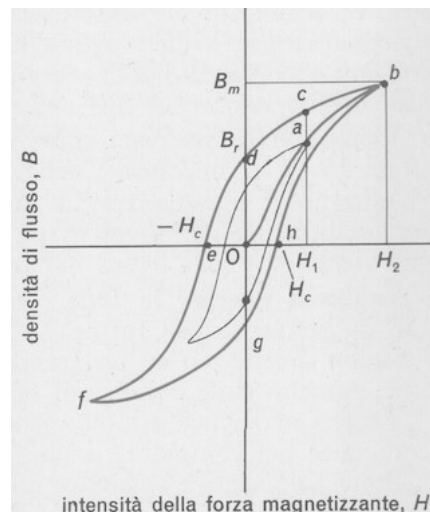


Figura 1.8: Isteresi magnetica

Dopo un certo valore di  $H_i$ , il materiale ferromagnetico si satura e non è più possibile aumentare  $B$ . Nel momento in cui si diminuisce  $H_i$  il materiale non segue più la stessa curva e addirittura nel momento in cui  $H_i = 0$  la bacchetta presenta una magnetizzazione non nulla. È presente un'induzione magnetica residua  $B_r$ . Per smagnetizzare la calamita è necessario diminuire ancora  $H_i$  fino a un valore detto campo di coercizione (o coercitivo)  $H_c$  in cui la sbarra è completamente smagnetizzata. Possiamo ripetere questo procedimento creando quello che è il ciclo di isteresi. È importante notare che il lavoro compiuto per unità di volume dall'agente esterno per completare un ciclo di isteresi è pari a

$$\frac{dL}{dV} = \frac{1}{2}BH$$

ed esso è pari all'area contenuta all'interno del ciclo. Esso è inoltre pari alla quantità di calore necessaria per compiere il ciclo.

## 1.10 Qual è il vettore fondamentale?

All'inizio del secolo scorso vi fu un lungo dibattito su quale fosse il vettore tra  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  che meglio descrivesse il campo magnetico. La risposta a questa domanda fu trovata da Franco Rasetti nel 1942. Il nocciolo della questione risiedeva nello scoprire quale tra i due vettori dovesse essere presente nell'espressione della forza di Lorentz. Rasetti riuscì a misurare la deflessione dei raggi cosmici all'interno di un materiale ferromagnetico e notò che essa deve necessariamente essere descritta dalla forza di Lorentz nella forma

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.30)$$

e non da quella nella forma

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \mu\vec{H} \quad (1.31)$$

I risultati di questo esperimento confermarono che il vettore fondamentale è  $\vec{B}$  e non  $\vec{H}$ . Abbiamo infatti visto che all'interno di un mezzo magnetizzato tali vettori possono avere verso opposto; l'esperienza di Rasetti mostra che la deflessione avviene secondo la (1.30), che quindi vale ovunque, mentre la seconda vale solo nel vuoto.

# Bibliografia

- [1] E. Perucca, *Fisica generale e sperimentale. Volume secondo, tomo primo*, Ottava edizione, UTET, 1963.
- [2] L. Tieri - V. Polara, *Fisica sperimentale. Volume due*, Perrella Roma, 1948.