

Atividade 2)

- a) Neste item iremos plotar em um mesmo gráfico, com cores diferentes, o módulo da resposta em frequência obtida para cada um dos valores de n em um filtro de Chebyshev.

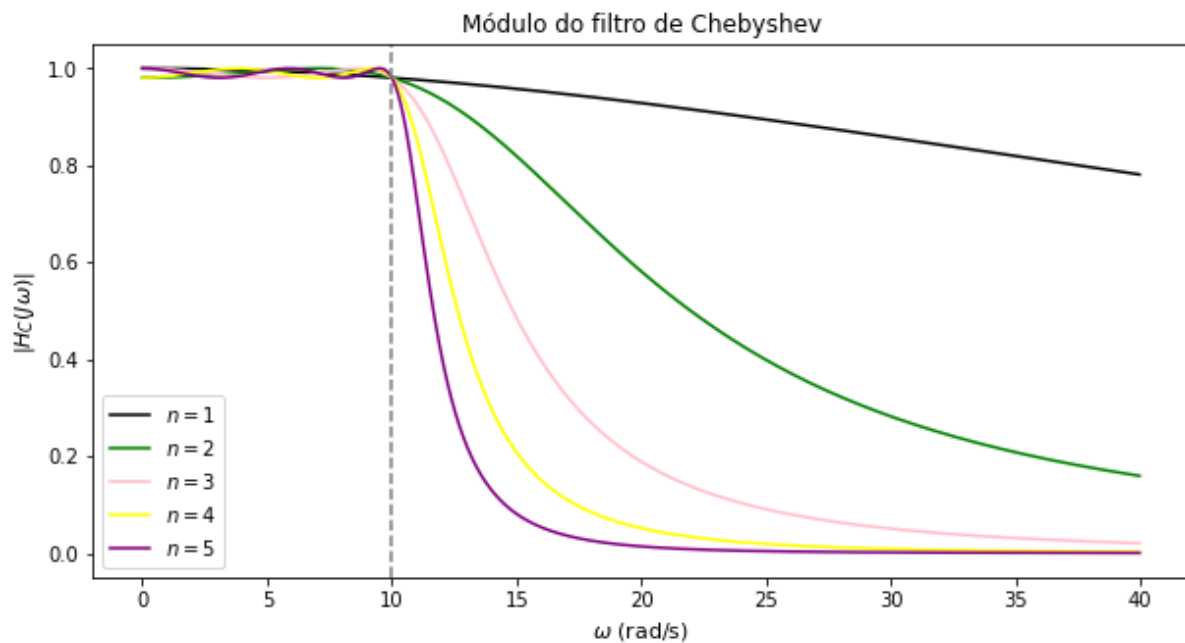


Figura 1: Módulo da resposta em frequência para diferentes valores de n .

Podemos observar que a banda de passagem possui oscilações, caracterizadas pelo comportamento não linear do gráfico para valores de $\omega < 10 \text{ rad/s}$, o que significa que o filtro em questão não é ideal. Observamos também que, conforme aumentamos os valores de n , as mudanças entre as regiões de passagem para a de rejeição são mais abruptas, o que revela um melhor desempenho do filtro para maiores valores de n . É perceptível que para valores baixos ($n=1$) o filtro deixa passar frequências que deveriam ter sido atenuadas quase por completo, em contraste com o valor $n=5$, que atenua o valor para 0 bem mais rápido.

- b) Neste item iremos observar a resposta em frequência para diferentes valores de ϵ , conforme exibido no gráfico abaixo:

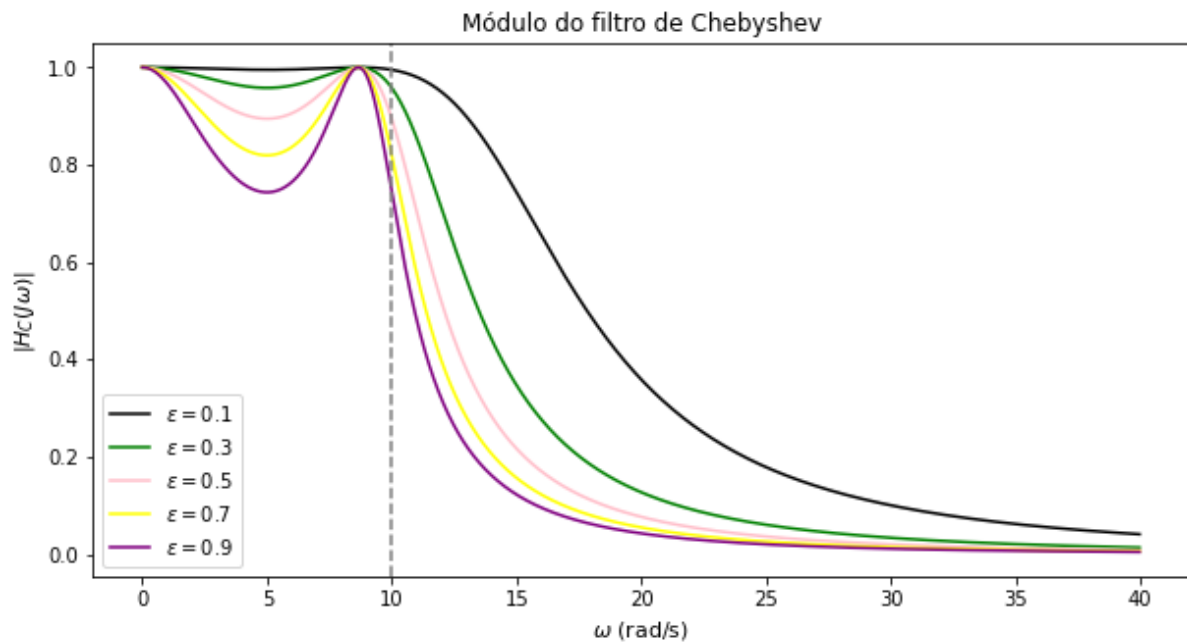


Figura 2: Módulo da resposta em frequência para diferentes valores de ϵ

Com base na Figura 2 observamos que, o aumento do ganho faz com que a mudança de faixa de passagens seja mais abrupta, atenuando a frequência da faixa de rejeição mais rapidamente. No entanto, para a faixa de passagem nota-se uma oscilação com maior amplitude conforme o aumento de ϵ . Podemos dizer então que para altos valores de ϵ o filtro de Chebyshev tem um pior desempenho na faixa de passagem, porém um desempenho melhor na faixa de rejeição.

- c) Neste item iremos repetir as avaliações feitas anteriormente, no entanto agora o filtro em questão será o filtro de Butterworth. Obtemos o seguinte gráfico para diferentes valores de n :

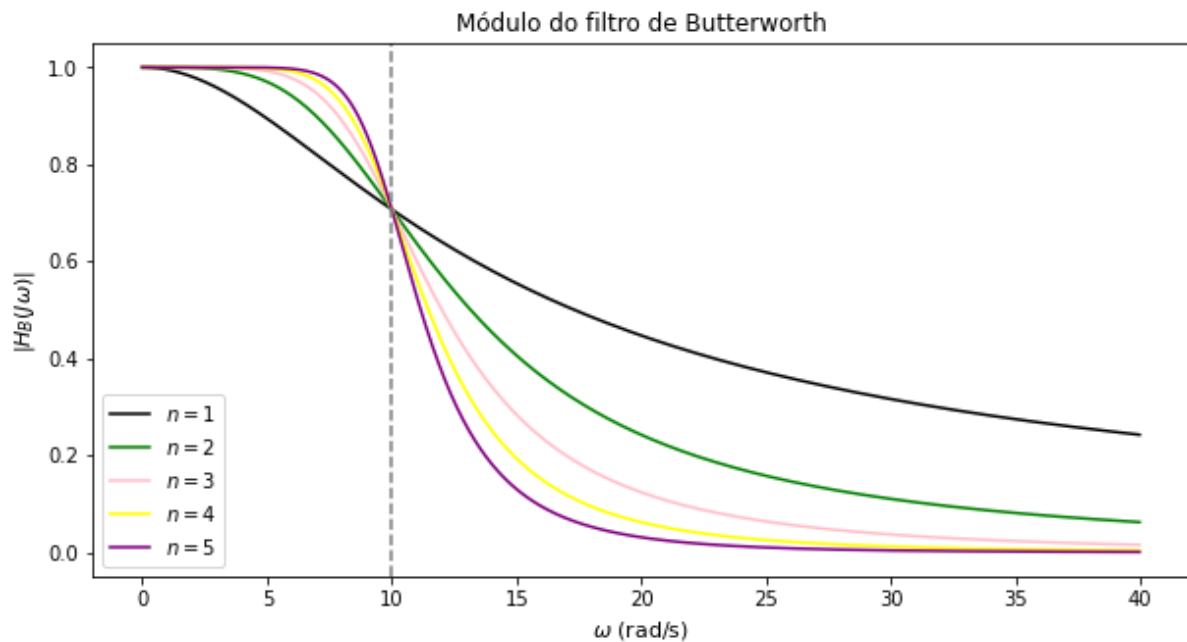


Figura 3 : Gráfico do módulo da resposta em frequência em função da frequência, para diferentes valores de ordem (n).

Foi observado que, em comparação com o filtro de Chebyshev, o filtro em estudo é mais sensível a variações na zona de passagem conforme o aumento da ordem (n). E, neste caso, quanto maior o n, mais estável é a zona de passagem, e mais abrupta é a mudança na zona de rejeição. Dessa forma, quanto maior o valor de n, mais o filtro se aproxima de um estado ideal.

- d) Neste item iremos calcular a Transformada de Fourier da função $x(t)$ que representa uma onda retangular.

$$\begin{aligned}
 X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} 1 e^{-j\omega t} dt = \frac{e^{-j\omega\tau/2} - e^{j\omega\tau/2}}{-j\omega} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{e^{j\omega\tau/2} - e^{-j\omega\tau/2}}{j} \right) \\
 &= \frac{2}{\omega} \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) = \frac{2}{\omega} \sin\left(\frac{\omega\pi}{\omega_m}\right)
 \end{aligned}$$

Sendo $\omega_m = 5 \text{ rad/s}$ temos o seguinte gráfico abaixo:

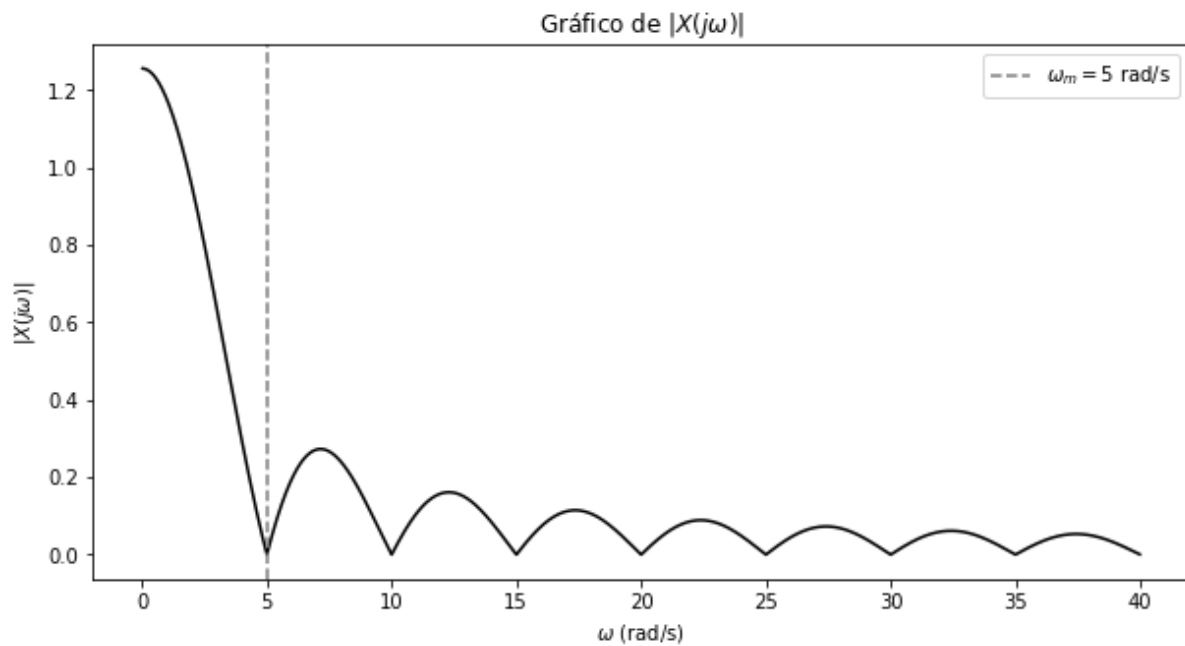


Figura 4: Gráfico da Transformada de Fourier da função $x(t)$

Os pontos onde a transformada é igual a 0 são os pontos ω múltiplos de $\omega_m = 5$ rad/s. O que acontece devido a função seno presente na expressão da transformada, para o $\sin(\frac{\omega\pi}{\omega_m})$ ser igual a 0 ω precisa ser múltiplo de ω_m .

- e) No último item iremos avaliar a diferença de comportamento entre um filtro passa-baixa ideal, um filtro de Chebyshev e um filtro de Butterworth. Após realizar a filtragem com cada um dos filtros citados obtemos os seguintes resultados:

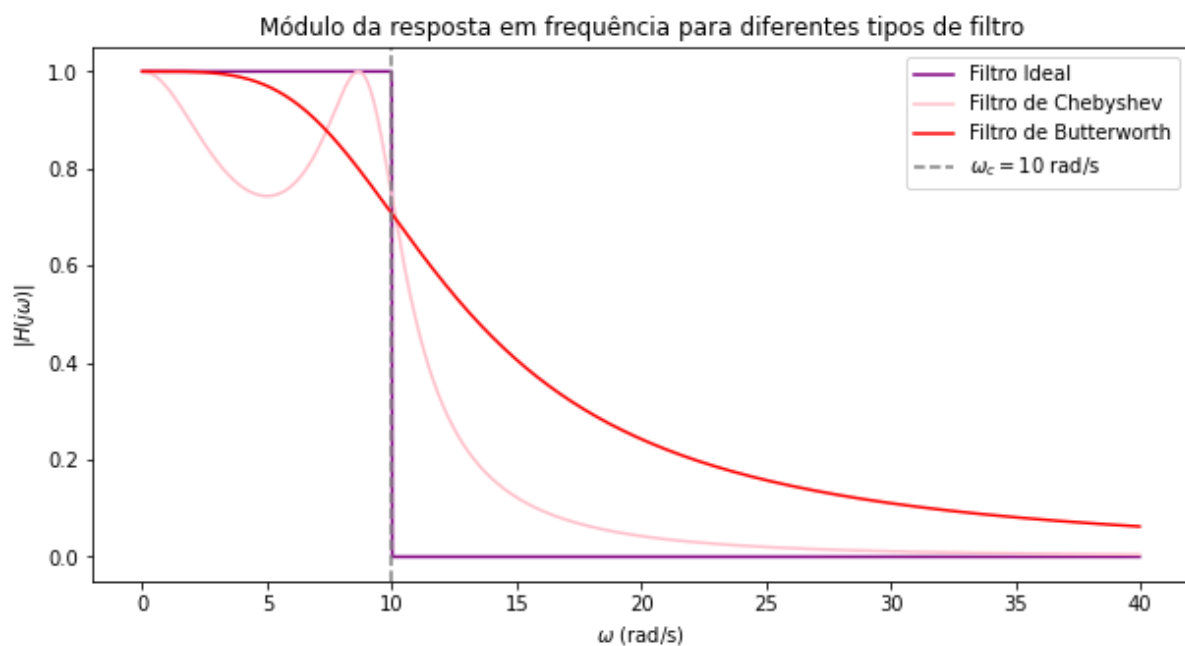


Figura 5: Gráfico da magnitude da resposta em frequência para cada tipo de filtro.

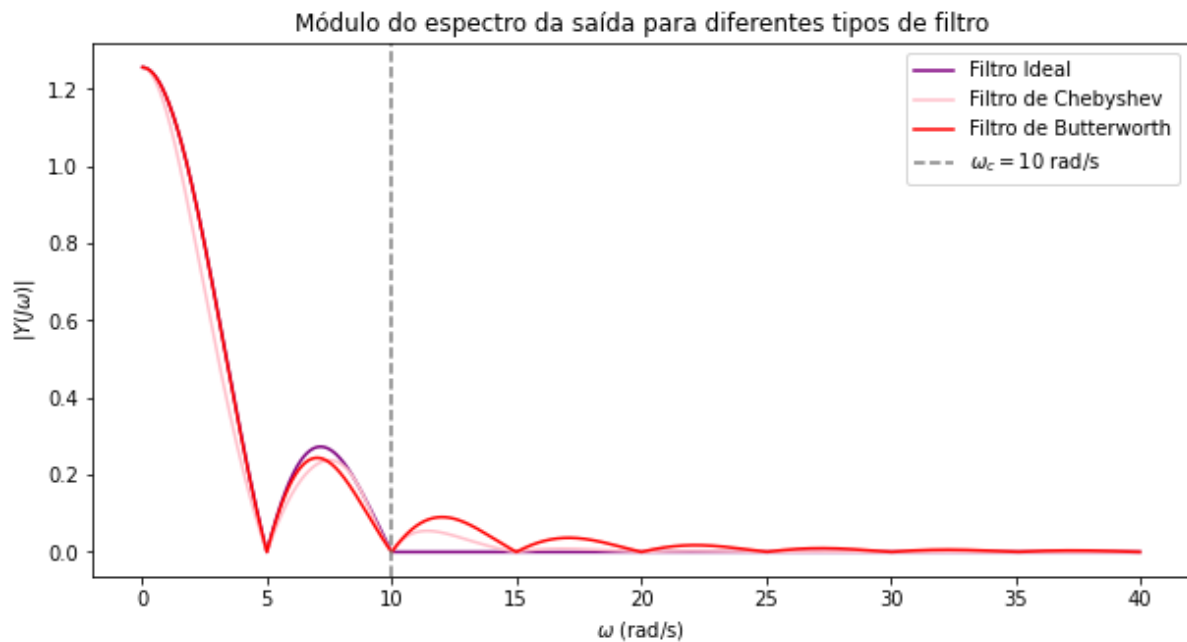


Figura 6: Gráfico do módulo do espectro de saída para cada filtro.

Com base nas Figuras 5 e 6 percebemos que o filtro ideal obtido é condizente com o esperado. Possui regiões planas na faixa de passagem e na faixa de rejeição, além da transição ser instantânea, no caso da análise da resposta em frequência. Sabemos então que quanto mais parecido a resposta de um filtro com a curva mostrada em roxo na Figura 5, mais próximo de um filtro ideal o filtro em análise é. No caso do espectro, para o filtro ideal o sinal não apresenta nenhuma distorção. Analisando o comportamento do filtro de Chebyshev e do filtro de Butterworth percebemos que ambos não são ideais, por possuírem região de passagem e rejeição não planas, além da transição na frequência de corte não ser instantânea para ambos os filtros. No entanto, a transição no filtro de Chebyshev ocorre mais rápida enquanto o filtro de Butterworth apresenta um comportamento menos oscilatório e próximo de 1 na faixa de passagem. Em relação ao espectro, ambos os filtros possuem um comportamento bem próximo do ideal para frequências menores que a frequência de corte. Para valores maiores, no entanto, os filtros apresentam distorções na faixa de frequência de 10 - 25 rad/s, sendo o filtro de Butterworth o que mais gera tais distorções. Por fim, para frequências maiores que 25 rad/s os três filtros apresentam comportamento bem semelhante. Em resumo, podemos dizer que o filtro de Butterworth funciona melhor na faixa de passagem, enquanto o filtro de Chebyshev funciona melhor na faixa de rejeição.