

1.1 Zbiór *airpollution.txt* zawiera dane dotyczące związku pomiędzy zanieczyszczeniem powietrza i śmiertelnością w 60 miastach amerykańskich. Między zmiennymi są:

Mortality - skorygowana wiekiem liczba zgonów na 100 000 mieszkańców,

Education - mediana liczby lat kształcenia,

JanTemp, *JulTemp* - średnie temperatury w styczniu i lipcu (w stopniach Fahrenheita),

SO2Pot - stężenie dwutlenku siarki.

- (a) Oblicz współczynnik korelacji próbkowej pomiędzy zmienną *Mortality* a zmienną *Education*.
- (b) Dokonaj permutacji zmiennej *Mortality* i oblicz współczynnik korelacji między spemutowaną zmienną, a zmienną *Education*. Powtórz punkt $k = 100000$ razy.
- (c) Narysuj histogram uzyskanych korelacji. Nanieś na uzyskany wykres korelację z punktu (a).
- (d) Przeprowadź test permutacyjny. Czy zmienne *Mortality* i *Education* są skorelowane?
- (e) Powtórz wcześniejsze podpunkty dla zmiennych *JulyTemp* i *SO2Pot*.

1.2 Stwórz macierz $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$.

- (a) Znajdź jej rozkład spektralny korzystając z funkcji `eigen()`:

$$A = PDP^{-1}.$$

- (b) Sprawdź, że po wymnożeniu odpowiednich macierzy, będących wynikiem działania funkcji `eigen()`, można otrzymać macierz A .
- (c) Narysuj wektory bazy, w której przekształcenie związane z A jest reprezentowane przez macierz diagonalną (przydatna funkcja: `arrows`).
- (d) Znajdź rozkład spektralny dla macierzy $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Co możemy powiedzieć o P^{-1} ?
- (e) Porównaj rozkład spektralny macierzy $A'A$ z rozkładem SVD macierzy A (funkcja `svd`).

1.3 Wczytaj obrazek

```
M <- as.matrix(read.csv("zebra.csv"))  
image(M, asp=TRUE, col=c("white", "black"), xaxt = "n", yaxt = "n")
```



- (a) Zastosuj rozkład SVD dla macierzy M .
- (b) Odtwórz macierz M korzystając z 50%, 10%, 4% i 2% największych wartości singularnych (pozostałe zastąp zerami).
- (c) Narysuj wykresy dla każdego poziomu kompresji z poprzedniego podpunktu (rysowanie 4 wykresów jednocześnie - `par(mfrow=c(2,2))`).
- (d) Narysuj wykres wartości singularnych. Nanieś na wykres pionowe linie po 50%, 10%, 4% i 2% wszystkich wartości.