

## Progetto 2

Si vuole definire un modello a parametri concentrati che descriva l'evoluzione della temperatura in una casa. La base della pianta della casa è un quadrato di lato  $L = 8$  m. È poi suddivisa in tre ambienti (Figura 1):

- un piano interrato di altezza  $H_I = 2.4$  m;
- un piano abitabile di altezza  $H_A = 2.7$  m;
- un sottotetto con colmo di altezza  $H_T = 4$  m.

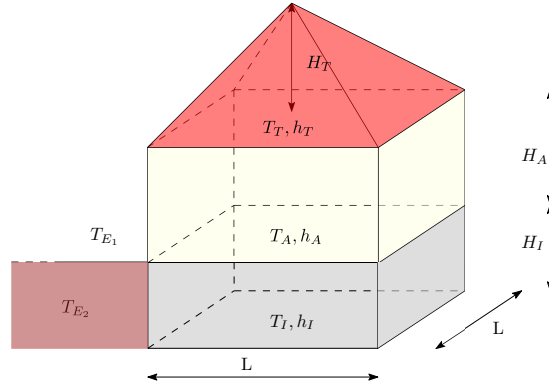


Figure 1: Schema geometrico dell'abitazione.

Si consideri l'aria un gas ideale a densità e capacità termica costanti di valori  $\rho = 1.225$  Kg/m<sup>3</sup> e  $c = 1000$  J/Kg°C.

L'evoluzione della temperatura in ciascuna stanza  $i$  è modellata tramite la seguente equazione differenziale:

$$\rho V_i c \frac{dT_i}{dt} = - \sum_{j=1}^n q_{i,j}, \quad (1)$$

dove  $T_i$  è la temperatura della stanza  $i$ ,  $V_i$  è il volume della stanza  $i$  e  $q_{i,j}$  è il flusso conduttivo uscente dalla stanza  $i$  attraverso la parete  $j$ . Il flusso è descritto dalla seguente legge:

$$q_{i,j} = -h_j S_j (T_j - T_i), \quad (2)$$

dove  $h_j$  è la trasmittanza della parete  $j$ ,  $S_j$  è la sua superficie e  $T_j$  è la temperatura dell'ambiente all'esterno della parete  $j$ .

Le pareti dell'abitazione sono caratterizzate dalle seguenti trasmittanze:

- tetto:  $h_T = 0.3$  W/m<sup>2</sup>K;
- muri:  $h_M = 0.35$  W/m<sup>2</sup>K;

- pavimenti e solette:  $h_S = 0.4 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Durante una giornata invernale, la variazione delle temperature esterne è stimata attraverso la seguente funzione:

$$T_{ex} = T_0 - C_1 \cos(C_2(t - t_0)), \quad (3)$$

dove  $t_0$  è il tempo iniziale in secondi e  $T_0, C_1, C_2$  sono delle costanti.

Si consideri la finestra temporale di un'intera giornata, a partire da mezzanotte. Per la temperatura esterna  $T_{E_1}$  si considerino  $T_0 = C_1 = 5^\circ\text{C}$ ; per la temperatura esterna  $T_{E_2}$  si considerino  $T_0 = 5^\circ\text{C}$ ,  $C_1 = 1^\circ\text{C}$ . In entrambi i casi  $C_2 = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60}$  e  $t_0 = 0$ .

1. Calcolare l'andamento della temperatura nei tre ambienti durante la giornata sapendo che a mezzanotte  $T_T = T_A = T_I = 18^\circ\text{C}$ .
2. Con le stesse condizioni iniziali, calcolare l'andamento della temperatura considerando che all'interno della zona abitabile è presente una sorgente di calore sempre accesa che eroga energia per 0.8 kW.
3. Considerando la presenza della sorgente di calore, come devono variare i coefficienti di isolamento dei muri esterni in modo tale che la temperatura della zona abitabile non scenda mai sotto i  $17^\circ\text{C}$ ?