EPSG-GTI

CONTROL:

EJERCICIOS Y PRÁCTICAS

Javier Valls
Pau Salvador

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Índice general

***

I Ejercicios por temas **3**

1 Introducción al Control Electrónico **5**

2 Modelado de sistemas **7**
- A Sistemas continuos . . . 7
- B Sistemas discretos . . . 10
- C Modelado de sistemas físicos . . . 12
- D Soluciones . . . 13

3 Respuesta temporal **19**
- A Sistemas continuos . . . 19
- B Sistemas discretos . . . 23
- C Soluciones . . . 25

4 Error en estado estacionario **31**
- A Sistemas continuos . . . 31
- B Sistemas discretos . . . 34
- C Soluciones . . . 36

5 Diseño de controladores **39**
- A Sistemas continuos . . . 39
- B Sistemas discretos . . . 44
- C Soluciones . . . 47

II Prácticas **49**

1 Implementación de un controlador **51**

A Decodificación del “encoder” 52
B Excitación del motor 55
C Medida de ángulo y velocidad de giro 58
D El controlador: control directo *vs.* realimentado 60

2 Modelado del motor de DC **67**
A Puesta a punto del banco de pruebas 67
B Modelo lineal del motor 68
C Motor de DC: sistema no lineal 69
D Modelo no lineal del motor I 70
E Modelo no lineal del motor II 70

3 Control P y PI **71**
A Puesta a punto del banco de pruebas 71
B Controlador Proporcional (P) 71
C Controlador Proporcional-Integral (PI) 73

4 Control PID **75**
A Puesta a punto del banco de pruebas 75
B Control P y PI *vs.* PID 75
C Implementación del controlador PID 77

5 Control de velocidad y posición de un motor de DC: implementación de controladores **81**
A Tareas a realizar 82
B Evaluación 82
C Memoria de prácticas 83
D Fechas de entrega 83

III Pruebas de evaluación **85**

1 Pruebas curso 2019-2020 **87**
A Prueba 1 (test) 87
B Prueba 2 (test) 90
C Prueba 2 (ejercicios) 93
D Prueba de recuperación (test) 94
E Prueba de recuperación (ejercicios) 98

2 Pruebas curso 2020-2021 **99**
A Prueba 1 99
B Prueba 2 101
C Prueba de recuperación 103

3 Pruebas curso 2021-2022 **105**
A Prueba 1 105
B Prueba 2 107

Parte I

Ejercicios por temas

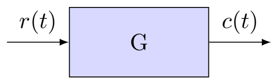
Tema 1

Introducción al Control Electrónico

***

Ejercicio 1-1

El sistema “G” representa un control de velocidad de rotación de un motor, donde la entrada, $r(t)$, es la velocidad deseada y la salida, $c(t)$, la velocidad de rotación alcanzada por dicho motor. Si el sistema se excita con la señal $r(t) = 2u(t)$ rps, su respuesta es $c(t) = 2 - 2e^{-t/\tau}$ rps, donde $\tau = 1$ s.



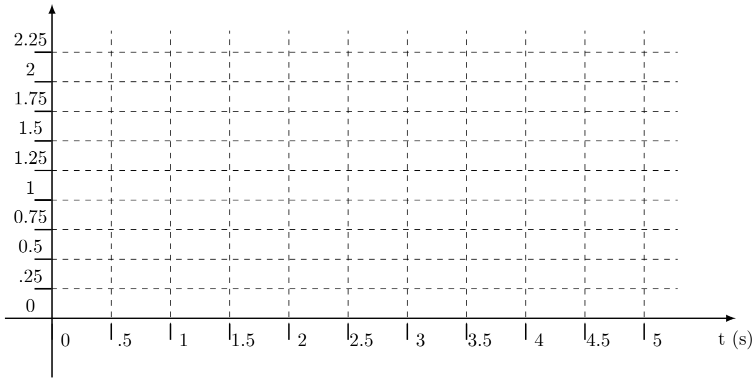
Represente gráficamente la entrada, $r(t)$, y la salida, $c(t)$ del sistema y conteste a las siguientes preguntas:

(a) ¿Qué duración tiene la respuesta transitoria?

(b) ¿Alcanza el sistema la velocidad deseada?

(c) ¿Es “G” un sistema estable?

(d) Si fuese $\tau = 0.5$ s ¿el sistema alcanzará la velocidad deseada antes que con $\tau = 1$?



Ejercicio 1-2

A continuación se presentan las respuestas, $c(t)$, de diferentes sistemas cuando se excitan con una entrada escalón unitario $r(t) = u(t)$. Indique cuales de ellas corresponden a sistemas estables o inestables. Justifique su respuesta.

(a) $c_1(t) = 1 - e^{-4t}$

(b) $c_2(t) = 1 - e^{0.1t}$

(c) $c_3(t) = 1 - e^{-4t}cos(2\pi t)$

(d) $c_4(t) = 1 - e^{t}sin(4\pi t)$

Tema 2

Modelado de sistemas

***

A. Sistemas continuos

Ejercicio 2A-1

Utilice las tablas de las transformadas de Laplace y sus teoremas (disponibles en el Tema 2) para obtener la transformada de las siguientes funciones en el dominio del tiempo, definidas para $t \geq 0$:

1. $x_1(t) = 3t$
2. $x_2(t) = 7t^2$
3. $x_3(t) = 5e^{-3t}$
4. $x_4(t) = 4\sin(5t)$
5. $x_5(t) = 6e^{-4t}cos(10t)$
6. $y_1(t) = 3 + 3t - 4e^{-5t}\sin(4t)$
7. $y_2(t) = 4te^{-3t} + 5$
8. $y_3(t) = 2\dfrac{\partial x_2(t)}{\partial t} + 2$
9. $y_4(t) = \displaystyle\int_0^t 2x_3(t)dt$
10. $y_5(t) = u(t) - u(t - T)$

Ir a la solución 2A-1

Ejercicio 2A-2

Realice la transformada inversa de Laplace de las siguientes funciones, utilizando las tablas y sus teoremas (disponibles en el Tema 2).

1. $X_1(s) = \dfrac{5}{s^2}$
2. $X_2(s) = \dfrac{8}{s^3}$
3. $X_3(s) = \dfrac{5}{s+3}$
4. $X_4(s) = \dfrac{5s}{s^2+4}$
5. $X_5(s) = \dfrac{6}{s^2+4}$
6. $X_6(s) = \dfrac{2s+4}{s^2+4s+13}$
7. $X_7(s) = \dfrac{6s+6}{s^2+2s+5}$
8. $X_8(s) = \dfrac{4}{s} - \dfrac{4}{s+3}$

Ir a la solución 2A-2

Ejercicio 2A-3

Para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales, que definen el comportamiento de diferentes sistemas,

(a) obtenga la función de transferencia en el dominio transformado de Laplace, $H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}$;

(b) escriba la función de la salida el el dominio transformado $Y(s)$, cuando el sistema se excita con la entrada escalón unitario $x(t)=u(t)$;

(c) exprese $Y(s)$ como una suma de fracciones simples (no calcule los residuos de las fracciones sino que suponga que tienen cierto valor k_i);

(d) y escriba la expresión de la salida $y(t)$ con la entrada escalón unitario en función de los valores k_i asignado a los residuos.

1. $\dfrac{\partial y(t)}{\partial t} + 2y(t) = x(t)$
2. $\dfrac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} + 4\dfrac{\partial y(t)}{\partial t} = x(t)$
3. $\dfrac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} + 9y(t) = x(t)$
4. $\dfrac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} + 4\dfrac{\partial y(t)}{\partial t} + 13y(t) = x(t)$

Ir a la solución 2A-3

Ejercicio 2A-4

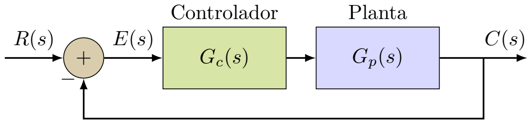
Dadas las funciones $X(s)$ indicadas a continuación, exprésela como suma de fracciones simples (utilice para ello la función de Matlab **residue**) y obtenga su transformada inversa de Laplace utilizando las tablas de transformadas de las señales básicas y teoremas.

1. $X_1(s)=\dfrac{40s+120}{s^4+15s^3+74s^2+120s}$
2. $X_2(s)=\dfrac{32s+96}{s^4+14s^3+64s^2+96s}$
3. $X_3(s)=\dfrac{6s^3+70s^2+738s+730}{s^4+16s^3+133s^2+730s}$
4. $X_4(s)=\dfrac{-3s^2+12s+15}{s^4+5s^3+11s^2+15s}$

Ir a la solución 2A-4

Ejercicio 2A-5

Obtenga la función de transferencia y los valores de los polos y ceros del sistema con realimentación unitaria que se muestra a continuación:



donde $G_c(s)=\dfrac{s^2+2s+4}{s}$ y $G_p(s)=\dfrac{10}{s(s+4)}$.

1. Analice el sistema y escriba la función de transferencia $G_{fb}(s)=C(s)/R(s)$ en función de $G_c(s)$ y $G_p(s)$.

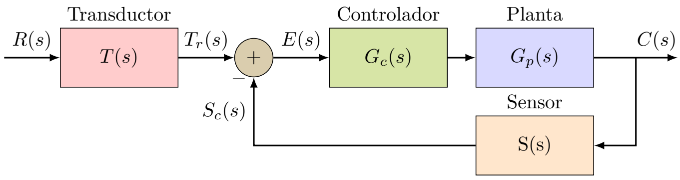
2. Utilice la función **tf** para escribir $G_c(s)$ y $G_p(s)$ y opere de forma directa con las funciones de transferencias para calcular $G_{fb}(s)$. Puede que requiera usar la función **minreal** para cancelar polos y ceros iguales. Posteriormente, utilice la función **zpkdata** para obtener los polos y ceros.

3. Utilice la función **tf** para escribir $G_c(s)$ y conviértala a objeto 'zpk' mediante la función **zpk**. Escriba directamente $G_p(s)$ como función 'zpk'. Opere de forma directa con las funciones de transferencias para calcular $G_{fb}(s)$. Puede que requiera usar la función **minreal** para cancelar polos y ceros iguales. Posteriormente, utilice la función **zpkdata** para obtener los polos y ceros.

Ir a la solución 2A-5

Ejercicio 2A-6

Dado el siguiente sistema realimentado:



donde $G_c(s)=\dfrac{s^2+2s+4}{s}$, $G_p(s)=\dfrac{10}{s(s+4)}$, $T(s)=5$ y $S(s)=2$.

1. Escriba la función de transferencia $G_{fb}(s)=C(s)/R(s)$ en función de $G_c(s)$, $G_p(s)$, $T(s)$ y $S(s)$.

2. Obtenga mediante Matlab la función de transferencia y los valores de los polos y ceros del sistema.

Ir a la solución 2A-6

B. Sistemas discretos

Ejercicio 2B-1

Utilice las tablas de las transformadas Z y sus teoremas (disponibles en el Tema 2) para obtener la transformada de las siguientes funciones en el dominio discreto, definidas para $n \geq 0$:

1. $x_1[n] = 4$
2. $x_2[n] = 3 \cdot n$
3. $x_3[n] = 2 \cdot 4^{-n}$
4. $x_4[n] = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{5}n)$
5. $x_5[n] = 2 \cdot 4^{-n} \cdot \cos(\frac{\pi}{5}n)$
6. $x_6[n] = 1 - 9^{-n} + 2^{-n} sin(\frac{\pi}{6}n)$
7. $x_7[n] = 4 \cdot u[n-2]$
8. $x_8[n] = 5 \cdot n \cdot 2^{-n}$
9. $y_1[n] = x_1[n-3] + x_3[n-3]$

Ir a la solución 2B-1

Ejercicio 2B-2

Realice la transformada Z inversa de las siguientes funciones, utilizando las tablas y sus teoremas (disponibles en el Tema 2).

1. $X_1(z) = \dfrac{5z}{z-1}$
2. $X_2(z) = \dfrac{4z}{(z-1)^2}$
3. $X_3(z) = \dfrac{4z}{z-1/4}$
4. $X_4(z) = \dfrac{8z}{(z-1/4)^2}$
5. $X_5(z) = \dfrac{z(z-1/2)}{z^2-z+1}$
6. $X_6(z) = \dfrac{z(z-1/8)}{z^2-z/4+1/16}$
7. $X_7(z) = \dfrac{3z}{z-1} - \dfrac{3z}{z-1/3}$
8. $X_8(z) = \dfrac{3}{z-1} - \dfrac{3}{z-1/3}$
9. $X_9(z) = \dfrac{4}{(z-1/5)^2}$
10. $Y_1(z) = X_1(z)z^{-2} + X_3(z)z^{-2}$

Ir a la solución 2B-2

Ejercicio 2B-3

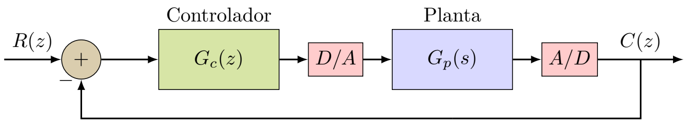
Dadas las funciones $X(z)$ indicadas a continuación, exprésela como suma de fracciones simples (utilice para ello la función **residuez**) y obtenga su transformada Z inversa utilizando las tablas de transformadas de las señales básicas y teoremas.

1. $X_1(z) = \dfrac{384 - 232z^{-1} + 38z^{-2}}{64 - 56z^{-1} + 14z^{-2} - z^{-3}}$
2. $X_2(z) = \dfrac{160 - 108z^{-1} + 24z^{-2}}{16 - 20z^{-1} + 8z^{-2} - z^{-3}}$
3. $X_3(z) = \dfrac{384 + 56z^{-1} + 4z^{-2}}{192 - 88z^{-1} + 11z^{-2} - z^{-3}}$

Ir a la solución 2B-3

Ejercicio 2B-4

Obtenga la función de transferencia y los valores de los polos y ceros del sistema con realimentación unitaria que se muestra a continuación:



donde $G_c(z)=\dfrac{1+2z^{-1}-z^{-2}}{z^{-1}(1-z^{-1})}$ y $G_p(s)=\dfrac{10}{s(s+4)}$.

1. Obtenga la función de transferencia de la planta, $G_p(z)$, mediante el uso de la función **c2d** y periodo de muestreo de $T_m=1s$.

2. Analice el sistema y escriba la función de transferencia $G_{fb}(z)=C(z)/R(z)$ en función de $G_c(z)$ y $G_p(z)$.

3. Utilice la función **tf** para escribir $G_c(z)$ y opere de forma directa con las funciones de transferencias para calcular $G_{fb}(z)$. Puede que requiera usar la función **minreal** para cancelar polos y ceros iguales. Posteriormente, utilice la función **zpkdata** para obtener los polos y ceros.

4. Utilice la función **tf** para escribir $G_c(z)$ y conviértala a objeto 'zpk' mediante la función **zpk**. Escriba directamente $G_p(z)$ como función 'zpk'. Opere de forma directa con las funciones de transferencias para calcular $G_{fb}(z)$. Puede que requiera usar la función **minreal** para cancelar polos y ceros iguales. Posteriormente, utilice la función **zpkdata** para obtener los polos y ceros.

Ir a la solución 2B-4

Ejercicio 2B-5

Escriba las ecuaciones en diferencia que corresponden a las funciones de transferencia, $G(z)$, indicadas a continuación.

1. $G(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{3-z^{-1}}{1-z^{-1}}$

2. $G(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{3z-1}{z-1}$

3. $G(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{2+z}{z}$

4. $G(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{z^2+2z-1}{z(z-1)}$

Ir a la solución 2B-5

Ejercicio 2B-6

Escriba las funciones de transferencia, $Y(z)/X(z)$, de las siguientes ecuaciones en diferencia.

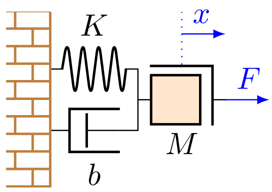
1. $y[n]=\dfrac{x[n]-x[n-1]}{T}$
2. $y[n]=Tx[n]+y[n-1]$
3. $y[n]=x[n]+4x[n-1]+3x[n-2]-5y[n-1]+3y[n-2]$

Ir a la solución 2B-6

C. Modelado de sistemas físicos

Ejercicio 2C-1

Obtenga la función de transferencia que relaciona el desplazamiento, x, con la fuerza aplicada, F, en el siguiente sistema mecánico compuesto por una masa M, con rozamiento b y un resorte con constante K.

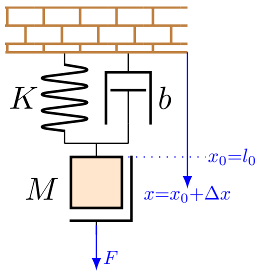


Datos: M=10 Kg; b=4 $N{\cdot}s/m$; K=5 N/m.

Ir a la solución 2C-1

Ejercicio 2C-2

Dado el siguiente sistema mecánico compuesto por una masa M, con rozamiento b y un resorte con constante K.



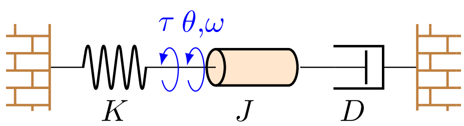
1. Calcule la posición de equilibrio l_0.
2. Obtenga la función de transferencia que relaciona el desplazamiento, x, con la fuerza aplicada, F.

Datos: M=30 Kg; b=5 $N{\cdot}s/m$; K=6 N/m.

Ir a la solución 2C-2

Ejercicio 2C-3

Dado el siguiente sistema mecánico de rotación compuesto por una masa con inercia J, con rozamiento D y un resorte con constante K.



1. Obtenga la función de transferencia que relaciona el ángulo de giro, θ, con el par fuerza (torque), τ.
2. Obtenga la función de transferencia que relaciona la velocidad angular de giro, ω, con el torque.

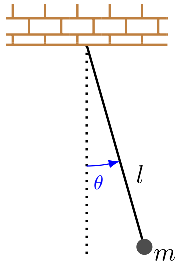
Datos: K=6 $N{\cdot}m/rad$; D=1 $N{\cdot}m{\cdot}s/rad$; J=0.25 $Kg{\cdot}m^2$.

Ir a la solución 2C-3

Ejercicio 2C-4

Obtenga la función de transferencia linealizada que relaciona el par fuerza (torque), τ, aplicada y el ángulo de desplazamiento, θ, partiendo del punto de equilibrio θ_0=0°. Se supone que el cable tiene una masa despreciable y longitud l, la bola tiene una masa m y que el coeficiente de fricción de la masa con el aire es D.

Datos: l=1.5 m; m=5 Kg; D=3 $N{\cdot}m{\cdot}s/rad$.



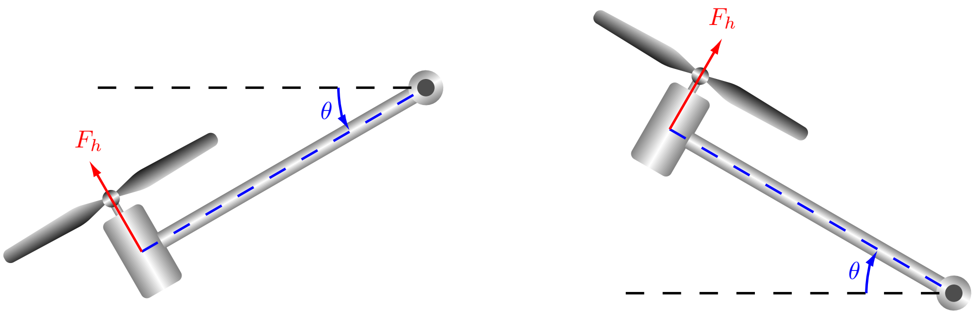
Ir a la solución 2C-4

Ejercicio 2C-5

Obtenga la función de transferencia linealizada que relaciona el ángulo, θ, con la fuerza aplicada, F_h, a un brazo pivotante en los puntos de equilibrio indicados en la figura. Suponga que el brazo tiene una masa despreciable frente a la del motor, que el momento de inercia del sistema es $J = m{\cdot}r^2$, siendo m y r la masa y longitud del brazo, y que el coeficiente de fricción del motor con el aire es D.

Datos: r=0.3 m; m=200 g; D=0.05 $N{\cdot}m{\cdot}s/rad$.

(a) $\theta = -30°$ (b) θ=30°



Ir a la solución 2C-5

D. Soluciones

Solución 2A-1

1. $X_1(s) = 3/s^2$
2. $X_2(s) = 14/s^3$
3. $X_3(s) = 5/(s+3)$
4. $X_4(s) = 20/(s^2+25)$
5. $X_5(s) = \dfrac{6(s+4)}{(s+4)^2+100}$
6. $Y_1(s) = \dfrac{3}{s} + \dfrac{3}{s^2} - \dfrac{16}{(s+5)^2+16}$
7. $Y_2(s) = \dfrac{4}{(s+3)^2} + \dfrac{5}{s}$
8. $Y_3(s) = \dfrac{28}{s^2} + \dfrac{2}{s}$
9. $Y_4(s) = \dfrac{10}{s(s+3)}$
10. $Y_5(s) = \dfrac{1-e^{-sT}}{s}$

Ir a la solución 2A-1

Solución 2A-2

1. $x_1(t) = 5tu(t)$
2. $x_2(t) = 4t^2u(t)$
3. $x_3(t) = 5e^{-3t}u(t)$
4. $x_4(t) = 5cos(2t)u(t)$
5. $x_5(t) = 3sin(2t)u(t)$
6. $x_6(t) = 2e^{-2t}cos(3t)u(t)$
7. $x_7(t) = 6e^{-t}cos(2t)u(t)$
8. $x_8(t) = 4(1-e^{-3t})u(t)$

Ir a la solución 2A-2

Solución 2A-3

1.a) $H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{1}{s+2}$

1.b) $Y(s) = \dfrac{1}{s(s+2)}$

1.c) $Y(s) = \dfrac{k_0}{s} + \dfrac{k_1}{s+2}$

1.d) $y(t) = (k_0 + k_1e^{-2t})u(t)$

2.d) $y(t) = (k_0 + k_1t + k_2e^{-4t})u(t)$

3.d) $y(t) = (k_0 + k_1sin(3t+\phi_1))u(t)$

4.d) $y(t) = (k_0 + k_1e^{-2t}sin(3t+\phi_1))u(t)$

Ir a la solución 2A-3

Solución 2A-4

- $x_1(t) = [1 + 5e^{-4t} - 16e^{-5t} + 10e^{-6t}]u(t)$
- $x_2(t) = [1 - 5e^{-4t} + 4te^{-4t} + 4e^{-6t}]u(t)$
- $x_3(t) = [1 + 5e^{-10t} + 3e^{-3t}sin(8t)]u(t)$
- $x_4(t) = [1 + 2e^{-3t} - 3e^{-t}cos(2t)]u(t)$

Ir a la solución 2A-4

Solución 2A-5

1. $G_{fb}(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$

2-3. Ceros: $z_{1,2} = -1 \pm 1.73$; Polos: $p_1 = -12.67$ y $p_{2,3} = -0.66 \pm j1.65$

Ir a la solución 2A-5

Solución 2A-6

1. $H_{fb}(s) = \dfrac{G_c(s)G_p(s)T(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)S(s)}$

2. $H_{fb}(s) = \dfrac{10(s^2 + 2s + 4)}{(s + 12.67)(s^2 + 1.329s + 3.157)}$

   Ceros: $z_{1,2} = -1 \pm j1.7321$

   Polos: $p_1 = -22.37$ y $p_{2,3} = -0.81 \pm j1.71$

Ir a la solución 2A-6

Solución 2B-1

1. $X_1(z) = \dfrac{4z}{z-1}$
2. $X_2(z) = \dfrac{3z}{(z-1)^2}$
3. $X_3(z) = \dfrac{2z}{z-1/4}$
4. $X_4(z) = \dfrac{2z(z-0.81)}{z^2-1.6z+1}$
5. $X_5(z) = \dfrac{8z(4z-0.81)}{16z^2-6.5z+1}$
6. $X_6(z) = \dfrac{z}{z-1} + \dfrac{z}{z-1/9} + \dfrac{z}{4z-3.5z+1}$
7. $X_7(z) = \dfrac{4}{z(z-1)}$
8. $X_8(z) = \dfrac{5z}{2(z-1/2)^2}$
9. $X_9(z) = \dfrac{4}{z^2(z-1)} + \dfrac{2}{z^2(z-1/4)}$

Ir a la solución 2B-1

Solución 2B-2

1. $x_1[n] = 5{\cdot}u[n]$
2. $x_2[n] = 4{\cdot}n{\cdot}u[n]$
3. $x_3[n] = 4{\cdot}4^{-n}{\cdot}u[n]$
4. $x_4[n] = 32{\cdot}n{\cdot}4^{-n}{\cdot}u[n]$
5. $x_5[n] = \cos(\frac{\pi}{3}n){\cdot}u[n]$
6. $x_6[n] = 4^{-n}{\cdot}\cos(\frac{\pi}{3}n){\cdot}u[n]$
7. $x_7[n] = (3-3{\cdot}3^{-n}){\cdot}u[n]$
8. $x_8[n] = (3-9{\cdot}3^{-n}){\cdot}u[n-1]$
9. $x_9[n] = 20{\cdot}(n-1){\cdot}5^{-(n-1)}{\cdot}u[n-1]$
10. $x_{10}[n] = (5 + 64{\cdot}4^{-n}){\cdot}u[n-2]$

Ir a la solución 2B-2

Solución 2B-3

1. $x_1(n) = 3{\cdot}2^{-n}{-}2{\cdot}4^{-n}{+}5{\cdot}8^{-n}$
2. $x_2(n) = 3{\cdot}2^{-n}{+}5{\cdot}n{\cdot}2^{-n} + 7{\cdot}4^{-n}$
3. $x_3(n) = 4{\cdot}3^{-n}{-}2{\cdot}8^{-n}{\cdot}cos(\frac{\pi}{3}n)$

Ir a la solución 2B-3

Solución 2B-4

Ceros: $z_1 = -2.41$, $z_2 = -0.3$ y $z_3 = 0.41$

Polos: $p_{1,2} = -0.58 \pm j0.44$ y $p_3 = 0.37$

Ir a la solución 2B-4

Solución 2B-5

1. $y[n] = y[n-1] + 3x[n] - x[n-1]$
2. $y[n] = y[n-1] + 3x[n] - x[n-1]$
3. $y[n] = x[n] + 2x[n-1]$
4. $y[n] = y[n-1] + x[n] + 2x[n-1] - x[n-2]$

Ir a la solución 2B-5

Solución 2B-6

1. $G(z){=}\frac{Y(z)}{X(z)}{=}\frac{z-1}{Tz}$
2. $G(z){=}\frac{Y(z)}{X(z)}{=}\frac{Tz}{z-1}$
3. $G(z){=}\frac{Y(z)}{X(z)}{=}\frac{z^2+4z+3}{z^2+5z-3}$

Ir a la solución 2B-6

Solución 2C-1

1. $G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{0.1}{s^2+0.4s+0.5}$

Ir a la solución 2C-1

Solución 2C-2

1. $G(s) = \dfrac{X(s)}{F(s)} = \dfrac{0.033}{s^2 + 0.167s + 0.2}$

Ir a la solución 2C-2

Solución 2C-3

1. $G(s) = \dfrac{\Theta(s)}{T(s)} = \dfrac{4}{s^2 + 4s + 24}$
2. $G(s) = \dfrac{\Omega(s)}{T(s)} = \dfrac{4s}{s^2 + 4s + 24}$

Ir a la solución 2C-3

Solución 2C-4

1. $G(s) = \dfrac{\Theta(s)}{T(s)} = \dfrac{0.089}{s^2 + 0.267s + 1.3}$

Ir a la solución 2C-4

Solución 2C-5

1. $G_1(s) = \dfrac{\Theta(s)}{F(s)} = \dfrac{16.67}{s^2 + 2.778s + 16.33}$
2. $G_2(s) = \dfrac{\Theta(s)}{F(s)} = \dfrac{16.67}{s^2 + 2.778s - 16.33}$

Ir a la solución 2C-5

Tema 3

Respuesta temporal

***

A. Sistemas continuos

Ejercicio 3A-1

Dados los sistemas de 1^{er} orden con función de transferencia:

(a) $G_a(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{10}{s+10}$ (b) $G_b(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{20}{s+10}$

1. Obtenga la expresión, en el dominio de Laplace, de la respuesta, $C(s)$, a la entrada escalón unitario, $R(s) = \frac{1}{s}$.

2. Obtenga la expresión, en el dominio temporal, de la respuesta, $c(t)$, a la entrada escalón unitario, $r(t) = u(t)$.

3. Calcule los parámetros temporales: constante de tiempo (τ), tiempo de subida (T_r) y tiempo de establecimiento (T_s).

4. Calcule la ganancia utilizando el teorema del valor final de la Transformada de Laplace.

5. Utilice los datos obtenidos anteriormente para dibujar la respuesta temporal al escalón.

Ir a la solución 3A-1

Ejercicio 3A-2

Dadas las siguientes especificaciones de sistemas de 1^{er} orden:

(a) Ganancia unitaria y $T_s = 0.25\text{s}$

(b) Ganancia 5 y $T_r = 0.5\text{s}$

1. Escriba las funciones transferencia.
2. Calcule el T_r para el caso (a) y el T_s para el (b).
3. Utilice la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón. Compruebe gráficamente que se cumplen los parámetros temporales especificados y los calculados anteriormente.

Ir a la solución 3A-2

Ejercicio 3A-3

Dadas las siguientes funciones de transferencia de sistemas de 2° orden:

(a) $G_a(s)=\dfrac{8}{s^2+6s+8}$ (c) $G_c(s)=\dfrac{400}{s^2+20s+400}$

(b) $G_b(s)=\dfrac{100}{s^2+20s+100}$ (d) $G_d(s)=\dfrac{25}{s^2+25}$

1. Calcule los polos.
2. Escriba la respuesta temporal genérica al escalón unitario.
3. Obtenga los valores de su frecuencia natural (ω_n) y del ratio de amortiguamiento (ζ).
4. Identifique de qué tipo de sistema de 2° orden se trata.

Ir a la solución 3A-3

Ejercicio 3A-4

Dadas las siguientes funciones de transferencia de sistemas de 2° orden sub-amortiguados:

(a) $G_a(s)=\dfrac{25}{s^2+7s+25}$ (b) $G_b(s)=\dfrac{64}{s^2+8s+64}$

1. Calcule los valores de su frecuencia natural (ω_n) y del ratio de amortiguamiento (ζ).
2. Calcule los valores de la frecuencia de amortiguamiento exponencial (σ_d) y la frecuencia de oscilación amortiguada (ω_d).
3. Calcule los valores de los parámetros temporales de su respuesta, tiempo de pico (T_p) y tiempo de establecimiento (T_s) y el porcentaje de sobreamortiguamiento ($\%OS$).
4. Utilice la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón. Compruebe gráficamente los parámetros calculados anteriormente y mida el tiempo de subida (T_r).

Ir a la solución 3A-4

Ejercicio 3A-5

Dados los siguientes polos correspondientes a funciones de transferencia de sistemas de 2° orden sub-amortiguados:

(a) $p_{1,2} = -2 \pm j5$ (b) $p_{1,2} = -3 \pm j3$

1. Calcule los valores de la frecuencia natural (ω_n) y del ratio de amortiguamiento (ζ) del sistema.
2. Obtenga los valores de la frecuencia de amortiguamiento exponencial (σ_d) y la frecuencia de oscilación amortiguada (ω_d).
3. Calcule los valores de los parámetros temporales de su respuesta, tiempo de pico (T_p) y tiempo de establecimiento (T_s) y el porcentaje de sobreamortiguamiento ($\%OS$).
4. Escriba la función de transferencia con ganancia unitaria que corresponde a dichos polos.
5. Utilice la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón. Compruebe gráficamente los parámetros calculados anteriormente y mida el tiempo de subida (T_r) .

Ir a la solución 3A-5

Ejercicio 3A-6

Escriba las funciones de transferencia de sistemas de 2° orden sub-amortiguados con las siguientes características:

1. Ganancia $g = 1$, frecuencia natural $\omega_n = 3rad/s^{-1}$ y ratio de amortiguamiento $\zeta = 0.6$. Compruebe el resultado escribiendo en Matlab la función de transferencia con la función **tf** y después utilice la función **damp**.
2. Ganancia $g = 2$, frecuencia de amortiguamiento exponencial $\sigma_d = 2s^{-1}$ y frecuencia de oscilación amortiguada $\omega_d = 3rad/s^{-1}$. Compruebe el resultado calculando la frecuencia natural (ω_n) y ratio de amortiguamiento (ζ) y, posteriormente, usando la función **tf** y **damp** de Matlab, como en el caso anterior.
3. Ganancia $g = 1$, tiempo de pico $T_p = 0.4534s$ y tiempo de establecimiento $T_s = 1s$. Compruebe el resultado utilizando la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón.

Ir a la solución 3A-6

Ejercicio 3A-7

Calcule los valores de los polos y obtenga la función de transferencia de un sistema de 2° orden sub-amortiguado cuya respuesta al escalón tenga un tiempo de establecimiento (T_s) de 0.5 segundos y su ratio de amortiguamiento ($\%OS$) del 4.5 %. Posteriormente, utilice Matlab para representar gráficamente la respuesta al escalón y compruebe que se consiguen las especificaciones.

Ir a la solución 3A-7

Ejercicio 3A-8

Dadas las siguientes funciones de transferencia de sistemas de 2° orden:

(a) $G_a(s) = \dfrac{28}{s^2 + 16s + 28}$ (b) $G_b(s) = \dfrac{8}{s^2 + 6s + 8}$

1. Calcule sus polos e indique si se pueden aproximar por un sistema de 1^{er} orden con un polo dominante.
2. Obtenga la expresión, en el dominio del tiempo, de la respuesta de cada sistema al escalón unitario. Obtenga primero la respuesta al escalón en el dominio de Laplace y, posteriormente, use la función de Matlab **residue** y las tablas de la transformada de Laplace.
3. Utilice Matlab para representar gráficamente la respuesta al escalón del sistema y de la contribución individual de cada polo. Esto le permitirá comprobar si la aproximación de polo dominante es correcta o no.

Ir a la solución 3A-8

Ejercicio 3A-9

Dadas las siguientes funciones de transferencia de sistemas:

(a) $G_a(s) = \dfrac{119}{s^3 + 9s^2 + 31s + 119}$

(b) $G_b(s) = \dfrac{1000}{s^3 + 22s^2 + 540s + 1000}$

(c) $G_c(s) = \dfrac{160}{s^3 + 8s^2 + 56s + 160}$

(d) $G_d(s) = \dfrac{848}{s^5 + 24s^4 + 211s^3 + 798s^2 + 1178s + 848}$

1. Indique de qué orden es el sistema.
2. Utilice la función de Matlab **pzmap** para representar gráficamente los polos e indique si se puede aproximar por un sistema de polo dominante. En ese caso indique el tipo de sistema por el que puede aproximarse.
3. Obtenga la expresión genérica, en el dominio del tiempo, de la respuesta de cada sistema al escalón unitario y de la respuesta aproximada de polo dominante (en los casos en que se pueda realizar dicha aproximación).
4. Utilice Matlab para representar gráficamente la respuesta al escalón del sistema y de la contribución individual de cada polo o polos complejos conjugados. Esto le permitirá comprobar si la aproximación de polo dominante es correcta o no. Necesitará utilizar la función de Matlab **residue** y las tablas de la transformada de Laplace.

Ir a la solución 3A-9

Ejercicio 3A-10

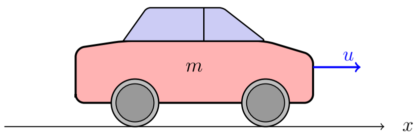
Dados los sistemas físicos modelados en los ejercicios 2C-1, 2C-2, 2C-3(1), 2C-4 y 2C-5:

1. Indique qué tipo de respuesta genera cada sistema.
2. Calcule el tiempo que tarda en desaparecer la respuesta natural del sistema.
3. Si el sistema tiene una respuesta de orden 2 subamortiguada, calcule la frecuencia de oscilación amortiguada.

Ir a la solución 3A-10

Ejercicio 3A-11

A un coche de masa m=1000 Kg se le aplica en $t = 0s$ una fuerza constante de u=500 N. Teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento de la carretera es de b=20 $N{\cdot}s/m$:



1. Obtenga la función de transferencia que relaciona la velocidad adquirida por el coche con la fuerza aplicada.
2. Obtenga la expresión temporal de la velocidad del coche en función de t.
3. Calcule la máxima velocidad alcanzada por el coche y el tiempo que tarda en alcanzar dicha velocidad.
4. Compruebe el resultado utilizando la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón.

Ir a la solución 3A-11

B. Sistemas discretos

Ejercicio 3B-1

Dados los sistemas de 1er orden discretos muestreados con un periodo de T_m=0.1s y con función de transferencia:

(a) $G_a(z)=\dfrac{0.25}{z-0.75}$ (b) $G_b(s)=\dfrac{2.6}{z-0.35}$

1. Obtenga la expresión, en el dominio discreto Z, de la respuesta, $C(z)$, a la entrada escalón unitario, $R(z)=\frac{z}{z-1}$.
2. Obtenga la expresión, en el dominio temporal, de la respuesta, $c(n)$, a la entrada escalón unitario, $r(n)=u(n)$.
3. Calcule los parámetros temporales: constante de tiempo (τ), tiempo de subida (T_r) y tiempo de establecimiento (T_s).
4. Calcule la ganancia utilizando el teorema del valor final de la Transformada Z.

5. Utilice los datos obtenidos anteriormente para dibujar la respuesta temporal al escalón.

Ir a la solución 3B-1

Ejercicio 3B-2

Se quiere diseñar sistemas de 1^{er} orden discretos muestreados con un periodo T_m=0.1s con las siguientes características:

(a) Ganancia unitaria y T_s=1s

(b) Ganancia 5 y T_r=0.25s

1. Calcule el valor del polo de la función de transferencia discreta.
2. Escriba la función transferencia discreta.
3. Calcule el T_r para el caso (a) y el T_s para el (b).
4. Utilice la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón. Compruebe gráficamente que se cumplen los parámetros temporales especificados y los calculados anteriormente.

Ir a la solución 3B-2

Ejercicio 3B-3

Dadas las siguientes funciones de transferencia de sistemas discretos de 2° con periodo de muestreo de T_m=0.1s:

(a) $G_a(z)=\dfrac{0.6z^2-0.225z}{z^2-0.75z+0.125}$

(b) $G_b(z)=\dfrac{0.45z^2-0.09z}{z^2-0.8z+0.16}$

(c) $G_c(z)=\dfrac{0.98z}{z^2-1.6z+0.67}$

(d) $G_d(z)=\dfrac{0.98z}{z^2-1.96z+1}$

1. Calcule los polos en el plano z.
2. Calcule los polos del plano s, equivalentes a los calculados anteriormente.
3. Escriba la respuesta temporal genérica al escalón unitario.
4. Obtenga los valores de su frecuencia natural (ω_n) y del ratio de amortiguamiento (ζ).
5. Identifique de qué tipo de sistema de 2° orden se trata.

Ir a la solución 3B-3

Ejercicio 3B-4

Dadas las siguientes funciones de transferencia de sistemas discretos de 2° orden sub-amortiguados muestreados con un periodo T_m=0.1s:

(a) $G_a(z)=\dfrac{0.66z}{z^2-1.32z+0.49}$ (b) $G_b(z)=\dfrac{0.83z}{z^2-1.66z+0.74}$

1. Calcule los valores de su frecuencia natural (ω_n) y del ratio de amortiguamiento (ζ).
2. Calcule los valores de la frecuencia de amortiguamiento exponencial (σ_d) y la frecuencia de oscilación amortiguada (ω_d).
3. Calcule los valores de los parámetros temporales de su respuesta, tiempo de pico (T_p) y tiempo de establecimiento (T_s) y el porcentaje de sobreamortiguamiento ($\%OS$).
4. Utilice la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón. Compruebe gráficamente los parámetros calculados anteriormente y mida el tiempo de subida (T_r).

Ir a la solución 3B-4

Ejercicio 3B-5

Escriba las funciones de transferencia de sistemas discretos de 2° orden sub-amortiguados con periodo de muestreo T_m=$0.1s$ y que cumplan las siguientes características:

1. Ganancia $g=1$, frecuencia natural ω_n=$4rad/s^{-1}$ y ratio de amortiguamiento $\zeta=0.8$. Compruebe el resultado escribiendo en Matlab la función de transferencia con la función **tf** y después utilice la función **damp**.
2. Ganancia $g=2$, frecuencia de amortiguamiento exponencial σ_d=$3s^{-1}$ y frecuencia de oscilación amortiguada ω_d=$3rad/s^{-1}$. Compruebe el resultado calculando la frecuencia natural (ω_n) y ratio de amortiguamiento (ζ) y, posteriormente, usando la función **tf** y **damp** de Matlab, como en el caso anterior.
3. Ganancia g=1, tiempo de pico T_p=$0.9s$ y tiempo de establecimiento T_s=$2s$. Compruebe el resultado utilizando la función de Matlab **tf** para escribir la función de transferencia del sistema y **step** para representar gráficamente su respuesta al escalón.

Ir a la solución 3B-5

C. Soluciones

Solución 3A-1

(a)

1. $C(s)=\dfrac{10}{s(s+10)}$
2. $c(t)=1-e^{-10t}$
3. $\tau=0.1$, $T_r=0.22$ y $T_s=0.4$
4. $g=1$

(b)

1. $C(s)=\dfrac{20}{s(s+10)}$
2. $c(t)=2-2e^{-10t}$
3. $\tau=0.1$, $T_r=0.22$ y $T_s=0.4$
4. $g=2$

Ir a la solución 3A-1

Solución 3A-2

(a)

1. $C(s) = \dfrac{16}{s+16}$
2. $T_r = 0.1375$ s

(b)

1. $C(s) = \dfrac{22}{s+4.4}$
2. $T_s = 0.9$ s

Ir a la solución 3A-2

Solución 3A-3

(a)

1. $p_1 = -2\text{s}^{-1}$, $p_2 = -4\text{s}^{-1}$
2. $x(t) = k_0 + k_1 e^{-4t} - k_2 e^{-2t}$
3. $\omega_n = 2.82$, $\zeta = 1.06$
4. Sobre-amortiguado

(b)

1. $p_1 = -10\text{s}^{-1}$, $p_2 = -10\text{s}^{-1}$
2. $x(t) = k_0 + k_1 e^{-10t} - k_2 t e^{-10t}$
3. $\omega_n = 10$, $\zeta = 1$
4. Amortiguado críticamente

(c)

1. $p_{1,2} = -10 \pm j17.32\text{s}^{-1}$
2. $x(t) = k_0 + k_1 e^{-10t} cos(17.32t + \phi_1)$
3. $\omega_n = 20$, $\zeta = 0.5$
4. Sub-amortiguado

(d)

1. $p_{1,2} = \pm 5\text{s}^{-1}$
2. $x(t) = k_0 + k_1 cos(5t + \phi_1)$
3. $\omega_n = 5$, $\zeta = 0$
4. No amortiguado

Ir a la solución 3A-3

Solución 3A-4

(a)

1. $\omega_n = 5$ rad/s; $\zeta = 0.7$
2. $\sigma_d = 3.5\ \text{s}^{-1}$; $\omega_d = 3.57$ rad/s
3. $T_p = 0.88$s; $T_s = 1.14$s; $\%OS = 4.6\,\%$

(b)

1. $\omega_n = 8$ rad/s; $\zeta = 0.5$
2. $\sigma_d = 4\ \text{s}^{-1}$; $\omega_d = 6.9$ rad/s
3. $T_p = 0.45$s; $T_s = 1$s; $\%OS = 16.3\,\%$

Ir a la solución 3A-4

Solución 3A-5

(a)

(b)

1. $\omega_n = 5.39$ rad/s; $\zeta = 0.37$
2. $\sigma_d = 2\ \text{s}^{-1}$; $\omega_d = 5$ rad/s
3. $T_p = 0.63$ s; $T_s = 2$; $\%OS = 28.46\,\%$

1. $\omega_n = 4.24$ rad/s; $\zeta = 0.7$
2. $\sigma_d = 3\ \text{s}^{-1}$; $\omega_d = 3$ rad/s
3. $T_p = 1.05$ s; $T_s = 1.33$; $\%OS = 4.32\,\%$

Ir a la solución 3A-5

Solución 3A-6

1. $G(s) = \dfrac{9}{s^2 + 3.6s + 9}$
2. $G(s) = \dfrac{26}{s^2 + 4s + 13}$
3. $G(s) = \dfrac{64}{s^2 + 8s + 64}$

Ir a la solución 3A-6

Solución 3A-7

Polos: $p_{1,2} = -8 \pm j8.1$

FT: $G(s) = \dfrac{129.7}{s^2 + 16s + 129.7}$

Ir a la solución 3A-7

Solución 3A-8

1. $p_1 = -2$; $p_2 = -14$; Sistema con polo dominante p_1.

   $x(t) = 1 - 1.16e^{-2t} + 0.16e^{-14t} \approx 1 - 1.16e^{-2t}$
2. $p_1 = -2$; $p_2 = -4$; Sistema sin polo dominante.

   $x(t) = 1 - 2e^{-2t} + 16e^{-4t}$

Ir a la solución 3A-8

Solución 3A-9

(a) Sist. 3^{er} orden. $x(t) = K_0 + K_1 e^{-7t} + K_2 e^{-t} sin(4t + \phi_2)$

Aproximable por un sist. de 2º orden sub-amortiguado. $x(t) \approx K_0 + K_2 e^{-t} sin(4t + \phi_2)$

(b) Sist. 3^{er} orden. $x(t) = K_0 + K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-10t} sin(20t + \phi_2)$

Aproximable por un sist. de 1^{er} orden. $x(t) \approx K_0 + K_1 e^{-2t}$

(c) Sist. 3^{er} orden. $x(t) = K_0 + K_1 e^{-4t} + K_2 e^{-2t} sin(6t + \phi_2)$

No se puede aproximar por un sist. de 1^{er} o 2º orden.

(d) Sist. 5º orden. $x(t) = K_0 + K_1 e^{-8t} + K_2 e^{-7t} sin(2t + \phi_2) + K_3 e^{-t} sin(t + \phi_3)$

Aproximable por un sist. de 2º orden sub-amortiguado. $x(t) \approx K_0 + K_3 e^{-t} sin(t + \phi_3)$

Ir a la solución 3A-9

Solución 3A-10

(2C-1) Sist. 2º-orden sub-amortiguado. $T_s = 20\,\mathrm{s}$. $\omega_d = 0.68\,\mathrm{rad/s}$

(2C-2) Sist. 2º-orden sub-amortiguado. $T_s = 48\,\mathrm{s}$. $\omega_d = 0.44\,\mathrm{rad/s}$

(2C-3) Sist. 2º-orden sub-amortiguado. $T_s = 2\,\mathrm{s}$. $\omega_d = 4.47\,\mathrm{rad/s}$

(2C-4) Sist. 2º-orden sub-amortiguado. $T_s = 30\,\mathrm{s}$. $\omega_d = 1.13\,\mathrm{rad/s}$

(2C-5.a) Sist. 2º-orden sub-amortiguado. $T_s = 2.8\,\mathrm{s}$. $\omega_d = 3.79\,\mathrm{rad/s}$

Ir a la solución 3A-10

Solución 3A-11

1. $H(s) = \dfrac{V(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{1000s + 20}$
2. $v(t) = (25 - 25e^{-0.02t})u(t)$
3. $v_{max} = 25\,\mathrm{m/s}$; $T_s = 200\,\mathrm{s}$

Ir a la solución 3A-11

Solución 3B-1

(a) $\tau = 0.34s$, $T_s = 1.39s$, $Tr = 0.76s$, y $g = 1$

(b) $\tau = 0.095s$, $T_s = 0.38s$, $Tr = 0.2s$, y $g = 4$

Ir a la solución 3B-1

Solución 3B-2

(a) $p_z = 0.67s^{-1}$, $G_a(z) = \dfrac{0.32}{z - 0.67z^{-1}}$ y $T_r = 0.55s$

(b) $p_z = 0.41s^{-1}$, $G_b(z) = \dfrac{2.92}{z - 0.41z^{-1}}$ y $T_s = 0.45s$

Ir a la solución 3B-2

Solución 3B-3

(a)

1. $pz_1 = 0.5$, $pz_2 = 0.25$
2. $ps_1 = -6.9\mathrm{s}^{-1}$, $ps_2 = -13.8\mathrm{s}^{-1}$
3. $x(t) = k_0 + k_1e^{-6.9t} - k_2e^{-13.8t}$
4. $\omega_n = 9.8$, $\zeta = 1.06$
5. Sobre-amortiguado

(b)

1. $pz_1 = 0.4$, $pz_2 = 0.4$
2. $ps_1 = -9.1\mathrm{s}^{-1}$, $ps_2 = -9.1\mathrm{s}^{-1}$
3. $x(t) = k_0 + k_1e^{-9.1t} - k_2te^{-9.1t}$
4. $\omega_n = 9.1$, $\zeta = 1$
5. Amortiguado críticamente

(c)

1. $pz_{1,2} = 0.8 \pm j0.17$
2. $ps_{1,2} = -2 \pm j2.13\mathrm{s}^{-1}$
3. $x(t) = k_0 + k_1 e^{-2t} cos(2.1t + \phi_1)$
4. $\omega_n = 2.92$, $\zeta = 0.68$
5. Sub-amortiguado

(d)

1. $pz_{1,2} = \pm j0.2$
2. $ps_{1,2} = \pm 2\mathrm{s}^{-1}$
3. $x(t) = k_0 + k_1 cos(2t + \phi_1)$
4. $\omega_n = 2$, $\zeta = 0$
5. No amortiguado

Ir a la solución 3B-3

Solución 3B-4

(a)

1. $\omega_n = 4.9\,\mathrm{rad/s}$, $\zeta = 0.72$
2. $\sigma_d = 3.56\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_d = 3.39\,\mathrm{rad/s}$
3. $T_p = 0.92\,\mathrm{s}$, $T_s = 1.12\,\mathrm{s}$, $OS\,\% = 3.69\,\%$

(b)

1. $\omega_n = 3.05\,\mathrm{rad/s}$, $\zeta = 0.49$
2. $\sigma_d = 1.50\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_d = 2.65\,\mathrm{rad/s}$
3. $T_p = 1.18\,\mathrm{s}$, $T_s = 2.65\,\mathrm{s}$, $OS\,\% = 16.88\,\%$

Ir a la solución 3B-4

Solución 3B-5

1. $G(z) = \dfrac{0.11z}{z^2 - 1.41z + 0.52}$
2. $G(z) = \dfrac{0.26z}{z^2 - 1.41z + 0.54}$
3. $G(z) = \dfrac{0.13z}{z^2 - 1.54s + 0.67}$

Ir a la solución 3B-5

Tema 4

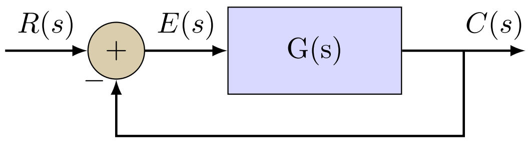
Error en estado estacionario

***

A. Sistemas continuos

Ejercicio 4A-1

Dado el siguiente sistema realimentado, calcule, utilizando los métodos que se enumeran, el error en estado estacionario debido a las entradas escalón ($r(t)=u(t)$), rampa ($r(t)=tu(t)$) y parábola ($r(t)=\frac{1}{2}t^2u(t)$) para las funciones de transferencia de $G(s)$ indicadas e identifique de qué tipo de sistema se trata.



(a) $G(s)=\dfrac{10}{s+10}$ (b) $G(s)=\dfrac{5(s+2)}{s(s+10)}$ (c) $G(s)=\dfrac{0.5(s+0.25)}{s^2(s+1)}$

1. Realice analíticamente el cálculo utilizando la expresión general del error en estado estacionario: $e_s(\infty)=\lim_{s\to 0}\frac{s\cdot R(s)}{1+G(s)}$.

2. Realice analíticamente el cálculo de las constantes de posición, K_p, velocidad, K_v, y aceleración, K_a, y aplique las fórmulas del error en estado estacionario en función de dichas constantes.

3. Use Matlab para obtener la expresión de la función de transferencia del sistema realimentado, $G_{fb}(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$, represente gráficamente la respuesta temporal y mida el error en estado estacionario.

Ir a la solución 4A-1

Ejercicio 4A-2

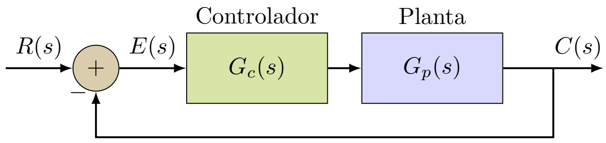
Dado el sistema realimentado del Ejercicio 4A-1, calcule, utilizando los métodos que se enumeran, el error en estado estacionario debido a las entradas escalón ($r(t)$=$10u(t)$), rampa ($r(t)$=$10tu(t)$) y parábola ($r(t)$=$5t^2u(t)$) para las funciones de transferencia de $G(s)$ indicadas.

1. Realice analíticamente el cálculo utilizando la expresión general del error en estado estacionario: $e_s(\infty)=\lim_{s\to 0} \frac{s\cdot R(s)}{1+G(s)}$.
2. Deduzca cómo se han de modificar las fórmulas del error en estado estacionario en función de las constantes de posición, K_p, velocidad, K_v, y aceleración, K_a, para el caso de entradas escalón, rampa y aceleración no normalizadas. Realice analíticamente el cálculo de las constantes K_p, K_v y K_a, y aplique las fórmulas del error en estado estacionario en función de dichas constantes obtenida con anterioridad.
3. Use Matlab para obtener la expresión de la función de transferencia del sistema realimentado, $G_{fb}(s)$=$\frac{C(s)}{R(s)}$, represente gráficamente la respuesta temporal y mida el error en estado estacionario.

Ir a la solución 4A-2

Ejercicio 4A-3

Dado el siguiente sistema realimentado que contiene un controlador, $G_c(s)$, y una planta, $G_p(s) = \frac{24(s+1)}{(s+4)(s+2)}$, indique cual será la función de transferencia del controlador para que el sistema realimentado cumpla las especificaciones enumeradas a continuación. Posteriormente, compruebe el resultado modelando el sistema con Matlab y midiendo el error en estado estacionario.

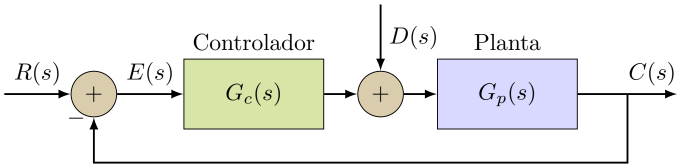


1. Sistema de tipo 0 con error en estado estacionario del 10 %.
2. Sistema de tipo 1 con error en estado estacionario del 10 %.

Ir a la solución 4A-3

Ejercicio 4A-4

Dado el siguiente modelo de sistema realimentado con perturbación que contiene un controlador, $G_c(s)$, y una planta, $G_p(s)$,

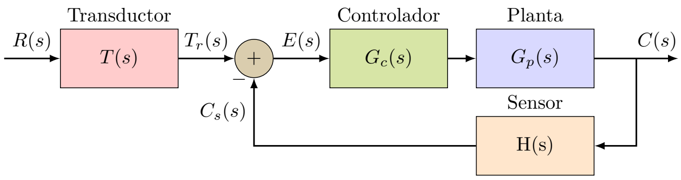


en el que $G_c(s)=\dfrac{10(s+1)}{s}$ y $G_p(s)=\dfrac{10}{s+10}$.

1. Escriba la expresión del error $E(s)=R(s)-C(s)$ en función de $G_c(s)$, $G_p(s)$, $R(s)$ y $D(s)$. Para ello, 1°) obtenga la función de transferencia $G_{fb}(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$ en función de G_c y G_p suponiendo que $D(s)=0$; 2°) obtenga la función de transferencia $G_{fd}(s)=\frac{C(s)}{D(s)}$ en función de $G_c(s)$ y $G_p(s)$ suponiendo que $R(s)=0$; y 3°) escriba la expresión de $C(s)$ en función de $G_c(s)$, $G_p(s)$, $R(s)$ y $D(s)$ aplicando el principio de superposición.
2. Calcule el error en estado estacionario con entrada escalón unidad, $r(t)=u(t)$.
3. Calcule el error en estado estacionario debido al escalón unidad en la perturbación, $d(t)=u(t)$.
4. Calcule el error en estado estacionario con entrada rampa, $r(t)=tu(t)$.
5. Calcule el error en estado estacionario debido a una rampa en la perturbación, $d(t)=tu(t)$.

Ejercicio 4A-5

Dado el siguiente modelo de sistema realimentado:



donde $G_c(s) = \dfrac{s+1}{s}$, $G_p(s) = \dfrac{1}{s+4}$, $T(s) = 4$ y $H(s) = \dfrac{40}{s+10}$.

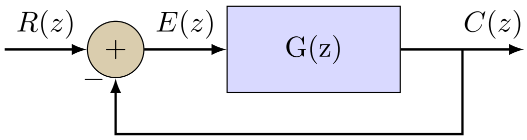
1. Obtenga el modelo equivalente con realimentación unitaria.
2. Indique de qué tipo es el sistema y calcule su error en estado estacionario.

Ir a la solución 4A-5

B. Sistemas discretos

Ejercicio 4B-1

Dado el siguiente sistema discreto realimentado cuyo periodo de muestreo es T_m=0.1s, calcule, utilizando los métodos que se enumeran, el error en estado estacionario debido a las entradas escalón ($r(t)$=$u(t)$), rampa ($r(t)$=$tu(t)$) y parábola ($r(t)$=$\frac{1}{2}t^2u(t)$) para las funciones de transferencia de $G(z)$ indicadas e identifique de qué tipo de sistema se trata.



(a) $G(z)=\dfrac{2z}{(z-0.5)(z-0.75)}$ (b) $G(z)=\dfrac{0.5(z-0.8)}{(z-0.25)(z-1)}$ (c) $G(z)=\dfrac{(z-0.7)^2}{(z-1)^2(z-0.5)}$

1. Realice analíticamente el cálculo utilizando la expresión general del error en estado estacionario: $e_s(\infty)=\lim_{z\to 1}\frac{(1-z^{-1})\cdot R(z)}{1+G(z)}$.
2. Realice analíticamente el cálculo de las constantes de posición, K_p, velocidad, K_v, y aceleración, K_a, y aplique las fórmulas del error en estado estacionario en función de dichas constantes.
3. Use Matlab para obtener la expresión de la función de transferencia del sistema realimentado, $T(s)$=$\frac{C(s)}{R(s)}$, represente gráficamente la respuesta temporal y mida el error en estado estacionario.

Ir a la solución 4B-1

Ejercicio 4B-2

Dado el sistema discreto realimentado del Ejercicio 4B-1 cuyo periodo de muestreo es T_m=0.1s, calcule, utilizando los métodos que se enumeran, el error en estado estacionario debido a las entradas escalón ($r(t)$=$10u(t)$), rampa ($r(t)$=$10tu(t)$) y parábola ($r(t)$=$5t^2u(t)$) para las funciones de transferencia de $G(z)$ indicadas.

1. Realice analíticamente el cálculo utilizando la expresión general del error en estado estacionario: $e_s(\infty)=\lim_{z\to 1}\frac{(1-z^{-1})\cdot R(z)}{1+G(z)}$.
2. Deduzca cómo se han de modificar las fórmulas del error en estado estacionario en función de las constantes de posición, K_p, velocidad, K_v, y aceleración, K_a, para el caso de entradas escalón, rampa y aceleración no normalizadas. Realice analíticamente el cálculo de las constantes K_p, K_v y K_a, y aplique las fórmulas del error en estado estacionario en función de dichas constantes obtenida con anterioridad.
3. Use Matlab para obtener la expresión de la función de transferencia del sistema realimentado, $G_{fb}(z)$=$\frac{C(z)}{R(z)}$, represente gráficamente la respuesta temporal y mida el error en estado estacionario.

Ir a la solución 4B-2

Ejercicio 4B-3

Dado el siguiente sistema discreto realimentado unitariamente como el del Ejercicio 4B-1, cuyo periodo de muestreo es T_m=0.1s y con las siguientes funciones de transferencia $G(z)$ en la línea directa.

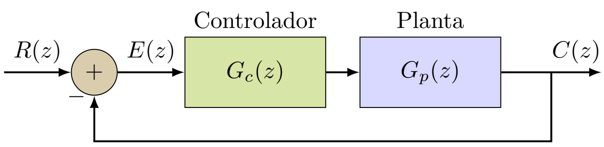
(a) $G(z)=\frac{0.1z}{z^2-1.5z+0.5}$ (b) $G(z)=\frac{5(z-0.8)}{z^2-1.25z+0.25}$ (c) $G(z)=\frac{z^2-1.2z+0.36}{z^3-2.5z^2+2z-0.5}$

1. Obtenga los polos de $G(z)$ y del sistema realimentado, $G_{fb}(z)=\frac{C(z)}{R(z)}$, indique si el sistema es estable o inestable y si es estable deduzca el tipo de sistema.
2. Calcule la constante correspondiente al tipo de sistema y obtenga el error en estacionario relacionado con dicha constante.
3. Use Matlab para representar gráficamente la respuesta temporal y medir el error en estado estacionario.

Ir a la solución 4B-3

Ejercicio 4B-4

Dado el siguiente sistema discreto realimentado muestrado a T_m=0.1s, que contiene un controlador, $G_c(z)$, y una planta, $G_p(z) = \frac{0.4z}{z-0.8}$, indique cual será la función de transferencia del controlador para que el sistema realimentado cumpla las especificaciones enumeradas a continuación. Posteriormente, compruebe el resultado modelando el sistema con Matlab y midiendo el error en estado estacionario.

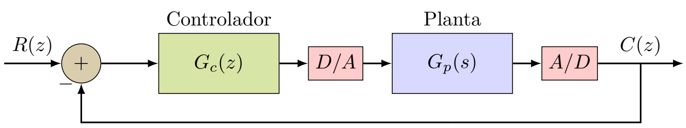


1. Sistema de tipo 0 con error en estado estacionario del 10 %.
2. Sistema de tipo 1 con error en estado estacionario del 10 %.

Ir a la solución 4B-4

Ejercicio 4B-5

El siguiente sistema realimentado contiene un controlador discreto, $G_c(z)=\frac{K(z-0.9)}{z-1}$, y una planta, cuya función de transferencia en el dominio continuo es $G_p(s)=\frac{10}{s(s+4)}$. El periodo de muestreo del sistema es de T_m=0.1s.



1. Calcule el valor de la constante K del controlador para que el sistema sea de tipo 2 con un error en estado estacionario del 10 %.
2. Modele el sistema con Matlab y compruebe el resultado mediante simulación.

Ir a la solución 4B-5

C. Soluciones

Solución 4A-1

(a) Sistema tipo 0

K_p=1; $e_s(\infty)$=0.5

K_v=0; $e_s(\infty)$=∞

K_a=0; $e_s(\infty)$=∞

(b) Sistema tipo 1

K_p=∞; $e_s(\infty)$=0

K_v=1; $e_s(\infty)$=1

K_a=0; $e_s(\infty)$=∞

(c) Sistema tipo 2

K_p=∞; $e_s(\infty)$=0

K_v=∞; $e_s(\infty)$=0

K_a=0.125; $e_s(\infty)$=8

Ir a la solución 4A-1

Solución 4A-2

(a) Sistema tipo 0

K_p=1; $e_s(\infty)$=5

K_v=0; $e_s(\infty)$=∞

K_a=0; $e_s(\infty)$=∞

(b) Sistema tipo 1

K_p=∞; $e_s(\infty)$=0

K_v=1; $e_s(\infty)$=10

K_a=0; $e_s(\infty)$=∞

(c) Sistema tipo 2

K_p=∞; $e_s(\infty)$=0

K_v=∞; $e_s(\infty)$=0

K_a=0.125; $e_s(\infty)$=80

Ir a la solución 4A-2

Solución 4A-3

1. $G_c(s) = 3$
2. $G_c(s) = \dfrac{10}{3s}$

Ir a la solución 4A-3

Solución 4A-5

1. $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{4s^2+44s+40}{s^3+10s^2+36s}$
2. Sistema tipo 1. $e_{rampa}(\infty)$=0.9

Ir a la solución 4A-5

Solución 4B-1

(a) Sistema tipo 0

(b) Sistema tipo 1

(c) Sistema tipo 2

K_p=16; $e_s(\infty)$=0.059	K_p=∞; $e_s(\infty)$=0	K_p=∞; $e_s(\infty)$=0
K_v=0; $e_s(\infty)$=∞	K_v=1.13; $e_s(\infty)$=0.75	K_v=∞; $e_s(\infty)$=0
K_a=0; $e_s(\infty)$=∞	K_a=0; $e_s(\infty)$=∞	K_a=18; $e_s(\infty)$=0.056

Ir a la solución 4B-1

Solución 4B-2

(a) Sistema tipo 0	(b) Sistema tipo 1	(c) Sistema tipo 2
K_p=16; $e_s(\infty)$=0.59	K_p=∞; $e_s(\infty)$=0	K_p=∞; $e_s(\infty)$=0
K_v=0; $e_s(\infty)$=∞	K_v=1.13; $e_s(\infty)$=7.5	K_v=∞; $e_s(\infty)$=0
K_a=0; $e_s(\infty)$=∞	K_a=0; $e_s(\infty)$=∞	K_a=18; $e_s(\infty)$=0.56

Ir a la solución 4B-2

Solución 4B-3

	(a) Sist. tipo 1 estable	(b) Sist. inestable	(c) Sist. tipo 2 estable
Polos G:	p'_1=1, p'_2=0.5	p'_1=1, p'_2=0.25	p'_1=1, p'_2=1, p'_3=0.5
Polos G_{fb}:	$p_{1,2}$=$0.75 \pm j0.1$	p_1=-4.57, p_2=0.82	$p_{1,2}$=0.57$\pm j$0.25, p_3=0.35
	K_v=2; $e_s(\infty)$=0.5	—	K_a=31.99; $e_s(\infty)$=0.031

Ir a la solución 4B-3

Solución 4B-4

1. Gz=4.5
2. Gz=$\dfrac{0.5z}{z-1}$

Ir a la solución 4B-4

Solución 4B-5

1. K=4

Ir a la solución 4B-5

Tema 5

Diseño de controladores

***

A. Sistemas continuos

Ejercicio 5A-1

Dadas las siguientes funciones en el dominio de Laplace:

(a) $G(s) = \dfrac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$ (b) $G(s) = \dfrac{5(s+1)(s+3)}{s^2(s+4)}$ (c) $G(s) = \dfrac{5s^2+5s}{s^3+4s^2+6s+4}$

1. Obtenga el módulo y fase en el punto $s=-2+j3$ utilizando el método de representación vectorial explicado en el Tema 5, en el que se evalúa la contribución de cada cero y cada polo en el módulo y la fase de la función.
2. Compruebe el resultado obtenido utilizando las funciones de Matlab **abs** y **angle** para obtener directamente el módulo y el ángulo de la función en el punto indicado.

Ir a la solución 5A-1

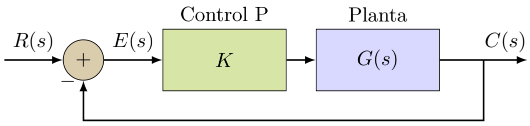
Ejercicio 5A-2

Dadas las funciones de transferencia indicadas en el Ejercicio 5A-1.

1. Esboce el lugar de las raíces aplicando las reglas de dibujo explicadas en el Tema 5.
2. Utilice la función de Matlab **rlocus** para comprobar si ha aplicado correctamente las reglas.

Ejercicio 5A-3

Dado el siguiente sistema realimentado que incluye un controlador proporcional y una planta, cuya función de transferencia se indica a continuación.

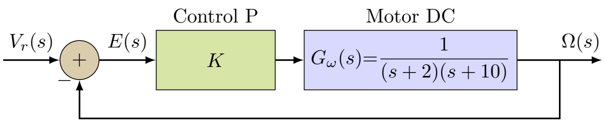


(a) $G(s)=\frac{2}{s+2}$ (b) $G(s)=\frac{10}{(s+1)(s+10)}$ (c) $G(s)=\frac{1000}{(s+10)(s+20)(s+22)}$

1. Utilice la función de Matlab **rlocus** para dibujar el lugar de las raíces del sistema.
2. Analice el resultado e indique las expresiones generales de las respuestas temporales que se obtendrían en función del valor de la ganancia, K, aplicada.
3. Represente con Matlab el diagrama de polos y ceros y la respuesta al escalón de dichos sistemas para un valor de K en cada zona del lugar de las raíces que genera una respuesta diferente. Compruebe que los polos pertenecen al lugar de las raíces.

Ejercicio 5A-4

Se desea diseñar el control de la velocidad de un motor de continua utilizando un controlador proporcional. A continuación se muestra el esquema del sistema y la función de transferencia del motor, $G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)}$, que relaciona la velocidad angular obtenida con el voltaje aplicado al motor.



Para cada una de las siguientes especificaciones sobre la respuesta del sistema:

(a) Sobreimpulso del 3 %.

(b) Tiempo de pico de 0.3s.

(c) Error en estado estacionario del 5 %.

(d) Tiempo de establecimiento de 0.5s.

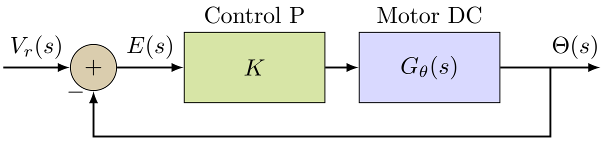
(e) Sobreimpulso del 3 % y error en estado estacionario del 5 %.

1. Obtenga el valor de la constante de proporcionalidad, K, para que el controlador cumpla la especificación.
2. Estime el valor del tiempo de establecimiento, tiempo de pico, del porcentaje de sobreimpulso y el error en estado estacionario.
3. Represente la respuesta al escalón, mida los parámetros anteriores y el tiempo de subida y analice si son similares a los valores estimados.

Ir a la solución 5A-4

Ejercicio 5A-5

Matlab Se desea diseñar el control de la posición de un motor de continua utilizando un controlador proporcional. A continuación se muestra el esquema del sistema en el que la función de transferencia del motor, $G_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{V(s)}$, relaciona la posición angular obtenida con el voltaje aplicado al motor.



Deduzca, a partir de la función de transferencia $G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)}$ del Ejercicio 5A-5, la función de transferencia $G_\theta(s)$. Posteriormente, para cada una de las siguientes especificaciones sobre la respuesta del sistema:

(a) Sobreimpulso del 3 %.

(b) Tiempo de pico de $2s$.

(c) Error en estado estacionario del 20 %.

(d) Error en estado estacionario del 5 %.

1. Obtenga el valor de la constante de proporcionalidad, K, para que el controlador cumpla la especificación. Para las especificaciones de los casos (a) y (b) no lo resuelva analíticamente, sino que utilice Matlab y ayúdese de la representación gráfica del lugar de las raíces.

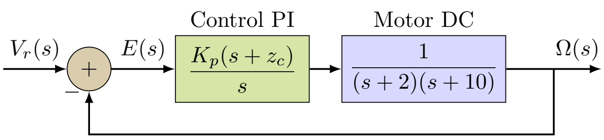
2. Indique si el sistema se puede aproximar por un sistema de 2° sub-amortiguado. En tal caso, estime el valor del tiempo de establecimiento, tiempo de pico, del porcentaje de sobreimpulso y el error en estado estacionario.

3. Represente la respuesta al escalón, mida los parámetros anteriores y el tiempo de subida y analice si son similares a los valores estimados.

Ir a la solución 5A-5

Ejercicio 5A-6

Matlab En este ejercicio se va a explorar la aplicación del control proporcional-integral (PI) al control de velocidad del motor de continua del ejercicio 5A-4, cuya función de transferencia, $G_\omega(s)=\frac{\Omega(s)}{V(s)}$, se muestra en el siguiente esquema. El punto de partida para realizar este estudio será el de un control proporcional con constante de proporcionalidad K_p=180.



1. Modele el sistema con control proporcional, obtenga sus polos, represente la respuesta al escalón, mida los parámetros que caracterizan la respuesta y rellene la tabla.

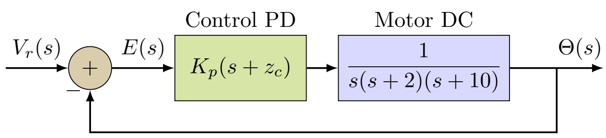
2. Modele el sistema con control proporcional-integral y para los valores de los ceros $s{=}-z_c{=}\{-0.5 \quad -1 \quad -1.5 \quad -2\}$, obtenga sus polos y ceros, represente la respuesta al escalón, mida los parámetros que caracterizan la respuesta y añádalos a la tabla.

3. Analice los resultados obtenidos e indique cuál cree que es el valor óptimo para la ubicación del cero del control PI.

Control	P	PI			
z_c	-	0.5	1	1.5	2
Ceros					
Polos					
e_s					
T_s					
T_p					
$OS\,\%$					
T_r					

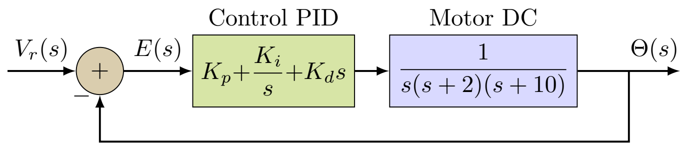
Ejercicio 5A-7

Matlab Diseñe el control de la posición angular de un motor de continua, cuya función de transferencia se muestra en el esquema, utilizando un controlador proporcional-derivativo (PD), para que el tiempo de establecimiento sea como máximo de $1.5s$ y el porcentaje de sobre-impulso no supere el $10\,\%$.



Ejercicio 5A-8

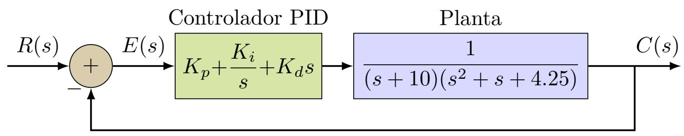
Matlab Diseñe el control de la posición angular de un motor de continua, cuya función de transferencia se muestra en el esquema, utilizando un controlador PID, para que el tiempo de establecimiento sea como máximo de $1.5s$, el porcentaje de sobre-impulso no supere el $10\,\%$ y el error en estado estacionario a la entrada rampa sea nulo.



1. Utilice la estrategia de aplicar primero un control PD y, posteriormente, el control PI y mida los parámetros de la respuesta obtenida.
2. Itere basándose en la estrategia anterior hasta alcanzar las prestaciones. Necesitará sobredimensionar las especificaciones de partida.
3. Calcule el valor de las constantes K_p, K_i y K_d a partir de los valores de los ceros del controlador obtenido y utilice la función de Matlab **pid** para modelar el sistema. Compruebe que se obtiene el mismo resultado.

Ejercicio 5A-9

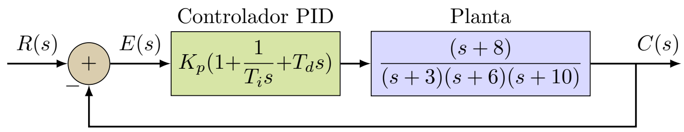
Matlab Dado el siguiente sistema realimentado:



1. Evalúe las prestaciones que se pueden obtener con un control proporcional.
2. Diseñe el controlador PID para que sus ceros cancelen los polos dominantes de la planta.
3. Obtenga los valores de K_p, K_i y K_d del controlador PID para que la respuesta al escalón tenga un porcentaje de sobreimpulso máximo del 2 %. Mida los parámetros temporales alcanzados de la respuesta al escalón.

Ejercicio 5A-10

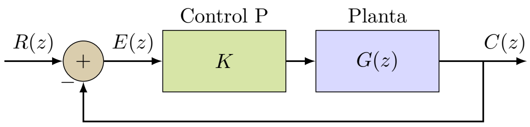
Matlab Dado el siguiente sistema realimentado, obtenga por prueba y error, mediante simulación, los parámetros K_p, T_i y T_d del controlador PID para que el tiempo de pico sea $Tp = 0.2s$ y el porcentaje de sobreimpulso del 20 %. Se recomienda empezar con cada acción de control por separado y evaluar el efecto que cada acción de control provoca sobre la respuesta del sistema.



B. Sistemas discretos

Ejercicio 5B-1

Dado el siguiente sistema discreto realimentado que incluye un controlador proporcional y una planta, cuya función de transferencia se indica a continuación y su periodo de muestreo es T_m=0.1s.

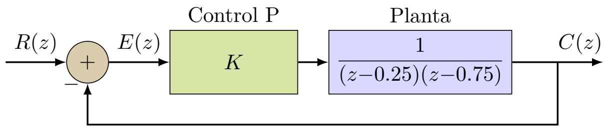


(a) $G(z)=\dfrac{1}{z-0.75}$ (b) $G(z)=\dfrac{1}{z^2-z+0.09}$ (c) $G(z)=\dfrac{z+0.75}{z^2-1.25z+0.375}$

1. Utilice la función de Matlab **rlocus** para dibujar el lugar de las raíces del sistema.
2. Analice el resultado e indique las expresiones generales de las respuestas temporales que se obtendrían en función del valor de la ganancia, K, aplicada.
3. Represente con Matlab el diagrama de polos y ceros y la respuesta al escalón de dichos sistemas para un valor de K en cada zona del lugar de las raíces que genera una respuesta diferente. Compruebe que los polos pertenecen al lugar de las raíces.

Ejercicio 5B-2

Matlab Dado el siguiente sistema de control realimentado en tiempo discreto, cuyo periodo de muestreo es T_m=0.1s, obtenga el valor de la constante de proporcionalidad, K, para que el controlador cumpla cada una de las siguientes especificaciones. Posteriormente, compruebe mediante simulación que se han cumplido.



1. Sobreimpulso del 1 %.
2. Tiempo de pico de 0.5s.
3. Error en estado estacionario del 25 %.
4. Tiempo de establecimiento de 1s.

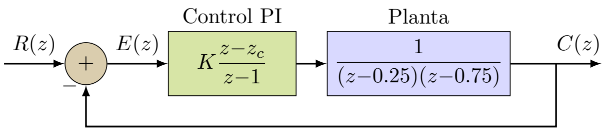
Ejercicio 5B-3

La función de transferencia de un controlador PI discreto es $G_{PI}(z)=K_p\left(1+\frac{T_m z}{T_i(z-1)}\right)$, donde K_p y T_i son las constantes de proporcionalidad y del tiempo de integración, respectivamente, y T_m el periodo de muestreo. Dicha función de transferencia también se puede expresar como $G_{PI}(z)=K\left(\frac{z-a}{z-1}\right)$, donde K es una contante y a es el cero de la función.

1. Obtenga la expresión de K y a en función de K_p, T_i y T_m.
2. Dibuje el diagrama de polos/ceros de $G_{PI}(z)$ (de la cuestión anterior). Marque con un línea las posibles posiciones del cero a e indique con flechas en qué sentido se mueve el cero al aumentar el parámetro T_i desde 0 a ∞.

Ejercicio 5B-4

Matlab En este ejercicio se pretende evaluar el efecto en la respuesta al escalón de un sistema discreto realimentado que incluye un controlador proporcional-integral (PI), modificando la posición del cero del controlador, z_c, y evaluando su respuesta al escalón. Suponga que el periodo de muestreo es T_m=0.1s.

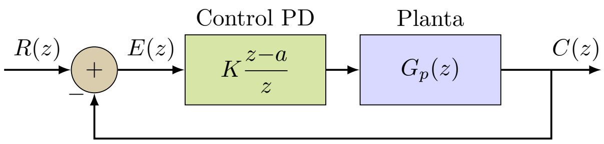


1. Obtenga el valor de la K para que la respuesta al escalón de un sistema con control únicamente proporcional tenga un ratio de amortiguamiento de ζ=0.7. Represente el lugar de las raíces, los polos y la respuesta al escalón.
2. Obtenga el valor de la K para que la respuesta al escalón del sistema con control PI y los valores de los ceros z_c=$\{0.95 \quad 0.85 \quad 0.75 \quad 0.65\}$ tenga un ratio de amortiguamiento de ζ=0.7. Represente el lugar de las raíces, los polos y la respuesta al escalón.
3. Repita los apartados anteriores para conseguir que la respuesta tenga un ratio de amortiguamiento de ζ=0.3.
4. Analice los resultados obtenidos e indique cuál cree que es el valor óptimo para la ubicación del cero del control PI en cada caso.

Ir a la solución 5B-4

Ejercicio 5B-5

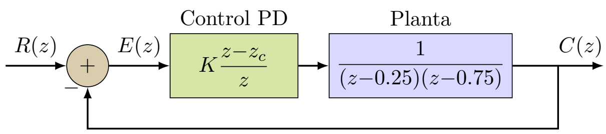
Dado el siguiente sistema discreto realimentado que incluye un controlador proporcional-derivativo, $G_{PD} = K\frac{z-a}{z}$, y la planta con función de transferencia $G_p(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-0.7)}$. Calcule el valor del cero, a, y la constante, K, del controlador PD para que el sistema realimentado tenga dos polos complejos conjugados en $z_{CL} = 0.39 \pm j0.17$. El periodo de muestreo del sistema es T_m=0.1s.



Ir a la solución 5B-5

Ejercicio 5B-6

Matlab Dado el siguiente sistema discreto realimentado que incluye un controlador proporcional-derivativo (PD) y cuyo periodo de muestreo es T_m=0.1s.



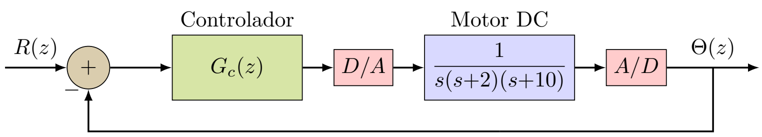
1. Suponga que el controlador es únicamente proporcional y obtenga el valor de K para que su respuesta tenga un ratio de amortiguamiento de ζ=0.7. Represente el lugar de las raíces, los polos y la respuesta al escalón.

2. Calcule el valor del cero, z_c, y la constante, K, del controlador PD para que el sistema tenga dos polos complejos conjugados en el punto con ratio de amortiguamiento ζ=0.7 y frecuencia natural ω_n=0.4π rad. Compruebe el resultado representando el lugar de las raíces, los polos y la respuesta al escalón.

Ir a la solución 5B-6

Ejercicio 5B-7

Matlab Diseñe el controlador en el dominio discreto, $G_c(z)$, para realizar el control de posición de un motor DC. La función de transferencia que relaciona el voltaje aplicado y la posición angular se muestra en el esquema. Deberá optimizar el controlador para conseguir el tiempo de establecimiento posible con un porcentaje de sobre-impulso menor al 2 %.

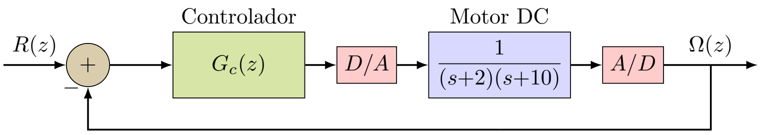


1. El periodo de muestreo del sistema es T_m=0.1s.

2. El periodo de muestreo del sistema es T_m=0.01s.

Ejercicio 5B-8

Matlab Utilizando los métodos que se enumeran posteriormente, diseñe el controlador proporcional, integral y derivativo (PID) en el dominio discreto, $G_c(z)$, para realizar el control de velocidad de un motor DC. La función de transferencia que relaciona el voltaje aplicado y la velocidad angular se muestra en el esquema. El controlador debe conseguir que la respuesta al escalón tenga un error en estado estacionario nulo, un tiempo de establecimiento menor o igual a 0.5s y un ratio de amortiguamiento mínimo de ζ=0.7. El periodo de muestreo del sistema es de T_m=0.1s.



1. Método del diseño independiente de las acciones de control, empezando por la acción PI y después la PD.
2. Método del diseño independiente de las acciones de control, empezando por la acción PD y después la PI.
3. Método de diseño empírico.

C. Soluciones

Solución 5A-1

(a) $0.26\angle-90°$ (b) $1.07\angle-123.7°$ (c) $2.06\angle-78.5°$

Ir a la solución 5A-1

Solución 5A-4

(a) K=45, T_s=0.67s, T_p=0.58s, $OS\,\%$=3 % y $e_s(\infty)$=0.31

(b) K=125.5, T_s=0.67s, T_p=0.30s, $OS\,\%$=16.5 % y $e_s(\infty)$=0.14

(c) K=380, T_s=0.67s, T_p=0.16s, $OS\,\%$=37.1 % y $e_s(\infty)$=0.05

(d) No se puede alcanzar esta especificación

(e) No se puede alcanzar esta especificación

Ir a la solución 5A-4

Solución 5A-5

(a) K=14.5, T_s=4.3s, T_p=4s, $OS\,\%$=2.3 % y $e_s(\infty)$=1.3

(b) K=30.5, T_s=4.8s, T_p=2s, $OS\,\%$=17.6 % y $e_s(\infty)$=10.7

(c) K=100, T_s=8s, T_p=1s, $OS\,\%$=59.2 % y $e_s(\infty)$=0.2

(d) No se puede alcanzar esta especificación

Ir a la solución 5A-5

Solución 5B-3

1. K=0.16 para ζ=0.7; K=0.40 para ζ=0.3;
2. K=\{0.16 0.20 0.22 0.11\}
3. K=\{0.40 0.40 0.40 0.33\}

Ir a la solución 5B-3

Solución 5B-4

1. K=0.158
2. z_c=0.35; K=0.23

Ir a la solución 5B-4

Solución 5B-5

a=0.32; K=0.92; Ver solución en la presentación del Tema 5 p. 45.

Ir a la solución 5B-5

Solución 5B-6

1. K=0.158;
2. z_c=0.35; K=0.23

Ir a la solución 5B-6

Parte II

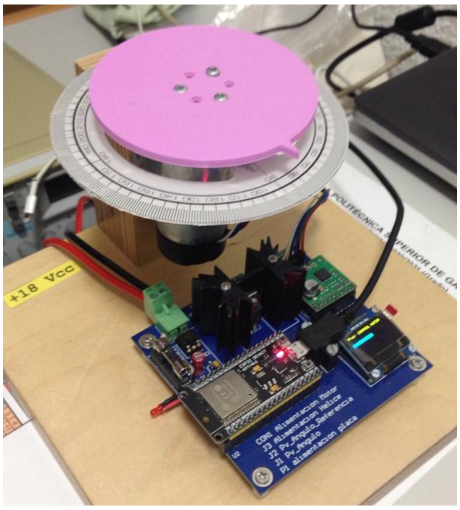
Prácticas

Práctica 1

Implementación de un controlador

***

El **objetivo** de esta práctica es implementar un controlador digital en un microcontrolador ESP32 para realizar el control de la velocidad de rotación de un motor de DC. La practica se realizará en en un máximo de 4 sesiones. Por otro lado, el programa que se desarrolle en esta práctica servirá como base para realizar algunas de las prácticas posteriores.



En cada sesión se irán implementando diferentes partes del controlador. Concretamente, la práctica se divide en 4 partes:

- Decodificación del encoder.

- Excitación del motor con PWM.
- Medida del ángulo y velocidad de giro.
- Implementación de 2 controladores básicos: control directo y realimentado.

Para comenzar la práctica hay que descargarse el fichero P1.zip (disponible en PoliformaT en \Recursos\Prácticas) y extraerlo en un directorio del PC en el que realizará la práctica. Dicho fichero se utilizará para escribir el programa que se realizará a lo largo de las 4 sesiones. Se ejecutará con el entorno de Arduino.

En cada sección se describirán las acciones que hay que programar. Además, se han añadido unos cuadros en los que se concretarán dichas acciones separados por la ubicación en la que se deben programar dentro del programa: tareas, funciones, en el setup o fuera del setup.

En la cabecera del programa están definidos parámetros para posibilitar la activación de sus diferentes partes. Por ejemplo, si no está comentado "*#define* ACTIVA_P1X" esto permitirá que el compilador compile el código que está escrito entre las directivas *#ifdef ACTIVA_P1X...#endif*. En el cuadro mostrado a continuación se ilustra su funcionamiento.

Directivas del compilador: #ifdef y #endif

```
// Declaración de parámetro
#define ACTIVA_P1X

  ...

// Programa
#ifdef ACTIVA_P1X

   // Código a compilar si ACTIVA_P1X está definida

#endif
```

A. Decodificación del "encoder"

En la figura 1.1 se muestra el esquema del encoder y las formas de onda que genera. Este encoder está ubicado en el eje del motor y nos permitirá medir su velocidad de giro o el ángulo girado relativo a su posición (ángulo) inicial. Para realizar dichas medidas es necesario decodificar las formas de onda de las salidas A y B, que nos darán la información del número y sentido de giros realizados. Las salidas A y B del "encoder" están conectadas a los pines 35 y 34 del ESP32, respectivamente.

En esta tarea se tiene que realizar un programa que detecte los giros del encoder y su sentido: incrementará un contador indicando el número de giros realizados; si se cambia el sentido de giro el contador decrementará. El valor de dicho contador se mostrará a través del monitor serie y nos permitirá verificar si el programa funciona correctamente: el incremento/decremento del contador siempre debe ser de una unidad, de esa forma sabremos que el decodificador detecta correctamente todos los cambios de fase.

A.1. Programa para la decodificación del encoder

Para realizar esta tarea hay que descomentar los parámetros $ACTIVA\_P1A$ y $DEBUG\_P1A$.

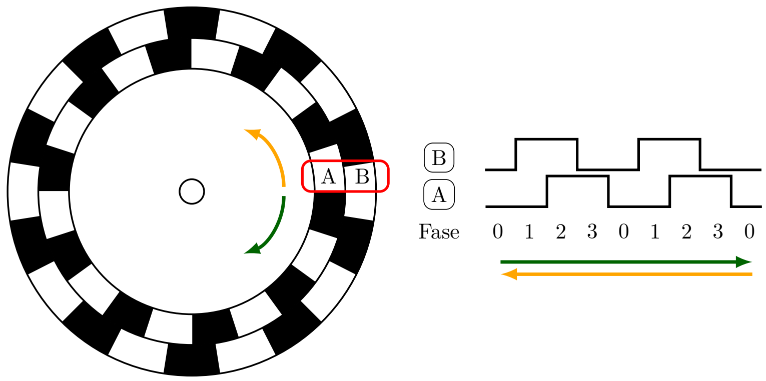


Figura 1.1: "Quadrature Encoder".

El esquema del software que hay que implementar se muestra en la figura 1.2. Está formado por la rutina de atención a las interrupciones procedentes de los pines A y B (**ISR_enc**), una tarea (**task_enc**) y una cola (**cola_enc**). La rutina **ISR_enc** detecta los cambios en las entradas A y B y le asigna un valor numérico al código detectado y lo envía a la tarea **task_enc** a través de la cola. La tarea **task_enc** se activa cuando detecta un dato nuevo en la cola, realiza la decodificación del encoder e incrementa/decrementa un contador que indica el número de giros realizados y, finalmente, envía dicho valor al puerto serie para visualizarlo mediante el monitor serie. Para que el código quede más estructurado, las instrucciones de configuración del encoder se programarán en una función y, posteriormente, dicha función se ejecutará en el **setup**. Las acciones concretas que hay que programar se detallan a continuación.

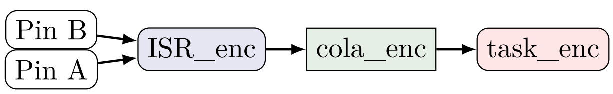


Figura 1.2: Esquema SW de decodificador del "encoder".

Fuera del **setup**:

- Descomentar #define ACTIVA_P1A y #define DEBUG_P1A.
- Declarar el objeto **cola_enc** (tipo *xQueueHandle*).
- Declarar la variable global "ang_enc" de tipo *int32_t*.
- Declarar la función **config_enc**.
- Escribir la función **config_enc**.

Configuración **setup**:

- Crear cola **cola_enc** (función *xQueueCreate*). Configurarla con un tamaño de 1024 mensajes.
- Crear tarea **task_enc** (función *xTaskCreate*). Configurarla con un tamaño de la pila de 2048 *words*.
- Llamar a la función **config_enc** .

Función **config_enc**:

- Configurar pines A y B como entrada (función *pinMode*)
- Configurar interrupciones para los pines A y B (función *attachInterrupt*).

Rutina **ISR_enc**:

- Leer los valores de los pines A y B (usar la función *digitalRead*).
- Combinar los valores leídos para obtener el valor decimal correspondiente a los valores binarios A-B (utilice el tipo *uint8_t*).
- Envíar el valor obtenido a la cola.

Tarea **task_enc**:

- Se activa al recibir datos de la cola **cola_enc**.
- Codificar la fase del encoder a partir del valor recibido desde la cola.
- Calcular el incremento o decremento de fase y actualizar la variable global “ang_cnt” (de tipo *int32_t*) en la que se acumule el número de incrementos o decrementos realizados.
- En la zona de compilación de DEBUG_P1A, envíar al monitor serie el valor de dicha variable.

A.2. Comprobación del funcionamiento del decodificador

Para comprobar el funcionamiento del programa deberá ejecutarlo en el ESP32.

- Gire manualmente el panel circular adaptado al eje del motor y compruebe que en el monitor serie siempre aparece una secuencia de números consecutivos que se incrementan o decrementan dependiendo de si el giro se produce hacia la derecha o izquierda, sin saltarse ningún valor de la secuencia.
- Fije el apuntador del panel circular en el ángulo 0º y realice un reset del microcontrolador. Una vez esté operativo de nuevo gire completamente (360º) el panel y vuelva a fijarlo en 0º.

Compruebe que un giro completo corresponde a 1200 giros del encoder.

NOTA: Número de pasos para que el eje del motor de una vuelta completa

- El factor de reducción del engranaje del motor es de 18.75, es decir, para cada vuelta completa que dé el eje, el motor tiene que dar 18.75 vueltas.
- El factor multiplicativo del encoder es de 64, es decir, para cada vuelta del motor el encoder genera 64 pasos.
- El número de pasos por vuelta del eje es $18.75 \times 64 = 1200$ pasos.

B. Excitación del motor

Para realizar esta tarea hay que descomentar el parámetro ACTIVA_P1B1 y comentar DEBUG_P1A.

En esta tarea se va a completar el programa para excitar el motor a partir de valores de tensión que se introducirán al microcontrolador a través del puerto serie. Para excitar el motor es necesario configurar el controlador PWM del ESP32.

B.1. Introducción de datos vía puerto serie

Para posibilitar la introducción de los valores del voltaje aplicado al motor se va a realizar una tarea, denominada **task_config**, que se actualizará automáticamente cada 0.1 segundos mediante el uso de la función *vTaskDelay*.

El procedimiento a seguir para el envío del valor del voltaje será el escribir en el puerto serie, a través del monitor serie, el carácter "V" seguido del valor del voltaje deseado. En la tarea **task_config** se programará la detección de dicho carácter y la recepción del valor, que será de tipo *float*. Una vez recibido dicho valor se escribirá de nuevo en el puerto serie, con el fin de constatar que ha sido bien recibido. A continuación se concreta el código que debe realizarse.

Tarea **task_config**:

- Detectar si se ha enviado el carácter "V" por el puerto serie y en ese caso:
  - guardar el valor (*float*) que se envía a continuación en la variable global "pwm_volt"
  - y escribir dicho valor en el puerto serie (con el mensaje "Voltaje motor = ") para comprobar que se ha recibido correctamente.
- Bloquear la tarea durante 0.1 segundos (función *vTaskDelay*).

Configuración **setup**:

- Crear tarea **task_config** (función *xTaskCreate*). Configurarla con un tamaño de la pila de 2048 *words*.

Fuera del **setup**:

- Descomentar #define ACTIVA_P1B1 y comentar #define DEBUG_P1A.
- Declarar la variable global pwm_volt de tipo *float*.

B.2. Configuración del PWM y controlador TB9051FTG

Para realizar esta tarea hay que descomentar el parámetro ACTIVA_P1B2.

El motor se excita desde el microcontrolador ESP32 a través del chip TB9051FTG, que incluye un puente en H para suministrar la corriente que requiere el motor. Este dispositivo está conectado al ESP32 a través de los pines EN, PWM1 y PWM2 (pines 32, 16 y 17, respectivamente). Al pin EN se le ha de aplicar la señal PWM con la que se controlará la magnitud de la velocidad de giro. Las entradas PWM1 y PWM2 sirven para controlar el sentido de giro: con PWM1=H y PWM2=L el motor gira en sentido horario y con PWM1=L y PWM2=H en sentido antihorario.

En esta tarea se tienen que escribir las instrucciones para configurar los pines PWM1 y PWM2 y el controlador PWM para que use el canal PWM 0, genere una señal PWM de frecuencia a 100 Hz y la resolución para controlar su ciclo de trabajo sea de 8 bits. Estas acciones se programarán en la función config_PWM y, después, dicha función se ejecutará en el **setup**. A continuación se detallan las acciones a realizar.

Configuración **setup**:

- Llamar a la función **config_PWM**.

Fuera del **setup**:

- Descomentar #define ACTIVA_P1B2.
- Declarar variables y constantes necesarias para la configuración del PWM (están incluidas bajo los comentarios "//Configuración PWM" y "//Pines driver motor") .
- Declarar la función **config_PWM**.
- Escribir la función **config_PWM**.

Función **config_PWM**:

- Configurar pines PWM1 y PWM2 como salidas (función *pinMode*).
- Configurar el canal PWM, su frecuencia y resolución (función **ledcSetup**).
- Asignar el canal 0 del controlador de PWM al pin EN (función *ledcAttachPin*).

B.3. Función para excitar el motor I

Para realizar esta tarea hay que descomentar el parámetro ACTIVA_P1B3.

Una vez realizada la configuración del controlador PWM se va a desarrollar una función, denominada task_loopcontr, para excitar el motor y se comprobará su funcionamiento.

La velocidad de giro del motor depende del voltaje que se le aplique. En el caso del motor de esta práctica el voltaje máximo que se le puede aplicar es de 12 V. Por tanto, a partir del valor del voltaje pwm_volt, introducido a través del puerto serie, es necesario convertirlo a un valor entero (pwm_motor) con el que se configure el ciclo de trabajo de la señal PWM. En este caso, debido a los 8 bits de resolución del controlador PWM, el valor de la variable pwm_volt deberá estar entre 0 y 255, siendo 255 el valor que corresponde con la aplicación de los 12 V.

La función a desarrollar deberá configurar los pines PWM1 y PWM2 del controlador del motor para que éste gire en el sentido correcto, realizar la conversión al valor entero antes mencionada y aplicar dicho valor para configurar la señal PWM. Esta función se ejecutará desde una nueva tarea, denominada task_loopcon, que constituye el lazo principal del controlador: en dicha tarea se programarán las acciones de control motor.

Para probar el correcto funcionamiento de la función se tendrá que enviar varios valores de voltajes a través del monitor serie y comprobar que la velocidad del motor aumenta al aumentar el valor del voltaje y cambia el sentido de giro al cambiar el signo del voltaje.

Función **excita_motor**:

- Argumento de entrada a la función: *v_motor* de tipo *float*.
- Configurar PWM1 y PWM2 para fijar el sentido de giro del motor.
- Calcular el valor entero (entre 0 y 255) a introducir en el controlador PWM (variable pwm_motor) a partir del argumento de entrada a la función.
- Excitar el motor con el nuevo valor del PWM (función *ledcWrite*).

Tarea **task_loopcontr**:

- Ejecutar función excita_motor para que aplique el voltaje pwm_volt.
- Bloquear la tarea durante 0.01 segundos utilizando el parámetro BLOQUEO_TAREA_LOOPCONTR_MS (de la función *vTaskDelay*).

Configuración **setup**:

- Crear tarea **task_loopcontr** (función *xTaskCreate*). Configurarla con un tamaño de la pila de 2048 *words*.

Fuera del **setup**:

- Descomentar #define ACTIVA_P1B3.
- Declarar la variable global pwm_motor de tipo *int32_t*.
- Escribir el valor del parámetro BLOQUEO_TAREA_LOOPCONTR_MS para que la tarea se active cada 0.01 segundo.

B.4. Función para excitar el motor II

El fabricante del controlador TB9051FTG recomienda que para no dañar el dispositivo cuando en el motor se requiere cambiar el sentido de giro, éste siempre pase por un estado intermedio en el que PWM1=PWM2=L. Modifique la función excita_motor para que se incluya ese estado intermedio y, una vez programado, vuelva a comprobar que funciona correctamente.

C. Medida de ángulo y velocidad de giro

En un sistema de control es necesario disponer de la medida de la respuesta del sistema. En el caso de un motor las variables que nos interesan medir son el ángulo o la velocidad de giro y dependiendo del tipo de control que se realice el sistema utilizará una de esas dos variables. En esta tarea vamos a ampliar el programa para incluir ambas medidas. Utilizaremos el parámetro ACTIVA_P1C_MED_ANG definido en la cabecera del programa y las directivas del compilador *#ifdef...#else...#endif* para programar ambos tipos de medida. En el cuadro mostrado a continuación se ilustra su funcionamiento.

Directivas del compilador: #ifdef, #else y #endif

```
// Declaración de parámetro
#define ACTIVA_P1C_MED_ANG

   ...

// Programa
#ifdef ACTIVA_P1C_MED_ANG
   // Código a compilar si ACTIVA_P1C_MED_ANG está definida
#else
   // Código a compilar si ACTIVA_P1C_MED_ANG no está definida
#endif
```

C.1. Medida del ángulo

Para realizar esta tarea hay que descomentar el parámetro ACTIVA_P1C, DEBUG_P1C y ACTIVA_P1C_MED_ANG.

Para calcular el ángulo de giro a partir del valor de la variable ang_cnt, que nos indica el número de pasos (giros) del encoder, hay que tener en cuenta que el encoder tiene que generar 1200 pasos para que el eje de una vuelta completa (gire 360º).

El cálculo del ángulo girado se realizará en la tarea del lazo de control (task_loopcontr) y se almacenará en la variable global "v_medida". Por otro lado, se va a implementar otra tarea (task_medidas) cuyo único propósito es el de facilitarnos la depuración, verificación del código de realización de las medidas y visualizar los resultados del controlador en las siguientes prácticas. La tarea task_medidas es una tarea que se debe activar cada 1 segundo y, simplemente, mostrará en el monitor serie un mensaje indicando el valor de la medida en grados. Para configurar el tiempo de bloqueo de la tarea debe darle el valor adecuado al parámetro BLOQUEO_TAREA_MEDIDA_MS definido en la cabecera del programa. Recuerde que el código programado que solo es necesario para calcular o mostrar el ángulo debe incluirse en la zona que se compila cuando está definido ACTIVA_P1C_MED_ANG.

Para depurar y comprobar el correcto funcionamiento fije el panel giratorio apuntando a 0º y gírelo hasta cualquier ángulo, por ejemplo hasta 90º. En el monitor serie deberá visualizar dicho valor o un valor muy cercano.

Tenga en cuenta que en posteriores prácticas podrá no compilar la tarea task_medidas simplemente comentando la definición del parámetro "DEBUG_P1C".

Tarea **task_loopcontr**:

- Calcular y guardar en v_medida el valor de la medida en radianes.

Tarea **task_medidas**:

- Calcular el valor de v_medida en grados.
- Escribir en el puerto serie el mensaje "Med: X", donde X es el valor de la medida en grados.
- Bloquear la tarea durante 1 segundos modificando el parámetro BLOQUEO_TAREA_MEDIDA_MS (función *vTaskDelay*).

Configuración **setup**:

- Crear tarea **task_medidas** (función *xTaskCreate*). Configurarla con un tamaño de la pila de 2048 *words*.

Fuera del **setup**:

- Descomentar #define ACTIVA_P1C, #define DEBUG_P1C y #define ACTIVA_P1C_MED_ANG.
- Escribir el valor del parámetro BLOQUEO_TAREA_MEDIDA_MS para que la tarea se active cada 1 segundo.
- Declarar la variable global v_medida de tipo *float*.

C.2. Medida de la velocidad de giro

Para realizar esta tarea hay que comentar el parámetro ACTIVA_P1C_MED_ANG.

Para calcular la velocidad de giro del motor en revoluciones por segundos (rps) no solo es necesario saber que 1200 pasos del encoder corresponden a un giro de 360º, sino que la tarea task_loopcontr, en la cual se va a realizar la medida, se activa cada 10 ms. Ese tiempo de actualización es el periodo de muestreo (T_m) del controlador, que corresponde a una frecuencia de muestreo de $f_m = 100$ Hz.

Al igual que en la subsección anterior, el cálculo de la velocidad de giro del motor se realizará en la tarea task_loopcontr y se utilizará la tarea task_medidas para mostrar los resultados. En este caso el código programado debe incluirse en la zona que se compila cuando no está definido ACTIVA_P1C_MED_ANG.

Para depurar y verificar el funcionamiento, por prueba y error encuentre el voltaje que se tiene que aplicar al motor para que gire aproximadamente a 1 rps. Utilice el cronómetro de su móvil para contar las vueltas completas que da por ejemplo en 10 segundos.

Tarea **task_loopcontr**:

- Calcular el valor de la medida en radianes.
- Convertir dicho valor a revoluciones por segundo (rps).
- Guardar en v_medida el valor de la medida en rps.

Tarea **task_medidas**:

- Escribir en el puerto serie el mensaje “Med: X”, donde X es el valor de v_medida.

Fuera del **setup**:

- Comentar #define ACTIVA_P1C_MED_ANG.

D. El controlador: control directo *vs.* realimentado

En esta sección vamos a incluir 2 comandos nuevos en el sistema: uno para introducir un valor de referencia que se utilizará como la velocidad que queremos que gire el motor (podrá ser el ángulo que queremos que gire en futuras prácticas); y otro para iniciar el sistema una vez hemos introducido el valor de referencia o parar el sistema. Además, capturaremos la variable medida para visualizar la señal transitoria. Posteriormente, se implementarán los primeros algoritmos de control siguiendo 2 estrategias de control diferente: control directo y control realimentado.

D.1. Señal de referencia e inicio del control

En la sección B.1 se creó la tarea task_config para introducir el valor del voltaje del motor. Ahora vamos aprovechar dicha función para introducir el valor de referencia para realizar el control. Dicho valor será un ángulo en grados, si se realiza el control de posición, o una velocidad en rps, si se realiza el control de velocidad. En ambos casos se utilizará el carácter “R” seguido del valor para introducirlo desde el monitor serie. En el microprocesador, dicho valor se almacenará en la variable global ref_val.

Por otro lado, para iniciar o parar el sistema se introducirá por el monitor serie el carácter “S” seguido de un 1 (START) o cualquier otro valor (STOP). Dicho valor se almacenará en la variable global start_stop y se utilizará para que se ejecuten las acciones programadas en la tarea principal del control task_loopcontr y en la de medida task_medida. En el caso de que start_stop esté configurado como STOP en la tarea task_loopcontr se parará el motor y se pondrán a cero las variables globales ang_cnt, pwm_motor y v_medida. En la tarea task_config dependiendo del valor recibido se escribirá en el monitor serie un mensaje indicando la acción realizada por el sistema.

Compruebe el correcto funcionamiento de los comandos introducidos.

Tarea **task_config**:

- Detectar si se ha enviado el carácter “R” por el puerto serie y en ese caso:
  - guardar el valor (*float*) que se envía a continuación en la variable global “ref_val”
  - y escribir dicho valor en el puerto serie (con el mensaje “Valor de referencia = Xº o X rps”) para comprobar que se ha recibido correctamente. Utilice la compilación dependiente del parámetro ACTIVA_P1C_MED_ANG para mostrar las unidades adecuadas.
- Detectar si se ha enviado el carácter “S” por el puerto serie y en ese caso:
  - Guardar el valor (*int8_t*) que se envía a continuación en la variable global “start_stop”
  - Escribir el mensaje “-- START --” si se ha recibido un 1 y si no “-- STOP --”.

Tarea **task_loopcontr**:

- Si start_stop=1 ejecutar las instrucciones programadas.
- Si start_stop=0 parar el motor y resetear variables globales ang_cnt, pwm_motor y v_medida.

Tarea **task_medidas**:

- Ejecutar instrucciones solo si start_stop=1.

Fuera del **setup**:

- Declarar la variable global ref_val de tipo *float*.
- Declarar la variable global start_stop de tipo *int8_t*.

D.2. Control directo

Para realizar esta tarea hay que descomentar el parámetro ACTIVA_P1D2.

El control directo se basa en conocer y caracterizar la respuesta natural del sistema. Si excitamos el motor con un barrido de voltajes y anotamos las velocidades que se alcanzan con cada valor del voltaje aplicado, podemos utilizar dicha información para calcular qué voltaje se debe aplicar si se quiere alcanzar una velocidad de rotación dada.

En la figura mostrada a continuación se ilustra el esquema general del sistema con control directo. El sistema dispone de los siguientes bloques, en los que además de enumerarlos y describirlos, vamos a relacionarlos con el sistema implementado en esta práctica:

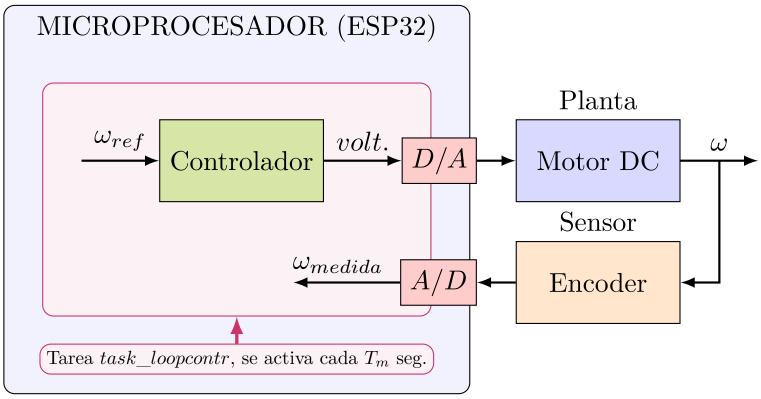
- La planta, en nuestro caso el motor, es el sistema a controlar. La variable que deseamos controlar es su velocidad angular (ω).
- El bloque conversor digital analógico (D/A) convierte a una magnitud analógica el valor digital con el que se desea excitar la planta. En el sistema de la práctica lo constituye el conjunto

formado por el controlador PWM y el driver del motor (el chip TB9051FTG).

- El bloque sensor es el que nos permite realizar la medida de la magnitud a controlar. En el caso que nos ocupa el sensor es el encoder.

- El bloque conversor analógico digital (A/D) convierte a un valor digital la señal que devuelve el sensor. Lo forman la tarea de decodificación del encoder junto con el algoritmo de medida de la velocidad.

- El bloque controlador es el que implementa el algoritmo de control a aplicar (y que vamos a desarrollar en esta práctica). En el sistema de control directo la entrada de dicho bloque es la señal de referencia que en el caso de un sistema de control de velocidad es la velocidad a la que se desea que gire el motor (ω_{ref}). En nuestro sistema esta señal se implementa con la variable ref_val.



Caracterización del motor (planta):

Excite el motor con diferentes voltajes y anote en la siguiente tabla las velocidades alcanzadas. Para rellenar la tabla tenga en cuenta lo siguiente:

- Con la realización de 10 medidas es suficiente.

- Para valores pequeños del voltaje aplicado el motor no logra girar (está en lo que se denomina zona muerta). Por ello, para rellenar la posición 2 de la tabla busque el mayor voltaje que no consiga mover el motor.

- Para rellenar la posición 3 elija un valor de voltaje que esté a la mitad del encontrado para la posición 2 y 2 voltios.

- No mida con voltaje 100, rellene dicha medida con el mismo valor medido al excitar el motor con 9 voltios. Si observa las medidas anotadas comprobará que el motor ha llegado a su velocidad de saturación.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Voltaje (V)	0			2	3	4	5	6	7	8	9	100
Velocidad (rps)	0	0										

Implementación del controlador directo:

Use los datos anotados en la tabla para implementar el controlador en la tarea task_loopcontr, dentro de la zona de compilación del parámetro ACTIVA_P1D2. Dichos datos se tendrán que escribir en las constantes Vol_LUT y Vel_LUT. Posteriormente, utilizará la función "interpola_lut_vel_vol" (incluida en el código). Esta función realiza la interpolación lineal del dato introducido como argumento utilizando los datos de Vol_LUT y Vel_LUT. El controlador tendrá como entrada la velocidad de referencia (ref_val) y generará como salida el voltaje a aplicar al motor (pwm_volt).

Tarea **task_loopcontr**:

- Implementar el controlador (usando la función interpola_lut_vel_vol) en la zona de compilación del parámetro ACTIVA_P1D2.

Fuera del **setup**:

- Descomentar #define ACTIVA_P1D2
- Rellenar la tabla (variables Vol_LUT y Vel_LUT).

Comprobación del controlador:

Depure el código y compruebe su funcionamiento realizando varias pruebas. Anote los resultados en la siguiente tabla. Repita algunas medidas introduciendo la misma velocidad de referencia.

Velocidad referencia	Velocidad medida

Responda a las siguientes preguntas:

1. ¿Se consigue alcanzar la velocidad de referencia?
2. ¿Ante la misma velocidad de referencia el motor gira siempre a la misma velocidad?
3. ¿La tabla de valores de voltajes y velocidades medida es igual a la que han medido otros compañeros con otro motor? ¿Su controlador servirá para controlar otro motor distinto del mismo modelo?
4. Si la contestación de la pregunta anterior es negativa discuta con su compañero cómo se podría resolver este problema.

Comprobación de la respuesta transitoria del motor:

Cierre el monitor serie y abra el "Serial Plotter". Con este visor podrá visualizar la respuesta transitoria del sistema. Para ello deberá modificar la velocidad de bloqueo de la tarea task_medida a 10 ms, configurando el parámetro BLOQUEO_TAREA_MEDIDA_MS. Además, en dicha tarea debe añadir el código para escribir en el puerto serie el valor de la variable de referencia ref_val, de esa forma se visualizará a la vez la medida y la referencia.

Realice varias pruebas introduciendo diferentes velocidades de referencia y visualice la respuesta transitoria. La respuesta que visualiza es la respuesta natural del motor. Conteste a las siguientes preguntas:

1. ¿Tiene la misma forma la respuesta transitoria independientemente de la velocidad de referencia?
2. ¿De qué orden parece que es la respuesta obtenida?

Tarea **task_medidas**:

- Escribir en el puerto serie el mensaje ",Ref: X", donde X es el valor de la señal de referencia ref_val. Dicho mensaje debe aparecer después de "Med: X" sin incluir el cambio de linea.

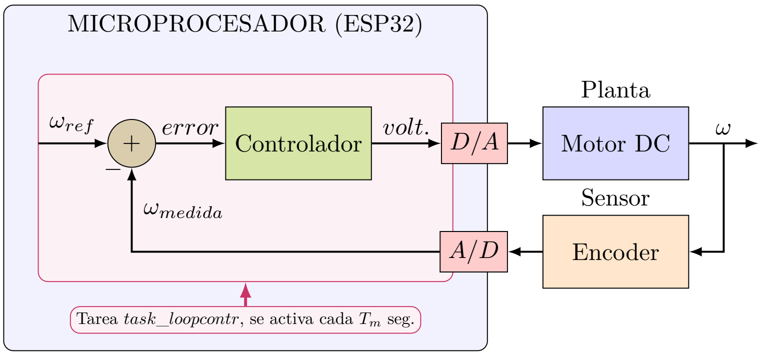
Fuera del **setup**:

- Escribir el valor del parámetro BLOQUEO_TAREA_MEDIDA_MS para que la tarea se active cada 10 ms.

D.3. Control realimentado

Para realizar esta tarea hay que descomentar el parámetro ACTIVA_P1D3 y comentar el ACTIVA_P1D2.

El control realimentado se basa en utilizar la medida realizada de la variable de control para modificar la acción de control. A continuación se presenta el esquema general del sistema con control realimentado. La señal medida por el sensor se resta a la de referencia obteniendo una señal que indica el error cometido en el proceso de control. Esa señal de error es la que ahora se introduce al controlador, cuya salida, al igual que en el sistema de control directo, generará el valor de voltaje a aplicar al motor.



Implementación del controlador realimentado:

El controlador se implementará en la tarea task_loopcontr, dentro de la zona de compilación del parámetro ACTIVA_P1D3. Primero se tendrá que generar la señal de error y posteriormente la acción del controlador. El algoritmo de control consistirá en incrementar o decrementar un valor constante el voltaje aplicado al motor (pwm_volt) dependiendo del signo de la señal error.

Tarea **task_loopcontr**:

- Declarar y calcular la señal error (tipo *float*).
- Implementar el controlador en la zona de compilación del parámetro ACTIVA_P1D3.

Fuera del **setup**:

- Comentar #define ACTIVA_P1D2.
- Descomentar #define ACTIVA_P1D3.

Comprobación del controlador:

Depure el código y compruebe su funcionamiento realizando varias pruebas. Tendrá que buscar el valor constante de incremento o decremento del voltaje aplicado al motor que crea que funcione mejor. Puede programarse la introducción de un nuevo valor desde el puerto serie (en tal caso utilice la letra “P” y almacene su valor en una variable global denominada “K_p”). Anote los resultados en la siguiente tabla. Repita algunas medidas introduciendo la misma velocidad de referencia.

Velocidad referencia	Velocidad medida

Responda a las siguientes preguntas:

1. ¿Se consigue alcanzar la velocidad de referencia?
2. ¿Ante la misma velocidad de referencia el motor gira siempre a la misma velocidad?
3. ¿Su controlador servirá para controlar otro motor distinto del mismo modelo?

Comprobación de la respuesta transitoria del motor:

Use el "Serial Plotter" para visualizar la respuesta transitoria del sistema. Realice varias pruebas introduciendo diferentes velocidades de referencia. La respuesta que visualiza es la respuesta del motor, modificada por el control realimentado. Conteste a las siguientes preguntas:

1. ¿Tiene la misma forma la respuesta transitoria independientemente de la velocidad de referencia?
2. ¿Cuál cree que es el orden de la respuesta obtenida?
3. ¿Qué efecto tiene el valor de la constante de incremento/decremento del voltaje aplicado al motor sobre la respuesta transitoria?

Práctica 2

Modelado del motor de DC

***

El **objetivo** de esta práctica es realizar un modelo del motor de DC que nos facilite el diseño de los controladores que se realizarán en las siguientes prácticas. Primero se realizará un modelo lineal a partir de un punto de operación en el que el motor esté rotando a una velocidad de 5 rps. Posteriormente, se comprobará que el sistema es no lineal, comparando la respuesta del modelo y del motor al excitarlo con diferentes voltajes. Finalmente, se completará el modelo añadiendo algunos de los comportamientos no lineales del motor.

Tenga en cuenta que el motor que se utiliza en las prácticas solo alcanza una velocidad de unos 8 *rps* y que los voltajes que se le pueden aplicar no deben superar los 9 V.

A. Puesta a punto del banco de pruebas

Para comenzar la práctica hay que descargarse el fichero P2.zip (disponible en PoliformaT en \Recursos\Prácticas) y extraerlo en un directorio del PC en el que realizará la práctica.

Configuración del HW y SW:

1. Conectar la tarjeta controladora del motor de DC a la fuente de alimentación configurada para que genere 18V.

2. Conectar el cable USB al PC y, posteriormente, buscar en el "Administrador de dispositivos" del PC a qué puerto serie (COM) se ha conectado.

3. Abra la ventana de comandos "Windows PowerShell" y sitúese en el directorio "Carga_SW" que está en el directorio de trabajo. Para cargar el programa en el microcontrolador ejecute el siguiente comando, en el que debe cambiar COMx por el puerto al que está conectado el microcontrolador en su PC:

   .\esptool --chip esp32 --port COMx write_flash -z 0xe000 boot.bin 0x1000 bootloader.bin 0x10000 P2.bin

Este comando lo tiene escrito en el fichero “Comando_carga_SW.txt”, disponible en el directorio “Carga_SW”. Puede que necesite pulsar el botón de “Boot” del módulo ESP32 DEVKIT para realizar la carga del fichero.

Comprobación del funcionamiento del sistema:

1. Abra el script de Matlab “lanza_P2.m” y configure el puerto serie al que está conectado el microcontrolador.
2. Ejecute “lanza_P2.m” y compruebe que el motor ha funcionado. El script configura el sistema para excitar el motor con un escalón de magnitud “Volt_in”=$1\,V$ y permite recuperar la respuesta transitoria del motor, que es en este caso la velocidad de rotación del motor (velocidad angular, ω).

B. Modelo lineal del motor

En esta tarea se va a realizar un modelo lineal del motor de DC que relacione la velocidad del motor, $\omega(t)$, con el voltaje aplicado a su entrada, $v(t)$.

1. Encuentre el voltaje con el que hay que excitar el motor para que gire a una velocidad angular ω=$5\,rps$. Para ello, utilizará el script “lanza_P2.m” en el que debe modificar la variable “Volt_in” (voltaje aplicado). Mediante la observación de la respuesta transitoria podrá verificar si se ha conseguido la velocidad deseada.
2. La respuesta temporal obtenida claramente se puede identificar como una respuesta de un sistema de 1^{er} orden. Por tanto, la función de transferencia que relaciona la velocidad del motor con el voltaje de entrada se puede modelar como

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)} = k \cdot \frac{a}{s+a},$$

   donde

   - a=$1/\tau$, siendo τ la constante de tiempo del sistema de 1^{er} orden
   - y k es la ganancia del sistema.

   Utilice la gráfica de la respuesta del sistema para estimar los valores de a y k del modelo.
3. Escriba en el script de Matlab la función de transferencia $G(s)$ y, posteriormente, obtenga su versión discretizada, $G_z(z)$, utilizando la función de Matlab **c2d** (G_z=**c2d**(G, T_m)). Tenga en cuenta que el microcontrolador está capturando las muestras a una tasa de muestreo de T_m= $0.01\,seg$.
4. Abra el modelo de Simulink “Modelo_motor_P2.slx”. Este modelo permite evaluar el sistema lineal $G_z(z)$. Contiene un bloque denominado “LTI system” al que le pasaremos la variable $G_z(z)$. Este sistema se excita con la misma señal de referencia con la que se está excitando el motor y nos permitirá visualizar las respuestas transitorias tanto del motor como la del modelo lineal. Compruebe que el modelo lineal G_z se comporta como el motor cuando se le aplica el voltaje encontrado en la sección (a). Realice, ahora, un ajuste fino de los parámetros a y k, hasta que ambas respuestas estén bien ajustadas.

C. Motor de DC: sistema no lineal

En la tarea anterior se ha realizado un modelo lineal del motor que es válido cuando el motor está girando a la velocidad de 5 rps o muy cercanas. Sin embargo, el motor es un sistema no lineal. En esta tarea se comprobará el comportamiento no lineal del motor.

1. Compruebe el comportamiento del modelo cuando se le aplican voltajes cercanos al necesario para que gire a 5 rps.

2. Realice un barrido de voltajes (0.25 V, 0.5 V, 0.75 V, 1 V, 2 V, ..., 9 V) y anote en la siguiente tabla las velocidades y los tiempos de establecimiento (T_s) que se obtienen en la respuesta del motor y en el modelo lineal con cada voltaje aplicado.

Voltaje (Volt)	Velocidad motor (rps)	Velocidad modelo (rps)	T_s motor (seg.)	T_s modelo (seg.)
0.25				
0.5				
0.75				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

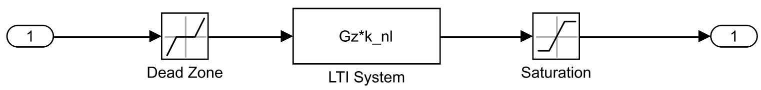
3. Conteste a las siguientes preguntas:

   - ¿Qué ocurre cuando se aplican voltajes pequeños?
   - ¿Qué ocurre cuando se aplican voltajes grandes?
   - ¿Se mantienen los tiempos de establecimiento al aplicar los distintos voltajes?
   - ¿Se puede modelar el motor con $G(s) = \frac{k \cdot a}{s+a}$ con valores de k y a constantes?
   - ¿Es el motor un sistema es lineal?
   - ¿En qué condiciones es válido el modelo lineal?

D. Modelo no lineal del motor I

En esta tarea se utilizará la información sobre el comportamiento del motor obtenida en la tarea anterior para completar el modelo lineal incluyendo los efectos no lineales de la zona muerta (*dead zone*) y saturación. El modelo de Simulink “Modelo_motor_P2.slx” dispone de un bloque adicional denominado “Modelo no lineal” que incluye el modelo lineal conectado a los bloques que modelan los efectos no lineales.

1. Configure los bloques “*Dead Zone*” y “*Saturation*” con los valores adecuados (revise la tabla o gráfica realizada en la tarea anterior). Utilice, para ello, las variables “Vel_sat” (velocidad de saturación) y “Volt_dead” (voltaje máximo en la zona muerta) declaradas en el script de Matlab.



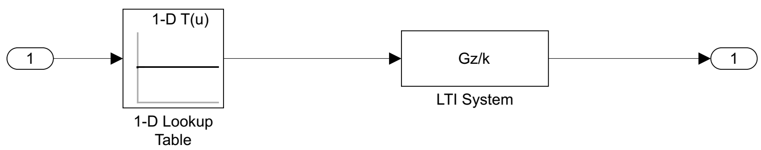
2. Excite el modelo con el voltaje requerido para que el motor gire a 5 rps y compruebe que el sistema ya no responde de la misma forma, no alcanzando dicha velocidad. Dentro del bloque “*LTI System*” multiplique la función de transferencia por un factor de escalado k_{nl} para modificar su ganancia. Encuentre el valor de dicho factor para que el sistema consiga las 5 rps.

3. Compare las respuestas del nuevo modelo con las del motor cuando se le aplican voltajes bajos y voltajes altos.

E. Modelo no lineal del motor II

En esta tarea también se utilizará la información sobre el comportamiento del motor obtenida en la tarea C para completar el modelo lineal incluyendo una tabla de lectura (LUT, *Look-Up Table*). El modelo Simulink “Modelo_motor_P2_LUT.slx” dispone de un bloque adicional denominado “Modelo no lineal LUT” que incluye el modelo lineal conectado al bloque “1-D Lookup Table”.

1. Configure el bloque “1-D Lookup Table” con los valores adecuados. Para ello, introduzca los valores de la tabla realizada en la tarea C en los vectores “Volt” (tensión de entrada) y “Vel” (velocidad obtenida) declaradas en el script de Matlab.



2. Compare las respuestas del nuevo modelo con las respuestas del modelo lineal y el modelo no lineal.

3. Conteste a las siguientes preguntas:
   - ¿El nuevo modelo es válido para obtener el transitorio del motor?
   - ¿Qué beneficios ofrece el nuevo modelo respecta al anterior no lineal?

Práctica 3

Control P y PI

***

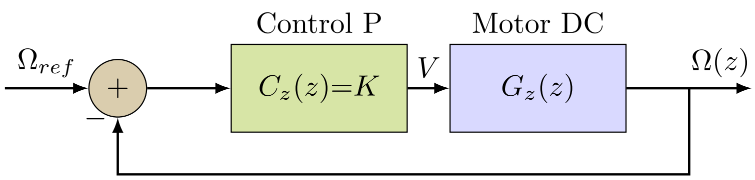
El **objetivo** de esta práctica es comprobar el efecto del control P y PI para controlar la velocidad del motor de DC. El motor se incluirá en un lazo cerrado y se explorarán los efectos de los distintos controladores. Además, se utilizarán los modelos del motor desarrollados en la práctica 2 y se comprobará en qué medida el comportamiento de los modelos se desvían de la realidad.

A. Puesta a punto del banco de pruebas

Para comenzar la práctica debe descargarse el fichero P3.zip (disponible en PoliformaT en \Recursos\Prácticas) y extraerlo en un directorio del PC en el que realizará la práctica. También debe recuperar el script de matlab con los modelos realizados en la práctica anterior. Recuerde que para configurar el microcontrolador debe seguir los pasos indicados en la sección A de la práctica 2.

B. Controlador Proporcional (P)

En esta tarea se va a comprobar el efecto del control proporcional para controlar la velocidad de giro del motor. En este caso, la entrada de referencia al sistema no es el voltaje (V), como ocurría en la práctica 2, sino que es la velocidad angular que se desea alcanzar (Ω_{ref}). El diagrama de bloques del sistema realimentado con control proporcional se muestra en la siguiente figura.



1. Abra el script de Matlab “lanza_P3.m”, busque la sección en la que se encuentra el modelo lineal del motor y escriba los valores de los parámetros a y k del modelo lineal obtenidos en

la práctica 2. En esta práctica se va a utilizar un modelo que refleja mejor el comportamiento del motor. Se trata de un modelo de 2^o orden con un polo dominante en $s_1 = -a$. La función de transferencia del motor es:

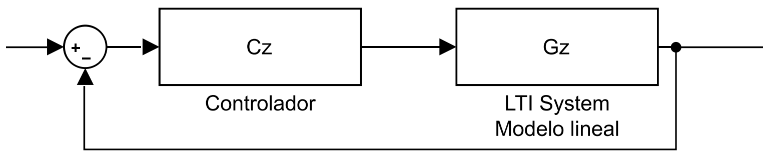
$$G(s) = \frac{\Omega}{V}(s) = k \cdot \frac{a}{s+a} \cdot \frac{b}{s+b},$$

en la que el segundo polo (el no dominante) se fija a $s_2 = -b = -80 \cdot a$.

Ejecute la sección del script en la que se encuentra el modelo lineal y obtenga la función de transferencia discretizada de dicho modelo ($G_z(z)$). Conteste a las siguientes preguntas:

- Atendiendo al error estacionario que se producirá al incluir el motor en un lazo con realimentación unitaria con control proporcional, ¿de qué tipo de sistema se trata?
- ¿Cuál es el error que se producirá al excitarlo con un escalón y qué dependencia tiene con el valor de K, la constante de proporcionalidad del sistema?
- ¿Cuál es el error que se comete si se excita el sistema con una entrada tipo rampa?

2. Rellene la sección "Control Proporcional" del script "lanza_P3.m" para declarar la función de transferencia del controlador C_z=K. Cuando ejecute dicho script se configurará la función de transferencia del controlador y el modelo del motor en el modelo de Simulink "Modelo_motor_P3.slx". Este modelo debe tenerlo abierto antes de lanzar el script y lo utilizará para comparar el resultado de la respuesta transitoria del motor con la de los modelos realizados. En la figura se muestra el sistema realimentado modelado en "Modelo_motor_P3.slx".



Para finalizar esta tarea ejecute la sección "Control Proporcional" del script "lanza_P3.m".

3. En la sección "Modelo lineal" del script:

   a) obtenga la función de transferencia en lazo cerrado G_{fb} (use la función de matlab *minreal* para simplificar dicha función);
   b) obtenga sus polos en la variable p_G_{fb} utilizando la función de Matlab *pole*;
   c) obtenga la función de transferencia de la rama directa, G_{tot}, formada por el controlador y la planta (el motor);
   d) dibuje el lugar de las raíces mediante la función *rlocus* y los contornos del plano "z" mediante la función *zgrid*.
   e) y, finalmente, dibuje en la misma figura los polos de la función de transferencia en lazo cerrado con $plot(real(p_{Gfb}), imag(p_{Gfb}), \text{'}xm\text{'})$. Dichos polos quedarán representados como cruces de color magenta sobre el lugar de las raíces.

4. Configure el sistema para que el motor gire a ω_{ref}=5 rps y realice un barrido con valores de K desde 1 hasta 8. Para cada caso:

- obtenga el error en estado estacionario del sistema (lo puede medir sobre la gráfica y se calcula automáticamente y su resultado se muestra en % en la consola de Matlab);
- compruebe cómo cambian de posición en el diagrama de polos/ceros;
- e indique de qué tipo es el sistema atendiendo a la forma de la respuesta transitoria.

¿Es coherente el tipo de respuesta obtenido con los polos del sistema?

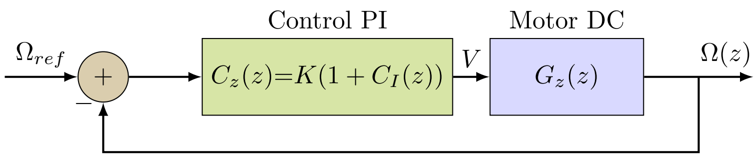
5. Quédese con un valor de K en el que no se produzca sobre-amoriguación en la respuesta transitoria y compruebe cómo se comporta el sistema si se configura para que gire a oras velocidades.

6. Configure de nuevo el sistema con la velocidad de referencia de ω_{ref}=5 rps y pruebe a excitarlo con una rampa.
   - ¿Cuál es el error en estado estacionario ante la entrada rampa?
   - ¿es coherente el comportamiento del sistema con el de los sistemas del mismo tipo estudiados en la teoría?

7. Valore si en los experimentos que ha realizado anteriormente el sistema real y los modelos se comportan de forma similar.

C. Controlador Proporcional-Integral (PI)

En esta tarea se va a comprobar el efecto del control Proporcional-Integral para controlar la velocidad de giro del motor. En este caso el controlador introduce dos acciones de control: la proporcional (vista en la sección anterior) y la integral, que integra el error hasta anularlo. La función de transferencia del controlador PI es $C_z(z)=K(1+C_I(z))$, donde la componente integral es $C_I(z)=\frac{T_m z}{T_i(z-1)}$, siendo T_i la constante de tiempo de integración y T_m el periodo de muestreo del sistema. El diagrama de bloques del sistema realimentado con control PI se muestra en la siguiente figura.



1. Comente en el script la sección "Control Proporcional" y en la sección "Control Proporcional-Integral" escriba la función de transferencia, C_z, del control PI. Parta del mismo valor de K que ha seleccionado en la sección anterior y del valor del parámetro T_i=200·T_m. Compare la respuesta al escalón con ω_{ref}=5 rps del control PI con la del control P con el mismo valor de K. ¿En qué se diferencian las respuestas transitorias?

2. Obtenga la respuesta al escalón disminuyendo el valor de T_i ¿Cómo afecta la disminución del valor del cero en la respuesta transitoria?

3. Quédese con el valor de T_i con el que se consigue mejor respuesta y experimente con diferentes velocidades de referencia. ¿Se mantiene el comportamiento?

4. Compruebe cual es el funcionamiento del sistema con entrada de tipo rampa. ¿Es coherente con el estudiado en la teoría?

Práctica 4

Control PID

***

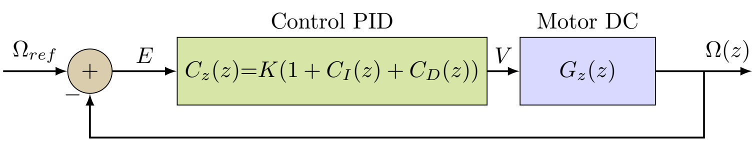
El **objetivo** de esta práctica es comprobar el efecto del control derivativo (D) y aplicar las 3 acciones de control a la vez (controlador PID) para controlar la velocidad del motor de DC. Además, se va a realizar un modelo de Simulink del controlador PID que facilitará su posterior implementación en un microcontrolador.

A. Puesta a punto del banco de pruebas

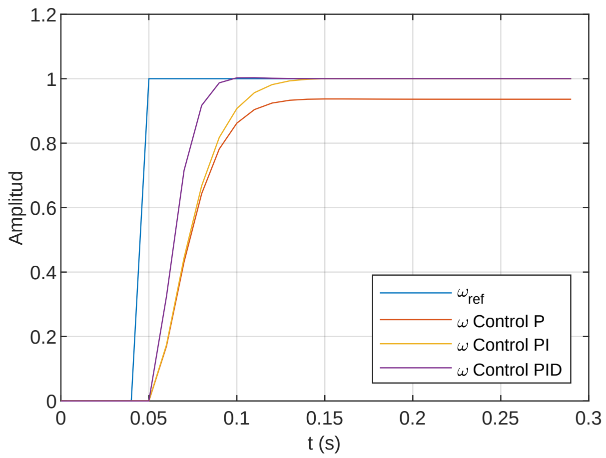
Para comenzar la práctica debe descargarse el fichero P4.zip (disponible en PoliformaT en \Recursos\Prácticas) y extraerlo en un directorio del PC en el que realizará la práctica. También debe recuperar el script de matlab con los modelos realizados en la práctica 3.

B. Control P y PI *vs.* PID

En esta tarea se va a comprobar el efecto que supone el añadir la componente derivativa en la acción de control PI. En este caso el controlador introduce tres acciones de control: la proporcional e integral (vista en la práctica 3) y la derivativa, que introduce una acción de control proporcional a la velocidad de cambio del error. La función de transferencia del controlador PID es $C_z(z) = K(1 + C_I(z) + C_D(z))$, donde la componente integral es $C_I(z) = \frac{T_m z}{T_i(z-1)}$, siendo T_i la constante de tiempo de integración y T_m el periodo de muestreo del sistema, y la derivativa es $C_D(z) = \frac{T_d(z-1)}{T_m z}$, siendo T_d la constante de tiempo derivativa. El diagrama de bloques del sistema realimentado con control PID se muestra en la siguiente figura.

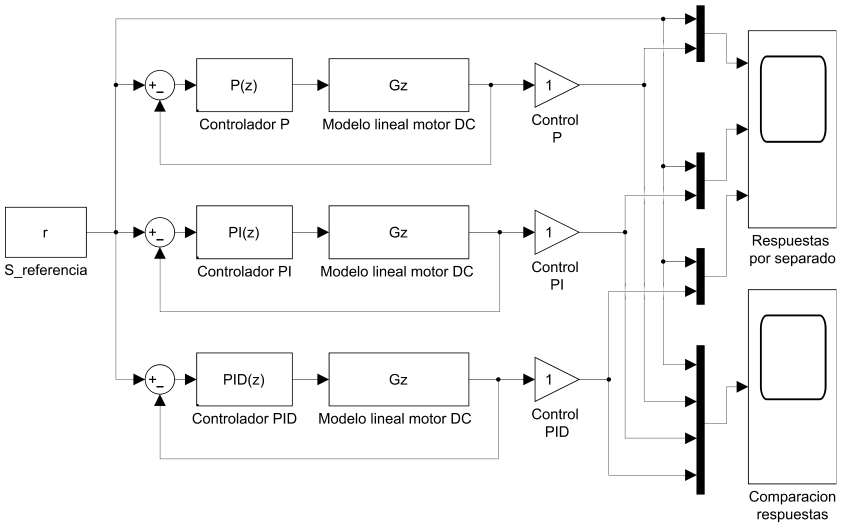


El objetivo de este ejercicio es el obtener la respuesta más rápida posible del sistema sin que dicha respuesta presente sobreimpulso. Se intentará conseguir este objetivo aplicando el control P, PI y PID. A modo de referencia, en la figura siguiente se muestra el resultado de las respuestas que se deben obtener con cada controlador.



1. Abra el script de Matlab "lanza_P4_1.m", busque la sección en la que se encuentra el modelo lineal del motor y escriba los valores de los parámetros del modelo lineal de la práctica 3.

2. Abra el modelo de Simulink "modelo_motor_P4_1.slx". Compruebe que hay tres sistemas realimentados modelados, tal y como se muestra en la siguiente figura. En los tres la planta es la misma (el motor de DC), el primero implementará el controlador P, el segundo el PI y el último el controlador PID. Compruebe, abriendo los bloques "Controlador P", "Controlador PI" y "Controlador PID", que dichos bloques se configuran a través de las constantes K_{p1}, K_{p2}, T_{i2}, K_{p3}, T_{i3} y T_{d3}, a través del script "lanza_P4_1.m".



3. Respuesta con control P: configure en la sección "Control P" del script "lanza_P4_1.m" el valor K_{p1} para que la respuesta sea lo más rápida posible sin que presente sobreimpulso.

4. Respuesta con control PI: configure en la sección "Control PI" del script el valor K_{p2} y T_{i2}. Se recomienda partir del valor K_{p1} de la sección anterior.

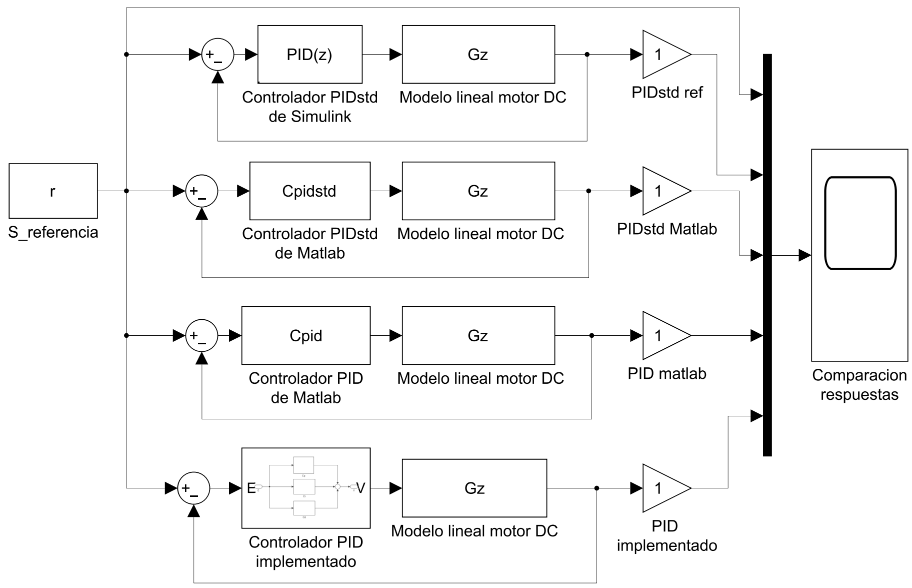
5. Respuesta con control PID: configure en la sección "Control PID" el valor K_{p3}, T_{i3} y T_{d3}. Se recomienda partir de los valores K_{p2} y T_{i2} de la sección anterior y modifíquelos si lo considera necesario.

6. A la vista de los resultados, describa cuál es el efecto de introducir la acción derivativa en el controlador.

C. Implementación del controlador PID

En esta sección se va a plantear la implementación del controlador PID. Se comprobará que el modelo de controlador PID utilizado en la sección anterior se comporta como las funciones **pid** y **pidstd** de Matlab y se realizará un modelo de Simulink con componentes básicos discretos. Finalmente, se extraerán las ecuaciones en diferencias del controlador (como paso previo a su implementación en un microcontrolador).

1. Abra el modelo de Simulink "modelo_motor_P4_2.slx". Compruebe que contiene, tal y como se muestra en la figura, los modelos de cuatro sistemas realimentados.



En los cuatro sistemas la planta es la misma (el motor de DC) y el controlador es el mismo, un controlador PID, implementado de forma diferente:

- el 1^{er} sistema usa el bloque controlador PID de Simulink del modelo de la sección anterior;

- en el 2^o sistema se utiliza la función **pidstd** de Matlab para implementar el controlador;
- en el 3^{er} sistema se utiliza la función **pid** de Matlab para implementar el controlador;
- por último, en el 4^o sistema se utilizarán los bloques básicos de Simulink (sumadores, retardos y ganancias) para implementar el controlador.

2. Abra el script de Matlab "lanza_P4_2.m", busque la sección en la que se encuentra el modelo lineal del motor y escriba los valores de los parámetros del modelo lineal de la práctica 3.

3. Busque en el script de matlab la sección "Controlador PIDstd". Copie en las variables K_p, T_i y T_d los valores obtenidos en K_{p3}, T_{i3} y T_{d3} en la sección anterior. Ejecute el script y compruebe que se visualiza en bloque "Comparación de respuestas" el estímulo y la respuesta del 1^{er} sistema, que es la que se utilizará como referencia para comprobar las demás.

4. Configure la función de Matlab **pidstd**, tal y como se indica a continuación:

   C_{pidstd} = ***pidstd****(Kp,Ti,Td,'Ts',Tm,'IFormula','BackwardEuler','DFormula','BackwardEuler')*,

   la cual implementa la siguiente función de transferencia:

$$C_{pidstd}(z) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i}\cdot\frac{T_m\cdot z}{z-1} + T_d\cdot\frac{z-1}{T_m\cdot z}\right).$$

   Ejecute de nuevo el script y compruebe primero, visualizando la consola de Matlab, que la función de transferencia $C_{pidstd}(z)$ está bien generada y, segundo, que la respuesta del 2^o sistema (denominada PIDstd Matlab) es idéntica a la anterior (sale superpuesta y solo se visualiza una, la última dibujada).

5. Busque en el script de Matlab la sección "Controlador PID". Escriba las ecuaciones para obtener K_i y K_d a partir de K_p, T_i y T_d. Posteriormente, escriba la función de Matlab **pid**, tal y como se indica posteriormente,

   C_{pid} = ***pid****(Kp,Ki,Kd,'Ts',Tm,'IFormula','BackwardEuler','DFormula','BackwardEuler')*.

   Esta función implementa la siguiente función de transferencia:

$$C_{pid}(z) = \frac{V(z)}{E(z)} = K_p + K_i\cdot\frac{T_m\cdot z}{z-1} + K_d\cdot\frac{z-1}{T_m\cdot z}.$$

   Ejecute el script, compruebe que la función de transferencia $C_{pid}(z)$ está bien generada y que la respuesta del 3^{er} sistema es idéntica a la de los anteriores.

6. La función de Matlab **pid** genera una función de transferencia que facilita la implementación del controlador PID en paralelo, separando las funciones de transferencia de las componentes proporcional, integral y derivativa. Por ello, la salida del controlador PID, $V(z)$, se puede expresar como:

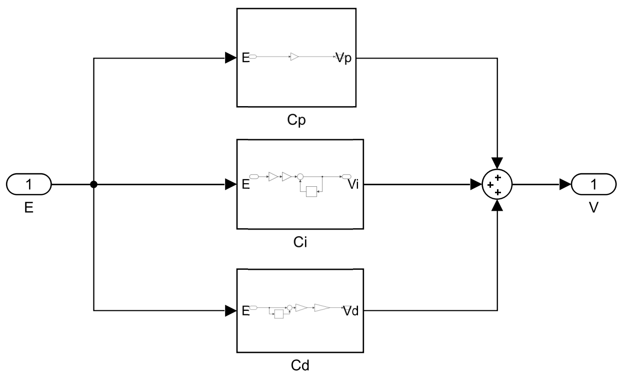
$$V(z) = C_{PID}(z)\cdot E(z) = [C_P(z) + C_I(z) + C_D(z)]\cdot E(z) = V_P(z) + V_I(z) + V_D(z),$$

   donde

$$C_P(z)=\frac{V_P(z)}{E(z)}=K_p,\ C_I(z)=\frac{V_I(z)}{E(z)}=K_i\cdot\frac{T_m\cdot z}{z-1}\ \text{y}\ C_D(z)=\frac{V_D(z)}{E(z)}=K_d\cdot\frac{z-1}{T_m\cdot z}.$$

Escriba las expresiones de $V_P(z)$, $V_I(z)$ y $V_D(z)$ en función del error de entrada $E(z)$ utilizando únicamente sumas/restas, retados (z^{-1}) y ganancias, con el fin de dibujar, posteriormente, su diagrama de bloques.

7. A partir de las expresiones anteriores modele el controlador PID del 4^o sistema utilizando los operadores básicos de Simnulink (sumas/restas, retados y ganancias). Debe seguir el esquema de implementación en paralelo representado en la siguiente figura. En cada rama se debe modelar, siguiendo su diagrama de bloques, cada una de las acciones de control $C_P(z)$, $C_I(z)$ y $C_D(z)$. Los operadores básicos de Simulink se encuentran en el "Library browser" que está en el panel superior de Simulink y puede buscarlos por su nombre "Add", "Gain" y "Delay".



8. Ejecute de nuevo el script de Matlab y compruebe que las respuesta del nuevo modelo implementado es exactamente igual que las anteriores. Si no lo es depure el modelo hasta que se comporte como los anteriores.

9. A partir de las expresiones de $V_P(z)$, $V_I(z)$ y $V_D(z)$ en función del error de entrada $E(z)$ escriba las ecuaciones en diferencias finitas de cada una de las componentes del controlador y la ecuación del controlador PID (completo).

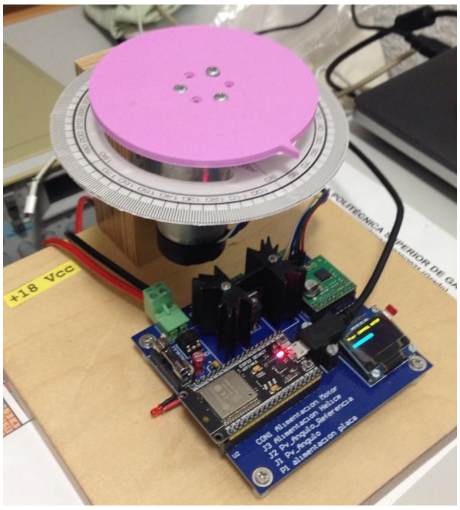
10. Escriba el código en lenguaje C para programar la salida del controlador v_{pid} en función de la entrada de error e.

Práctica 5

Control de velocidad y posición de un motor de DC: implementación de controladores

***

Esta práctica tiene como **objetivo** el implementar diferentes algoritmos de control en el microcontrolador ESP32 para realizar el control de la velocidad de rotación y ángulo de giro de un motor de DC.



A diferencia de las anteriores, esta práctica no tiene un guión detallado de las acciones a realizar, sino que el alumno debe demostrar que ha aprendido y sabe aplicar los conceptos introducidos en la asignatura.

A. Tareas a realizar

La práctica tiene diferentes partes y el alumno las abordará en el orden indicado y no podrá pasar a la siguiente parte si no ha completado la anterior y tiene el visto bueno del profesor:

(1) Implementación del algoritmo básico de control PID para el control de velocidad del motor. Los valores de los parámetros K_p, K_i y K_d se configurarán dinámicamente. Se deberá demostrar el correcto funcionamiento, por separado, de las acciones de control P, PI y PID.

(2) Modificación del sistema para realice el control de posición angular del motor. Se deberá demostrar el correcto funcionamiento, por separado, de las acciones de control P, PI y PID. Debe incluir la configuración dinámica para que el sistema se comporte como control de posición angular en vez de control de velocidad.

(3) Implementación del algoritmo de anti "windup" condicional. Se deberá demostrar su funcionamiento para el control de velocidad y posición angular del motor. Debe incluir la configuración dinámica para activar este algoritmo y para modificar el valor de saturación.

(4) Implementación del algoritmo de anti "windup" con recálculo. Se deberá demostrar su funcionamiento para el control de velocidad y posición angular del motor. Debe incluir la configuración dinámica para activar este algoritmo y para modificar el valor del parámetro de configuración.

(5) Implementación del algoritmo de anti zona muerta. Se deberá demostrar su funcionamiento para el control de posición angular del motor. Debe incluir la configuración dinámica para activar este algoritmo y para modificar el valor de los parámetros de configuración.

(6) Implementación del filtro derivativo. Se deberá demostrar su funcionamiento para el control de posición angular del motor. Debe incluir la configuración dinámica para activar este algoritmo y para modificar el valor de los parámetros de configuración.

La activación o no del algoritmo y la configuración dinámica de parámetros se realizará introduciendo sus valores a través del monitor serie de Arduino.

B. Evaluación

Para evaluar la práctica se tendrá en cuenta:

- el correcto funcionamiento de las partes realizadas: una vez finalizada una parte se debe mostrar al profesor y este dará el visto bueno para darla por cerrada o le dará indicaciones para su mejora o corrección;
- realización de una memoria documentado el algoritmo implementado y mostrando la respuesta conseguida ante diferentes estímulos;
- y, finalmente, código C del microcontrolador bien estructurado y documentado.

Como referencia se podrá alcanzar hasta una nota de 5 si se realiza correctamente la parte 1. La correcta realización supone que se demuestre el correcto funcionamiento del algoritmo en la sesión de prácticas, que el código esté bien estructurado y documentado y la memoria bien presentada siguiendo las pautas indiadas. La correcta resolución de las siguientes partes incrementará en 1 punto la nota obtenida.

C. Memoria de prácticas

La memoria de prácticas deberá contener las siguientes secciones:

(1) **Introducción**: se incluirá una breve explicación del trabajo realizado indicando qué algoritmos se han implementado y han funcionado correctamente.

(2) **Implementación de algoritmo *i***: Para cada algoritmo de control implementado se tendrá que:

- explicar brevemente el algoritmo, su función y parámetros y expresarlo a través de su ecuación en diferencias finitas;
- incluir el código C de su implementación;
- presentar la representación de las respuestas del sistema implementado al aplicar el algoritmo con diferentes valores de sus parámetros, con el fin de demostrar su correcto funcionamiento;
- e indicar cuál es la mejor opción de diseño y con qué valores de los parámetros se consigue.

(3) **Conclusiones**: se escribirán las conclusiones de la práctica y se añadirá un breve comentario de la opinión que el grupo de alumnos tiene de la asignatura Control y de lo que ha aprendido al cursar la asignatura y con la realización de las prácticas.

D. Fechas de entrega

Se dispone de 5 sesiones para realizar la práctica y solo se podrá mostrar al profesor las partes completadas en dichas sesiones. Por tanto, la fecha límite para mostrar las prácticas funcionando al profesor es el 6 de junio (fecha de la última sesión de prácticas).

La memoria (fichero .pdf) y el código C (fichero .ino) se podrán entregar, a través de PoliformaT, hasta el día 13 de junio.

Parte III

Pruebas de evaluación

Anexo 1

Pruebas curso 2019-2020

***

A. Prueba 1 (test)

Ejercicio 1A-1

Al ejecutar en Matlab la función [r,p,k]=residue(N,D), siendo N y D el numerador y denominador, respectivamente, de una función en el dominio de Laplace, $X(s)$, se obtiene que r=[1 5 j $-j$], p=[0 -8 $-4+j2$ $-4-j2$] y k=[]. Indique cuál es la transformada inversa de Laplace de dicha función.

(a) $x(t)=1+5e^{-8t}-2.0e^{-4t}sin(2t)$

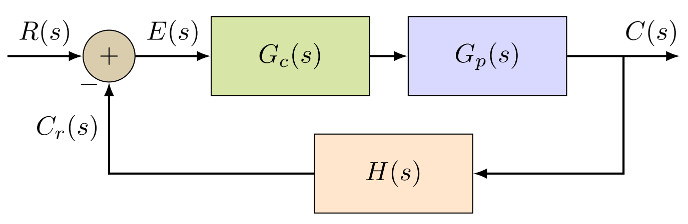
(b) $x(t)=1+5e^{-8t}-1.0e^{-4t}sin(2t)$

(c) $x(t)=5e^{-8t}-2.0e^{-4t}sin(2t)$

(d) $x(t)=5e^{-8t}-1.0e^{-4t}sin(2t)$

Ejercicio 1A-2

Obtenga la función de trasferencia, $G_{fb}=\dfrac{C(s)}{R(s)}$, del sistema realimentado de la figura, donde $G_c(s)=\dfrac{2(s+1)}{s}$, $G_p(s)=\dfrac{1}{(s+4)}$ y $H(s)=\dfrac{6(s+4)}{s(s+5)}$.



(a) $G_{fb}(s)=\dfrac{2s^3+12s^2+10s}{s^4+9s^3+32s^2+60s+48}$

(b) $G_{fb}(s)=\dfrac{2s^3+12s^2+10s}{s^4+9s^3+8s^2-60s-48}$

(c) $G_{fb}(s)=\dfrac{2s+2}{s^2+6s+2}$

(d) $G_{fb}(s)=\dfrac{2s+2}{s^2+2s-2}$

Ejercicio 1A-3

Indique cuál es la transformada inversa Z de la función $X(z) = \dfrac{2.00z^2-1.15z}{z^3-2.20z^2+1.57z-0.37}$.

(a) $x(n)=5-5\cdot 0.61^n cos(0.17n)$

(b) $x(n)=5-2.50\cdot 0.61^n cos(0.17n)$

(c) $x(n)=5-2\cdot 0.61^n cos(0.10n)$

(d) $x(n)=5\cdot e^{-n}-2\cdot 0.61^n cos(0.17n)$

Ejercicio 1A-4

Indique cuál es ecuación en diferencias de la siguiente función de transferencia: $G(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{0.30z-0.40}{z^2-0.10z+0.10}$.

(a) $y[n] = 0.1y[n-1]-0.1y[n-2]+0.3x[n-1]-0.4x[n-2]$

(b) $y[n] = -0.1y[n-1]+0.1y[n-2]-0.3x[n-1]+0.4x[n-2]$

(c) $y[n] = 0.1x[n-1]-0.1x[n-2]+0.3y[n-1]-0.4y[n-2]$

(d) Ninguna de las otras es correcta

Ejercicio 1A-5

Indique qué función de transferencia no da lugar a una respuesta al escalón con tiempo de establecimiento T_s=1.06s:

(a) $G(s)=\dfrac{29.06}{s^2+3.77s+29.06}$

(b) $G(s)=\dfrac{s+29.06}{s^2+7.54s+29.06}$

(c) $G(s)=\dfrac{29.06}{s^2+7.54s+29.06}$

(d) $G(s)=\dfrac{3.77}{s+3.77}$

Ejercicio 1A-6

Dado el sistema con función de transferencia $G(s)=\dfrac{157.40}{s^3+10.40s^2+40.46s+157.40}$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

(a) El sistema se puede aproximar por un sistema de 2° orden sub-amortiguado.

(b) El sistema se puede aproximar por un sistema de 1^{er} orden.

(c) El sistema no se puede aproximar por un sistema de 1^{er} o 2° orden sub-amortiguado, pero es estable.

(d) El sistema es inestable.

Ejercicio 1A-7

Indique qué polos debe tener un sistema discreto para que su respuesta sea de 2° orden subamortiguada con tiempo de establecimiento T_s=1.12s y porcentaje de sobreimpulso OS=12.2 %. Suponga que el periodo de muestreo del sistema es $T_m = 0.1s$.

(a) $p_{1,2} = 0.60 \pm 0.36i$

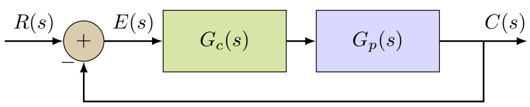
(b) $p_{1,2} = -3.57 \pm 5.33i$

(c) $p_{1,2} = -0.60 \pm 0.36i$

(d) $p_{1,2} = 3.57 \pm 5.33i$

Ejercicio 1A-8

Dado el sistema realimentado de la figura, donde $G_c(s) = \dfrac{8(s+5)}{s}$ y $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+4)}$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.



(a) El error en estado estacionario con cualquier entrada es infinito.

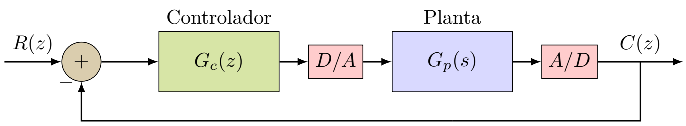
(b) El error en estado estacionario con la entrada escalón es constante.

(c) El error en estado estacionario con la entrada rampa es constante.

(d) El error en estado estacionario con la entrada parábola es constante.

Ejercicio 1A-9

El siguiente sistema realimentado contiene un controlador discreto, $G_c(z)$, cuyo periodo de muestreo es $T_m = 0.1s$, y una planta, cuya función de transferencia en el dominio continuo es $G_p(s)$, siendo $G_c(z)=\dfrac{0.40z-0.20}{z^2-0.70z+0.12}$ y $G_p(s)=\dfrac{8}{s+5}$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.



(a) El sistema es de tipo 0 y su error en estado estacionario es 0.57.

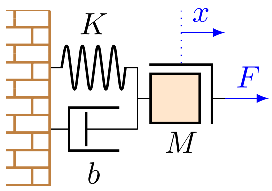
(b) El sistema es de tipo 0 y su error en estado estacionario es 0.77.

(c) El sistema es de tipo 1 y su error en estado estacionario es 0.57.

(d) Ninguna de las otras afirmaciones es correcta.

Ejercicio 1A-10

Dado el sistema mecánico de la figura compuesto por una masa M, con rozamiento b y un resorte con constante K, donde M=70.8 Kg, b=17.2 $N{\cdot}s/m$ y K=8.4 N/m. Indique cuál de las siguientes afirmaciones sobre el desplazamiento provocado (x) al aplicarle una fuerza (F) es correcta.



(a) La respuesta natural del sistema es oscilatoria con envolvente exponencial decreciente.

(b) La respuesta natural del sistema es una oscilación mantenida.

(c) La respuesta natural del sistema es una exponencial decreciente.

(d) La respuesta natural del sistema es la suma de dos exponenciales decrecientes.

B. Prueba 2 (test)

Ejercicio 1B-1

La planta con función de transferencia $G_p(s)$ tiene un polo en s=p_p y el sistema realimentado $G_{fb}(s)$=$\frac{KG_p(s)}{1+KG_p(s)}$ tiene un polo en s=p_{fb}. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

(a) $\angle(G_p(p_{fb}))$=π

(b) $\angle(G_{fb}(p_{fb}))$=π

(c) $\angle(G_p(p_p))$=π

(d) Ninguna de las otras.

Ejercicio 1B-2

La planta con función de transferencia $G_p(s)$ tiene dos polos reales negativos diferentes y no tiene ceros. Indique cuál de las siguientes afirmaciones sobre el sistema realimentado $G_{fb}(s)$=$\frac{KG_p(s)}{1+KG_p(s)}$ es correcta.

(a) El sistema siempre será estable independientemente del valor de K.

(b) El sistema será inestable a partir de cierto valor de K.

(c) La respuesta del sistema siempre es de 2° orden sub-amortiguada.

(d) Ninguna de las otras.

Ejercicio 1B-3

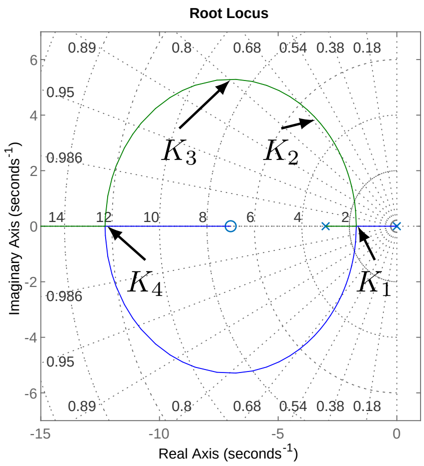
En la figura se muestra representado el lugar de las raíces de $G(s)$ con la función **rlocus** de Matlab. Indique cuál de las siguientes afirmaciones sobre el sistema realimentado con control proporcional, con constante de proporcionalidad K, es correcta.

(a) Con $K{=}K_2$ la respuesta del sistema tendrá el mayor sobre-impulso.

(b) Si $K{>}K_4$ el sistema es inestable.

(c) Con $K{=}K_3$ la respuesta del sistema tendrá el menor tiempo de establecimiento.

(d) Ninguna de las otras.



Ejercicio 1B-4

Indique cuál de las siguientes afirmaciones sobre los controladores proporcional-integral en un sistema continuo no es correcta.

(a) Cuanto más cerca esté el cero del controlador del polo en el origen menos se tardará en alcanzar el estado estacionario.

(b) Cuanto más cerca esté el cero del controlador del polo en el origen menos variará la posición de los polos obtenidos con el control proporcional.

(c) El cero del controlador siempre debe ser negativo.

(d) Ninguna de las otras.

Ejercicio 1B-5

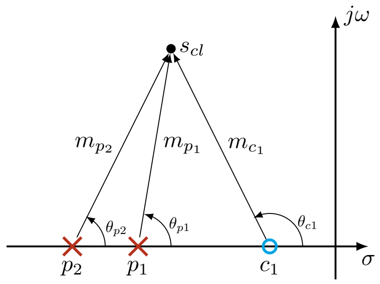
El diagrama polos-ceros de la función de transferencia de la planta $G_p(s)$ y su representación vectorial en el punto s_{cl} se muestra en la figura. ¿Qué ángulo debe tener la representación vectorial del cero, s_z, de un controlador proporcional-derivativo (PD), $G_{PD}(s){=}K(s-s_z)$, para que la función de transferencia del sistema realimentado unitariamente con control PD aplicado a la planta, $G_p(s)$, pueda tener un polo en s_{cl}?

(a) $\theta_{s_z}{=}\pi{-}\theta_{c_1}{+}\theta_{p_1}{+}\theta_{p_2}$

(b) $\theta_{s_z}{=}\pi{+}\theta_{c_1}{-}\theta_{p_1}{-}\theta_{p_2}$

(c) $\theta_{s_z}{=}\pi{-}\theta_{c_1}{-}\theta_{p_1}{-}\theta_{p_2}$

(d) Ninguna de las otras.



Ejercicio 1B-6

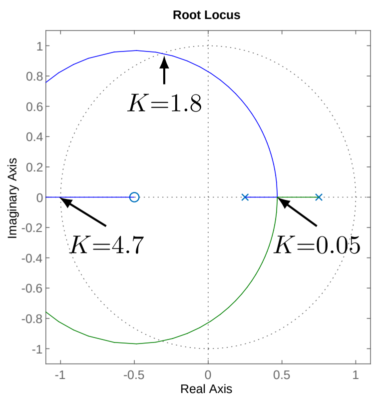
En la figura se muestra representado el lugar de las raíces de $G(z){=}\frac{(z+z_1)}{(z-p_1)(z-p_2)}$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

(a) Si $K{<}1.8$ la respuesta propia del sistema en lazo cerrado siempre tiende a desaparecer.

(b) Si $K{<}4.7$ el sistema en lazo cerrado siempre será estable.

(c) Si $K{=}0.05$ el sistema en lazo cerrado solo tiene un polo.

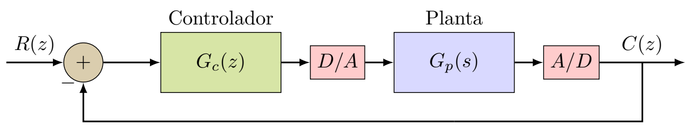
(d) Ninguna de las otras.



C. Prueba 2 (ejercicios)

Diseñe el controlador, $G_c(z)$, para la planta, cuya función de transferencia en el dominio continuo es $G_p(s)=\frac{0.1}{s^2+4s+5}$, siguiendo el esquema de sistema con realimentación unitaria que se muestra, que operará con un periodo de muestreo de T_m=0.1s. La respuesta al escalón del sistema realimentado deberá cumplir las siguientes especificaciones:

- Tiempo de establecimiento $T_s \leq 1s$.
- Porcentaje de sobre-impulso $OS \leq 10\,\%$.
- Error en estado estacionario nulo.



Ejercicio 1C-1

Suponga que $G_c(z)$ es un controlador proporcional-derivativo (PD):

(a) Indique qué especificaciones de las indicadas se pueden conseguir con un control PD. Justifique su respuesta.

(b) Diseñe el controlador PD para que se cumplan las especificaciones indicadas en el apartado anterior e intente mejorar las que no se puedan cumplir. Indique el valor de la constante de proporcionalidad y el valor de los ceros del controlador y demuestre el cumplimiento de las especificaciones representando la respuesta al escalón y dando los valores numéricos de los valores obtenidos para las tres especificaciones.

Ejercicio 1C-2

Suponga que $G_c(z)$ es un controlador proporcional-integral-derivativo (PID):

(a) Partiendo del controlador PD del ejercicio 1 diseñe el controlador PID para que se cumplan las especificaciones. Indique el valor de la constante de proporcionalidad y el valor de los ceros del controlador y demuestre el cumplimiento de las especificaciones representando la respuesta al escalón y dando los valores numéricos de los valores obtenidos para las tres especificaciones.

(b) Obtenga los valores de las contantes K_p, K_i y K_d del controlador PID diseñado en el apartado anterior.

Ejercicio 1C-3

Suponga que $G_c(z)$ es un controlador proporcional-integral-derivativo (PID):

(a) Diseñe el controlador PID para que se cumplan las especificaciones utilizando el método de diseño empírico. Indique el valor de las constantes K_p, T_i y T_d del controlador PID y demuestre el cumplimiento de las especificaciones representando la respuesta al escalón y dando los valores numéricos de los valores obtenidos para las tres especificaciones.

D. Prueba de recuperación (test)

Ejercicio 1D-1

Indique cuál es la expresión en el dominio del tiempo de la respuesta al escalón del sistema discreto cuya función de transferencia es $G(z)=\dfrac{C(z)}{R(z)}=\dfrac{0.8z-0.08z}{z^2-0.2z+0.1}$.

(a) $c(n)=0.8+0.84\cdot 0.32^n cos(1.25n+\phi)$

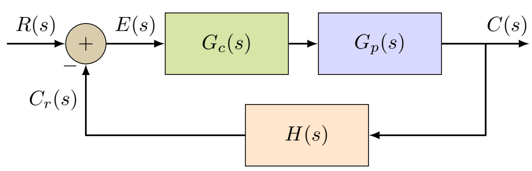
(b) $c(n)=1+0.84\cdot 0.32^n cos(1.25n+\phi)$

(c) $c(n)=0.8\cdot 0.32^n cos(1.25n+\phi)$

(d) $c(n)=0.8+0.84\cdot 0.1^n cos(0.3n+\phi)$

Ejercicio 1D-2

Dado el sistema realimentado de la figura, $G_{fb}=\dfrac{C(s)}{R(s)}$, donde $G_c(s)=\dfrac{3(s+5)}{s}$, $G_p(s)=\dfrac{1}{(s+7)}$ y $H(s)=\dfrac{6(s+5)}{s(s+6)}$. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.



(a) Ninguna de las otras.

(b) La función de transferencia es $G_{fb}(s)=\dfrac{3s^3+33s^2+90s}{s^4+13s^3+24s^2-180s-450}$

(c) El sistema tiene polos complejos en $p1=-0.65\pm j6.05$.

(d) El error en estado estacionario del sistema debido a la entrada escalón es nulo.

Ejercicio 1D-3

Indique cuál es ecuación en diferencias del controlador proporcional integral: $G_{PI}(z)=\dfrac{C(s)}{E(z)}=\dfrac{27(z-0.91)}{z-1}$.

(a) $c[n]=c[n-1]+27e[n]+24.57e[n-1]$

(b) $c[n]=c[n-1]+27e[n]+0.91e[n-1]$

(c) $c[n]=c[n-1]-27e[n]-24.57e[n-1]$

(d) Ninguna de las otras es correcta

Ejercicio 1D-4

Dado el sistema discreto muestreado a $T_m=0.1s$ y con función de transferencia $G(z)=\dfrac{0.7z^2}{z^3-2.53z^2+2.25z-0.7}$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

(a) El sistema se puede aproximar por un sistema de 2° orden sub-amortiguado.

(b) El sistema se puede aproximar por un sistema de 1^{er} orden.

(c) El sistema no se puede aproximar por un sistema de 1^{er} o 2° orden sub-amortiguado, pero es estable.

(d) El sistema es inestable.

Ejercicio 1D-5

La función de transferencia de un modor DC que relaciona la velocidad angular obtenida con el voltaje aplicado al motor es $G_\omega(s)=\frac{\Omega(s)}{V(s)}=\frac{39}{(s+5)(s+15)}$. Si se desea realizar un control de la posición angular del motor con un sistema realimentado unitariamente en el que se requiere que el error en estado estacionario debido a la entrada escalón sea nulo, indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

(a) El controlador puede ser P o PD.

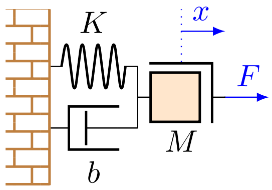
(b) El controlador solo puede ser PI o PID..

(c) El controlador solo puede ser PID.

(d) Ninguna de las otras afirmaciones es correcta.

Ejercicio 1D-6

Dado el sistema mecánico de la figura compuesto por una masa M, con rozamiento b y un resorte con constante K, donde M=70.8 Kg, b=17.2 $N{\cdot}s/m$ y K=8.4 N/m. Indique cuál de las siguientes afirmaciones sobre el desplazamiento provocado (x) al aplicarle una fuerza (F) es correcta.



(a) La respuesta natural del sistema es oscilatoria con envolvente exponencial decreciente.

(b) La respuesta natural del sistema es una oscilación mantenida.

(c) La respuesta natural del sistema es una exponencial decreciente.

(d) La respuesta natural del sistema es la suma de dos exponenciales decrecientes.

Ejercicio 1D-7

Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta sobre la ecuación en diferencias de un controlador: $c[n]$=$10(e[n] - 0.7e[n-1])$.

(a) El controlador es PD.

(b) El controlador es PI.

(c) El controlador no es implementable.

(d) Ninguna de las otras afirmaciones es correcta.

Ejercicio 1D-8

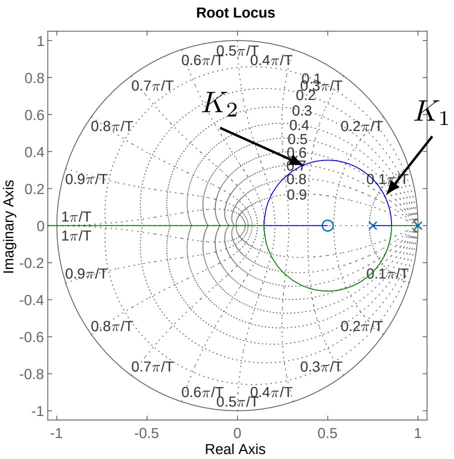
Dado un sistema realimentado unitariamente que contiene un controlador proporcional, con constante de proporcionalidad K, y una planta, cuya representación del lugar de las raíces se muestra en la figura, indique cuál de las siguientes afirmaciones no es correcta.

(a) Si K=K_1 o K=K_2 las respuestas de los sistemas resultantes tienen similar porcentaje de sobre-impulso.

(b) El sistema será inestable a partir de cierto valor de K.

(c) El cero no se desplaza hacia la izquierda por el eje real si K>0.

(d) Alguna de las otras afirmaciones es incorrecta.



Ejercicio 1D-9

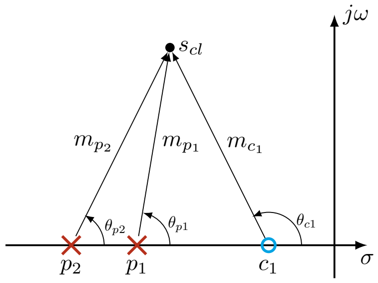
El diagrama polos-ceros de la función de transferencia de la planta $G_p(s)$ y su representación vectorial en el punto s_{cl} se muestra en la figura. ¿Qué condición se debe cumplir para que al incluir la planta, $G_p(s)$, en un sistema realimentado unitariamente con control proporcional-derivativo (PD), $G_{PD}(s)=K(s-s_z)$, el sistema pueda tener un polo en s_{cl}?

(a) $|G_{PD}(s_{cl})|=\dfrac{m_{p_1}m_{p_2}}{m_{c_1}}$

(b) $|G_{PD}(s_{cl})|=\dfrac{Km_{c_1}}{m_{p_1}m_{p_2}}$

(c) $|G_{PD}(s_{cl})|=\dfrac{m_{p_1}m_{p_2}}{Km_{c_1}}$

(d) Ninguna de las otras



Ejercicio 1D-10

Un controlador PID diseñado por el método de diseño independiente de las acciones de control PI y PD, en el que se obtiene $G_{PD}(s)=8(s+c_{PD})$ y $G_{PI}(s)=\frac{4(s+0.2)}{s}$, se desea modelar utilizando la función **pid** de Matlab. Indique cuál de los valores de las constantes necesarias para utilizar dicha función es correcto.

(a) Kp=294.4.

(b) K_d=8.

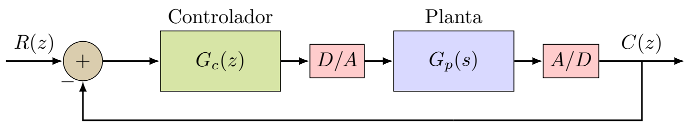
(c) K_p=32.

(d) Ninguna de las otras es correcta.

E. Prueba de recuperación (ejercicios)

Diseñe el controlador PID discreto, $G_c(z)$, para la planta, cuya función de transferencia en el dominio continuo es $G_p(s)=\frac{0.1}{s^2+40s+500}$, siguiendo el esquema de sistema con realimentación unitaria que se muestra, para que opere con una frecuencia de muestreo de f_m=100Hz. La respuesta al escalón del sistema realimentado deberá cumplir las siguientes especificaciones:

- Tiempo de establecimiento $T_s \leq 0.1s$.
- Porcentaje de sobre-impulso $OS \leq 10\,\%$.
- Error en estado estacionario nulo.



Ejercicio 1E-1

Utilice el método de diseño independiente de las acciones de control PD y PI y justifique todas las decisiones que tome en el proceso de diseño. Demuestre el cumplimiento de las especificaciones representando la respuesta al escalón y dando los valores numéricos de los valores obtenidos para las tres especificaciones.

Ejercicio 1E-2

Calcule analíticamente, utilizando Matlab, el error en estado estacionario del sistema debido a la entrada rampa $r(t)=t{\cdot}u(t)$.

Anexo 2

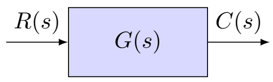
Pruebas curso 2020-2021

***

A. Prueba 1

Ejercicio 2A-1

Al calcular con Matlab los residuos y los polos de la respuesta al escalón unitario del sistema $G(s)$ se obtiene r=$[-1 \quad -10 \quad 1]$ y p=$[-10 \quad -10 \quad 0]$.

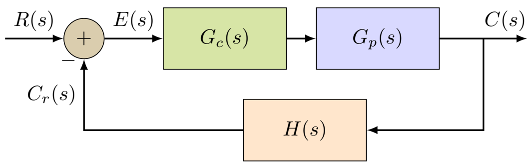


(a) Escriba la expresión en el dominio temporal de la salida del sistema $c(t)$.

(b) ¿Qué tipo de sistema es $G(s)$?

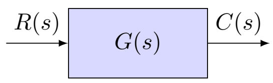
Ejercicio 2A-2

Obtenga la función de trasferencia, $G_{fb}=\frac{C(s)}{R(s)}$, del sistema realimentado de la figura en función de $G_c(s)$, $G_p(s)$ y $H(s)$.



Ejercicio 2A-3

Dado el sistema $G(s) = \dfrac{10(s^2+2.5s+10)}{(s+10)(s^2+2s+5)}$:



(a) Indique el tipo de sistema y enumere las características que conozca de $G(s)$.

(b) Calcule la duración de la respuesta transitoria de $G(s)$.

(c) Calcule la ganancia de $G(s)$.

Ejercicio 2A-4

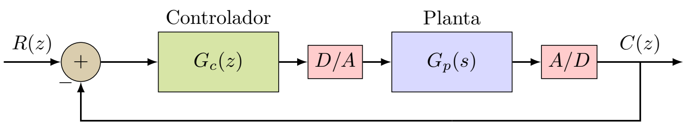
Obtenga la ecuación en diferencias de la función de transferencia $G(z)=\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{z^2-0.2z+0.4}{z^2-0.2z+0.3}$.

Ejercicio 2A-5

Indique qué polos debe tener un sistema discreto para que su respuesta sea de 2° orden subamortiguada con tiempo de establecimiento T_s=1s y tiempo de pico T_p=0.5s. Suponga que el periodo de muestreo del sistema es $T_m = 0.01s$.

Ejercicio 2A-6

El siguiente sistema realimentado, cuyo periodo de muestreo es $T_m = 0.1s$, contiene un controlador discreto, $G_c(z)=\frac{0.4z-0.2}{z^2-0.6z+0.12}$, y una planta, cuya función de transferencia discretizada es $G_p(z)=\frac{0.5}{z-0.67}$, dando lugar a la siguiente función de transferencia en lazo cerrado $G_{fb}=\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{0.19(z-0.5)}{(z-0.55)(z^2-0.71z+0.32)}$.

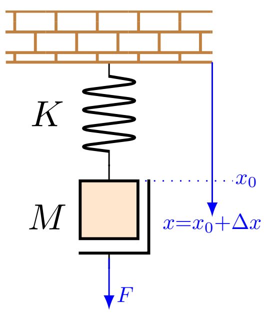


(a) Justifique si el sistema es o no estable.

(b) Si el sistema es estable indique de qué tipo de sistema se trata según el tipo de error en estado estacionario y calcule dicho error.

Ejercicio 2A-7

Dado el sistema mecánico de la figura compuesto por una masa M y un resorte con constante K, donde M=2 Kg y K=0.01 N/m.



(a) Obtenga la función de transferencia del sistema , $G(s)=\frac{\Delta X(s)}{F(s)}$, que relaciona el incremento de desplazamiento realizado respecto al punto de equilibrio x_0 con la fuerza aplicada.

B. Escriba la expresión de la respuesta temporal del sistema cuando se le aplica una fuerza $f(t)=u(t)$ (no calcule los residuos de las fracciones simples, sino que asuma que tienen cierto valor k_i).

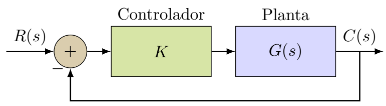
C. Indique de qué tipo de sistema se trata.

D. Razone si el comportamiento del sistema es el esperado en un sistema similar real. Si no lo es, indique cómo habría que modificar el modelo mecánico para que refleje mejor el comportamiento del sistema.

B. Prueba 2

Ejercicio 2B-1

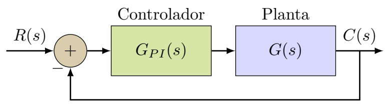
A la planta con función de transferencia $G(s)=\frac{a}{s+a}$ se le aplica control proporcional.



Indique cuales de los parámetros de la respuesta transitoria, T_s, T_r, T_p, $\%OS$ y $e_s(\infty)$, se pueden mejorar modificando el valor de la constante de proporcionalidad, K. Justifique la respuesta.

Ejercicio 2B-2

A la planta con función de transferencia $G(s)=\frac{8}{(s+5)(s+10)}$ se le aplica un control proporcional-integral (PI), donde $G_{PI}(s)=\frac{K(s+4)}{s}$, siguiendo el diagrama de bloques de la figura.



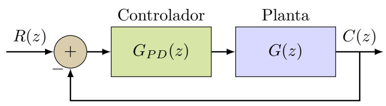
(a) Dibuje el lugar de las raíces del sistema realimentado.

(b) Indique el rango de valores de la constante de proporcionalidad K en el que el sistema es estable. Justifique su respuesta.

(c) Dibuje los polos del sistema realimentado cuando K tome un valor muy grande y justifique si para ese valor de K el sistema se puede aproximar por uno de 2º orden sub-amortiguado.

Ejercicio 2B-3

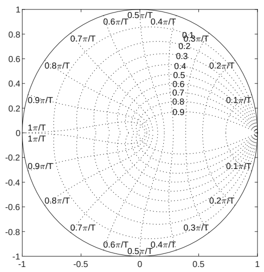
A la planta con función de transferencia $G(z)=\frac{4(z+0.75)}{(z-0.5)((z-0.75)}$ se le aplica un control proporcional-derivativo (PD), donde $G_{PD}(z)=K\frac{(z-z_c)}{z}$, siguiendo el diagrama de bloques de la figura.



(a) Dibuje en el plano Z el punto en el que el sistema realimentado ($G_{fb}(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$) debe disponer de un polo para que si fuese de 2º orden sub-amortiguado su respuesta tenga un tiempo de establecimiento T_s=0.8 segundos y $OS\,\%$=10 % (ζ=0.6). Tenga en cuenta que el tiempo de muestreo del sistema es de T_m=0.1 segundos.

(b) Obtenga el valor del cero del controlador PD, z_c, para que $G_{fb}(z)$ pueda disponer de un polo en z_p=$0.4+0.3i$. Tenga en cuenta que $\angle G(z_p)$=$2,21 rad$ $(126,7^o)$.

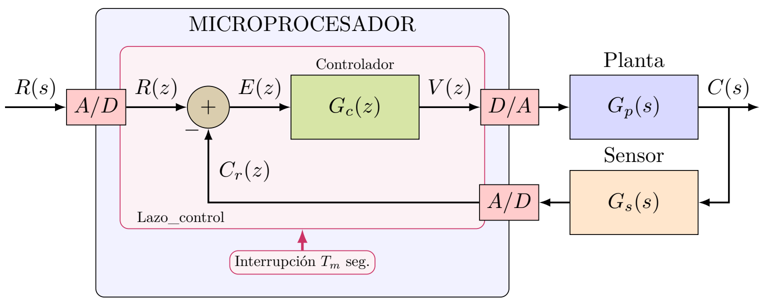
(c) Obtenga el valor de K para que $G_{fb}(z)$ disponga de un polo en z_p. Tenga en cuenta que $|G(z_p)|$=$32,6$.



Ejercicio 2B-4

En la figura se muestra el esquema de implementación mediante un microcontrolador de un lazo de control digital. La señal de referencia y la del sensor se digitalizan con un conversor A/D y la acción de control se aplica mediante un conversor D/A. La parte del control digital se implementa en una tarea (denominada Lazo_control) que se ejecuta cada vez que un Timer genera una interrupción a la frecuencia de muestreo f_m=$1/T_m$.

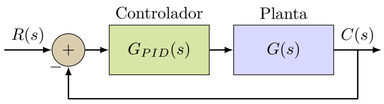
Escriba el pseudo-código que habría que programar en la tarea Lazo_control para implementar el lazo de control, teniendo en cuenta que se va a aplicar un control PD siguiendo la función de transferencia $G_c(z)$=$\frac{V(z)}{E(z)}$=$K_p + K_d \cdot \frac{z-1}{T_m \cdot z}$, donde K_p y K_d son las constantes del control proporcional y derivativo, respectivamente. Asuma que puede leer el valor del conversor A/D con la función Read_ADC(ch_x) y escribir el conversor D/A con la función Write_DAC(ch_x,valor). La entrada de referencia está conectada al A/D del ch_0 y la del sensor al ch_1. El D/A está conectado al ch_0.



C. Prueba de recuperación

Ejercicio 2C-1

A la planta con función de transferencia $G(s){=}\frac{150}{(s+3)(s+5)(s+10)}$ se le aplica un control proporcional-integral-derivativo (PID), donde $G_{PID}(s){=}K\frac{(s+6)(s+2)}{s}$, siguiendo el diagrama de bloques de la figura.



(a) Dibuje el lugar de las raíces del sistema realimentado $G_{fb}(s){=}\frac{C(s)}{R(s)}$.

(b) Razone si en el sistema $G_{fb}(s)$ hay que aumentar o disminuir el valor de K para que se produzcan cada uno de los siguientes efectos:

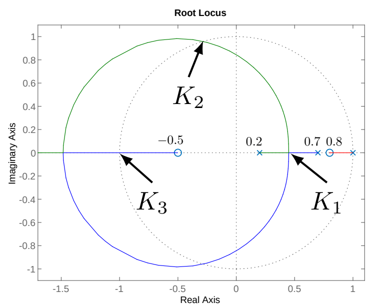
a) Disminución del tiempo de establecimiento.

b) Disminución del tiempo de pico.

c) Reducción del factor de sobre-amortiguamiento.

Ejercicio 2C-2

Dada la representación del lugar de las raíces mostrada en la figura:



(a) Deduzca la expresión de la función de transferencia del sistema en lazo abierto $G_{OL}(z)$.

(b) Dibuje el diagrama de bloques del sistema cuyo lugar de las raíces se representa en la figura. Asuma que la realimentación es unitaria.

(c) Indique el número de polos y ceros que tiene la función de transferencia del sistema realimentado.

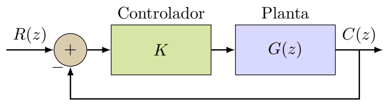
(d) Indique para qué rango de valores de K el sistema es estable.

(e) Indique para qué rango de valores de K la respuesta al escalón del sistema se puede representar con esta expresión genérica $c[n]{=}(1+g_1{\cdot}a_1^n+g_2{\cdot}a_2^n+g_3{\cdot}a_3^n){\cdot}u[n]$, siendo a_i y g_i valores constantes y cumpliéndose que $0{<}a_i{<}1$. Justifique la respuesta.

(f) Indique cuál es el error en estado estacionario del sistema a la entrada escalón para los distintos valores de la constante K del controlador.

Ejercicio 2C-3

A la planta con función de transferencia $G(z) = \frac{z}{z-0.75}$ se le aplica un control proporcional (P) siguiendo el diagrama de bloques de la figura para que el tiempo de establecimiento del sistema sea $T_s = 0.05seg$. Tenga en cuenta que el periodo de muestreo del controlador es $T_m = 0.01seg$.



(a) Dibuje el lugar de las raíces del sistema realimentado e indique de qué tipo de sistema se trata.

(b) Obtenga el valor de K para que la respuesta del sistema realimentado con control proporcional cumpla el tiempo de establecimiento indicado.

(c) Calcule el error en estado estacionario $e_s(\infty)$ del sistema al aplicarle la K calculada.

(d) Escriba la expresión de la respuesta temporal al escalón unitario del sistema realimentado al aplicarle la K calculada (si desconoce el valor del residuo al hacer las descomposición en fracciones simples, déjelo como una constante).

(e) Dibuje el escalón unitario y la respuesta del sistema a dicho escalón. Dimensiónela adecuadamente e indique en el dibujo dónde se mide el tiempo de establecimiento y el error en estado estacionario.

(f) Escriba la función de transferencia (en el dominio z) del controlador que debería aplicarse a la planta $G(z)$ para que el error en estado estacionario (calculado en C) sea nulo.

Anexo 3

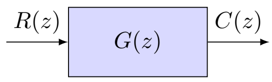
Pruebas curso 2021-2022

***

A. Prueba 1

Ejercicio 3A-1

La respuesta al impulso ($r[n] = \delta[n]$) de un sistema nos permite obtener la respuesta natural de dicho sistema. Al calcular con Matlab los residuos y los polos de la respuesta al impulso del sistema $G(z)$ se obtiene r=[4 $\quad -3$] y p=[1 $\quad$ 0.75].

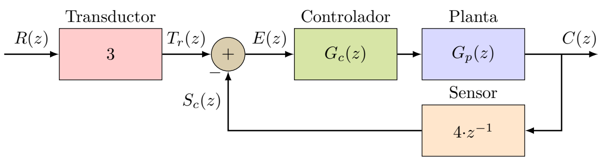


(a) Escriba la expresión en el dominio Z de la función de transferencia $G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$.

(b) Escriba la expresión en el dominio temporal de la salida del sistema $c[n]$.

Ejercicio 3A-2

Obtenga la función de trasferencia, $G_{fb}{=}\frac{C(z)}{R(z)}$, del sistema realimentado de la figura en función de $G_c(z)$ y $G_p(z)$. Utilice las variables mostradas en la figura para realizar el análisis.

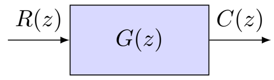


Ejercicio 3A-3

La respuesta genérica al escalón unitario de un sistema de 2° orden sub-amortiguado es $c(t) = k_0 + k_1 e^{-4t} sin(6t + \phi_1)$. Obtenga el tiempo de establecimiento y tiempo de pico de la respuesta temporal del sistema.

Ejercicio 3A-4

Dado el sistema G cuya ecuación en diferencias es: $c[n]{=}0.75{\cdot}c[n{-}1]{+}r[n]{-}r[n{-}1]$

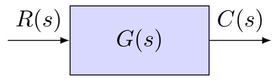


(a) Escriba la expresión en el dominio Z de la función de transferencia $G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$.

(b) Indique si el sistema es estable. Justifique su respuesta.

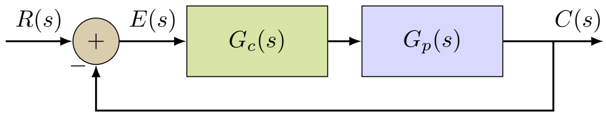
Ejercicio 3A-5

Dado el sistema $G(s) = \dfrac{10}{s^2{+}11s{+}10}$. Calcule la duración de la respuesta transitoria de $G(s)$.



Ejercicio 3A-6

El siguiente sistema realimentado contiene un controlador, $G_c(s){=}\frac{s+1}{s}$, y una planta, $G_p(s){=}\frac{10}{s+5}$, dando lugar a la siguiente función de transferencia en lazo cerrado $G_{fb}(s){=}\frac{C(s)}{R(s)}{=}\frac{10(s+1)}{(s+0.7)(s+14.3)}$.



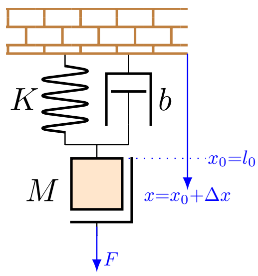
(a) Indique de qué tipo de sistema se trata según el tipo de error en estado estacionario. Justifique su respuesta.

(b) Calcule el error en estado estacionario del sistema.

(c) Calcule la ganancia del sistema.

Ejercicio 3A-7

Una masa (M) colgada de un muelle (con constante K) se puede modelar como el sistema mecánico de la figura, donde b es el rozamiento del aire. En dicho sistema la función de transferencia que relaciona el incremento de desplazamiento realizado respecto al punto de equilibrio x_0 con la fuerza aplicada es:



$$G(s){=}\frac{\Delta X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{M}}{s^2 + \frac{b}{M}s + \frac{K}{M}}.$$

Datos: $M{=}2\ Kg$; $b{=}0.1\ N{\cdot}s/m$; $K{=}1\ N/m$.

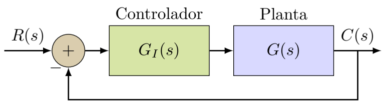
(a) Describa cómo responde el sistema si se le aplica una fuerza en un instante temporal (ej. $f(t) = k_f \cdot \delta(t)$, siendo k_f una constante).

(b) ¿Depende la frecuencia de oscilación de la masa del valor k_f? Justifique su respuesta.

B. Prueba 2

Ejercicio 3B-1

A continuación se muestra el diagrama del lugar de las raíces de un sistema de control de la posición de un motor (cuyo diagrama de bloques se presenta en la figura adjunta), formado por un controlador integral (I), $G_I(s)$, y el motor, $G(s)$.



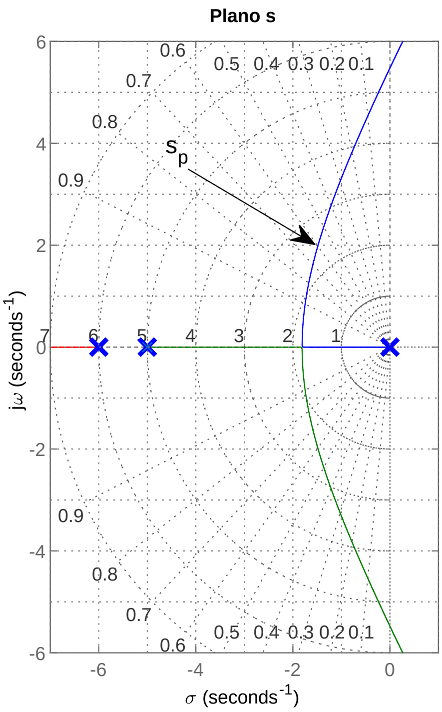
(a) Escriba la función de transferencia en lazo abierto del sistema, $G_{OL}(s)$.

(b) Escriba las funciones de transferencia $G_I(s)$ y $G(s)$.

(c) ¿Puede diseñarse el sistema realimentado para que su respuesta tenga un tiempo de establecimiento máximo de 5 s y un factor de sobreamortiguemiento entre 5 y el 10 %? Justifique la respuesta.

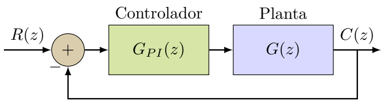
(d) ¿Puede diseñarse el sistema realimentado para que su respuesta tenga un tiempo de establecimiento de 1 s. Justifique la respuesta.

(e) Calcule el valor de K para que el sistema disponga de un polo en $s_p = -1.5 \pm j2$.



Ejercicio 3B-2

Un sistema discreto, cuya frecuencia de muestreo es f_m=10 Hz, dispone de una planta, $G(z)=\frac{0.12z^2}{(z-0.6)(z-0.7)}$, y un controlador proporcional-integral (PI), $G_{PI}(z)=K\frac{z-0.8}{z-1}$, que están conectados siguiendo el diagrama de bloques de la figura.



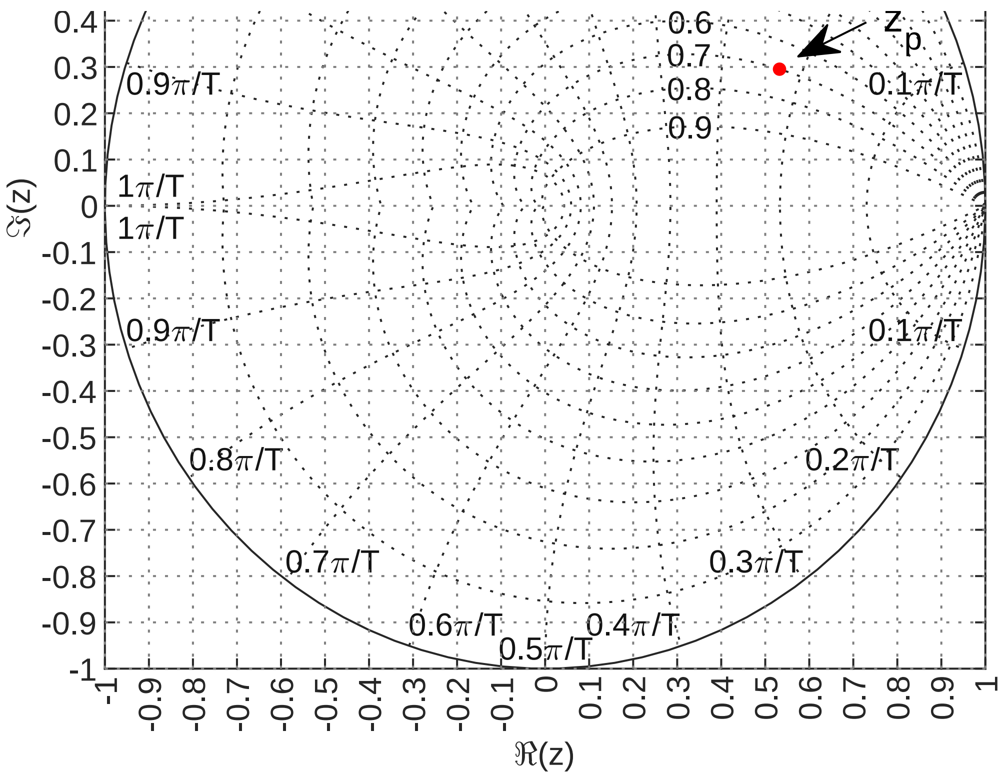
(a) Exprese matemáticamente la condición que debe cumplir el punto z_p=0.5+j0.3 para que pertenezca al lugar de las raíces del sistema $G_{fb}(z)=\frac{C(z)}{R(z)}$ y explique cómo realizar el cálculo. Puede utilizar el siguiente diagrama del plano Z para realizar la explicación.

(b) Suponga que z_p es un posible polo de $G_{fb}(z)$. Represente el lugar de las raíces del sistema.

(c) Obtener el valor de K para que el error en estado estacionario ante una entrada que cambia con velocidad constante sea del 5 %.

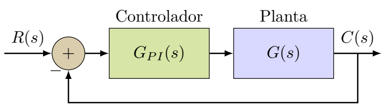
(d) Suponga que el sistema dispone de polos en z_p, z_p^* (conjugado de z_p) y en 0.81. Obtenga el tiempo de establecimiento del sistema.

(e) Suponga que el sistema dispone de polos en z_p, z_p^* y en 0.81. Escriba la respuesta temporal genérica del sistema cuando se excita con una entrada escalón.



Ejercicio 3B-3

A la planta con función de transferencia $G(s)=\frac{8}{(s+5)(s+10)}$ se le aplica un control proporcional-integral (PI), donde $G_{PI}(s)=\frac{K(s+4)}{s}$, siguiendo el diagrama de bloques del sistema realimentado mostrado en la figura.



Utilizando las funciones de Matlab *tf*, *zpk*, *minreal*, *rlocus* y *pole* escriba el código de Matlab para modelar las siguientes acciones del sistema realimentado:

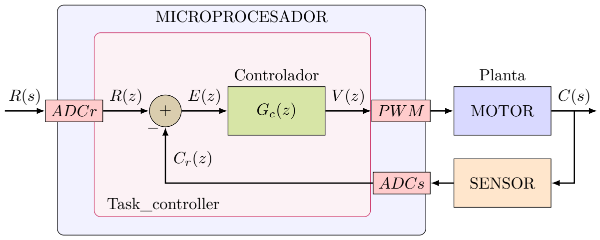
(a) Representar el lugar de las raíces.

(b) Obtener la función de transferencia del sistema realimentado cuando $K = 2$.

(c) Calcular los polos del sistema realimentado.

Ejercicio 3B-4

Complete el código C de la tarea de Free-RTOS *Task_Controller* para implementar un lazo de control que dispone de un controlador PD, cuya función de transferencia es $G_c(z) = \frac{V(z)}{E(z)} = 1.5 + 0.1 \cdot (1 - z^{-2})$, tal y como se muestra en la figura. Se dispone de las funciones *lee_ADCr* y *lee_ADCr*, que leen los valores digitalizados por los conversores ADCr y ADCs, y la función *escribe_PWM(float v_pwm)*, que configura el PWM con el valor de *v_pwm*.




```c
    // Declaracion de variables globales

void Task_Controller(void* arg) {
    // Declaracion de variables de la tarea
    float ref;
    float c_r;

   while(1) {
     // Lee referencia
     ref = lee_ADCr();
     // Lee sensor
     c_r = lee_ADCs();
     // Calculo de error
     // Accion de control
     // Aplicar resultado a la planta
     vTaskDelay(100 / portTICK_PERIOD_MS);
   }
}
```