

MARCOS G QUILES - NEURAL NETWORKS

LECTURE 03 - PERCEPTRONS

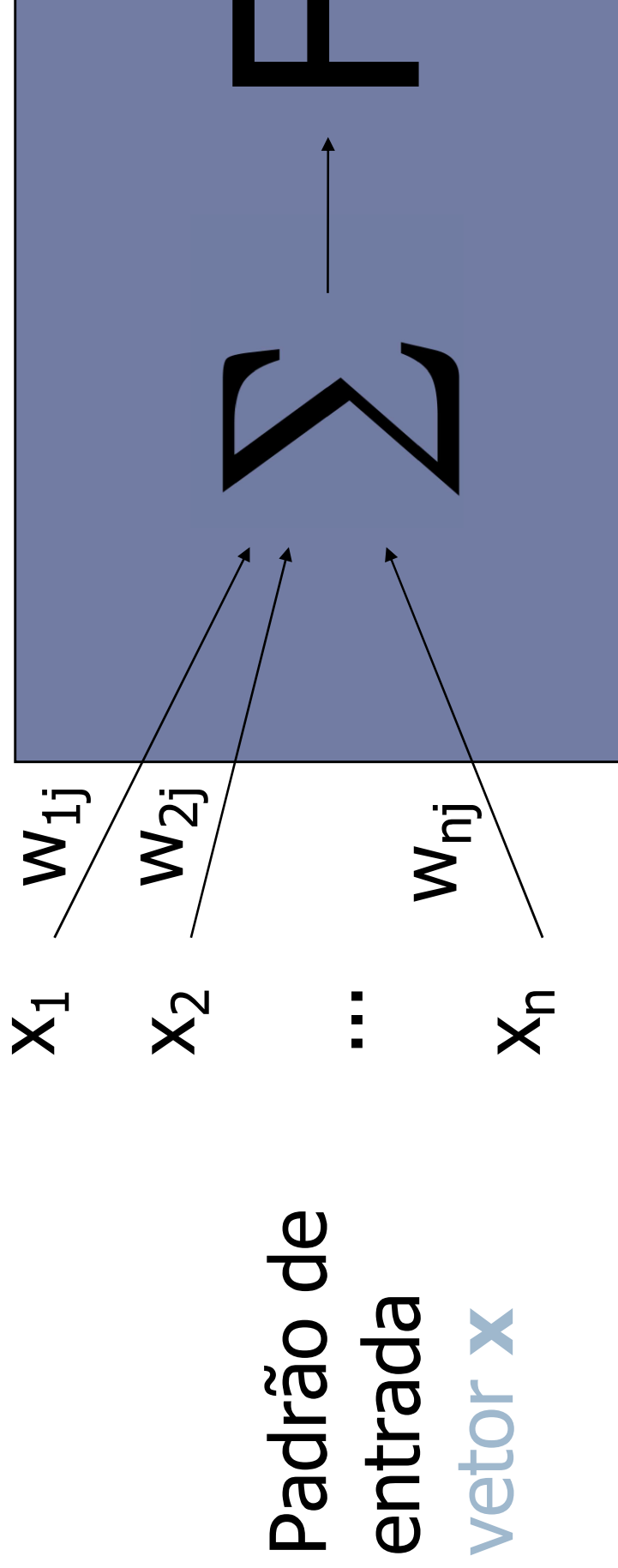
NEURAL

AGENDA

1. Introdução
2. Portas de limiar
3. Perceptron
4. Adaline

INTRODUÇÃO

1. O Neurônio MCP: na sua forma mais simples, em:

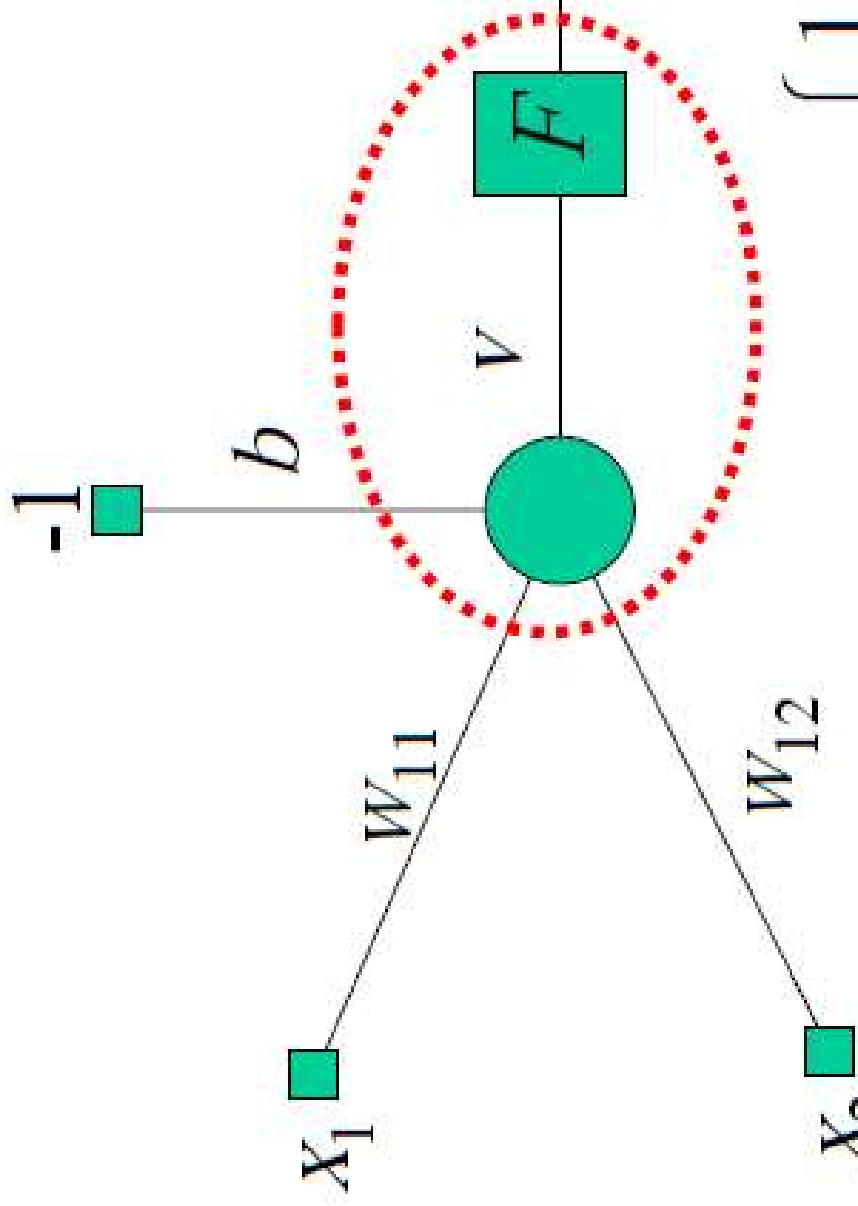


INTRODUÇÃO

1. O Neurônio MCP resolve o problema da porta AND

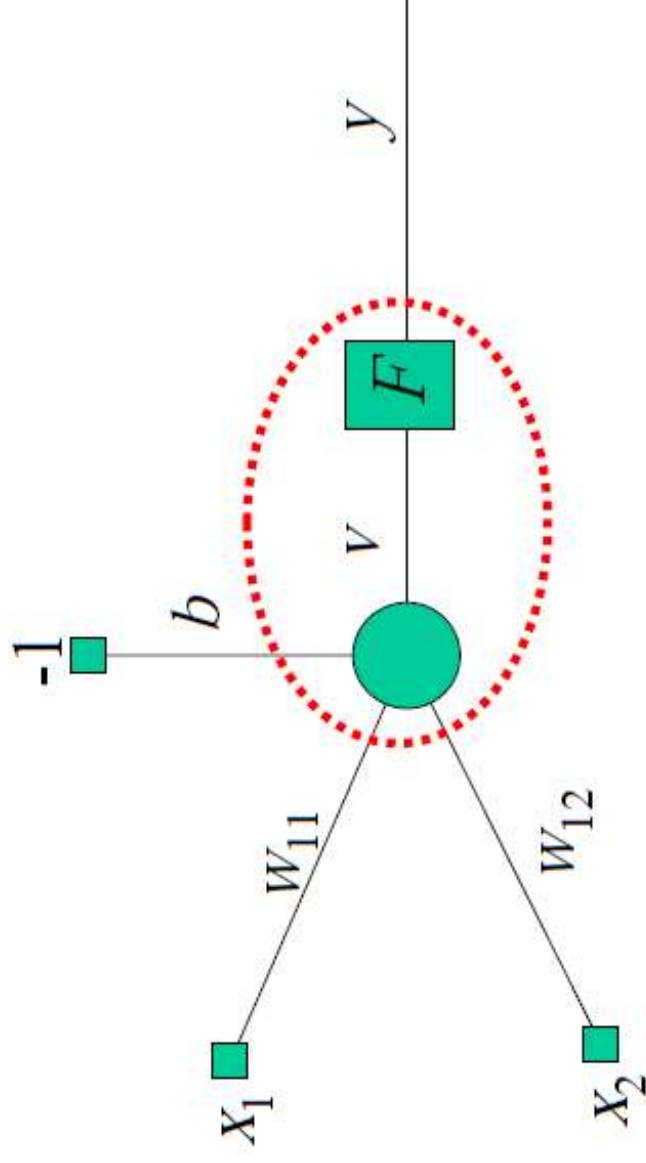
AND

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



AND

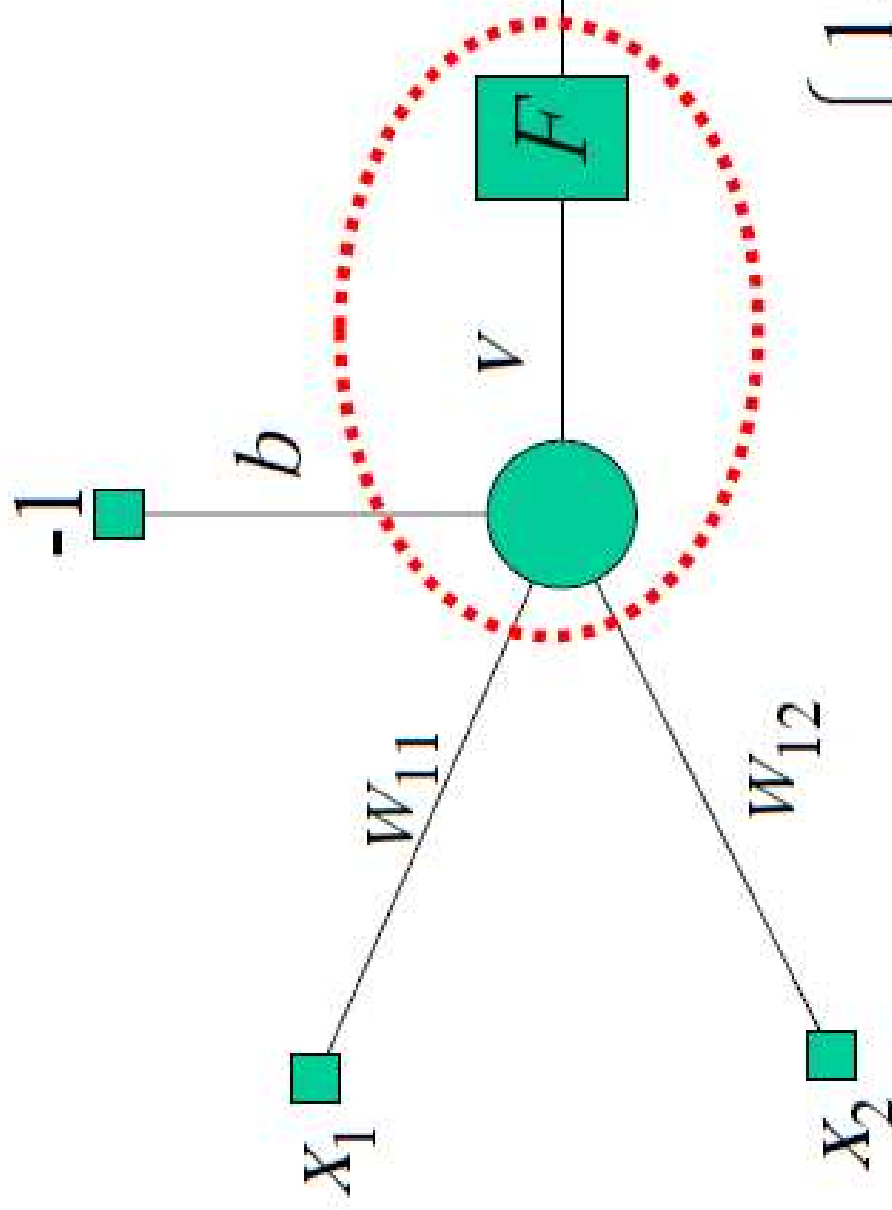
x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



INTRODUÇÃO

1. E o problema do OR, como ficaria?

OR		x_1	x_2	y
	x_1	0	0	0
	x_1	0	1	1
	x_1	1	0	1
	x_1	1	1	1



INTRODUÇÃO: EXEMPLOS

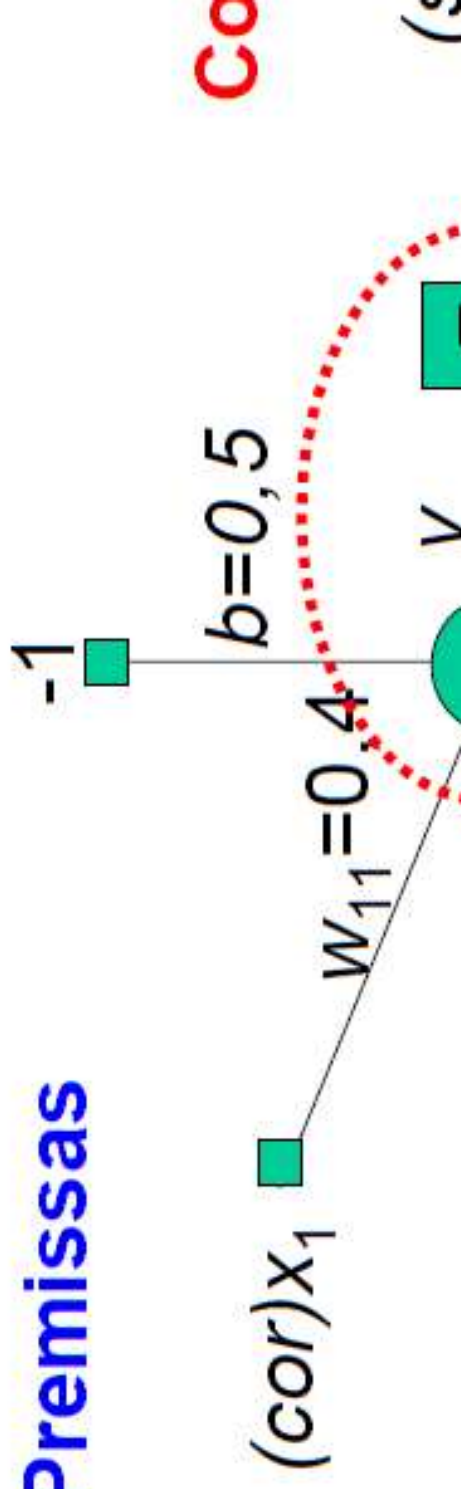
IF cor=vermelha AND forma=redonda THEN fruta=laranja

IF cor=vermelha AND forma=ovalada THEN fruta=maçã

IF cor=amarela AND forma=redonda THEN fruta=laranja

IF cor=amarela AND forma=ovalada THEN fruta=maçã

Premissas

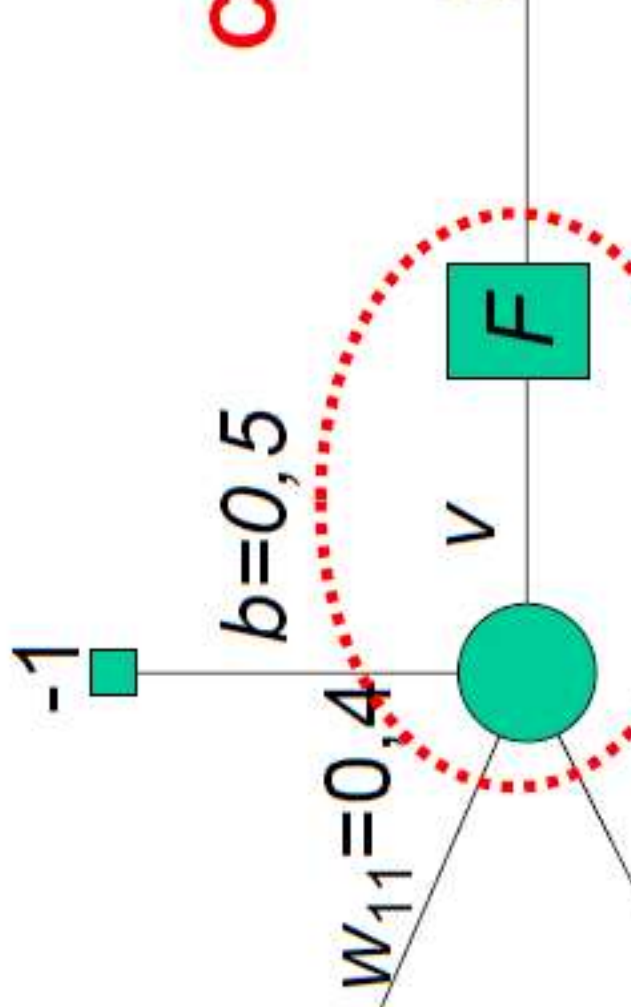


INTRODUÇÃO: EXEMPLOS

se corredor_umido e banheiro_seco
entao problema_cozinha.

Premissas

$(corredor_umido)x_1$

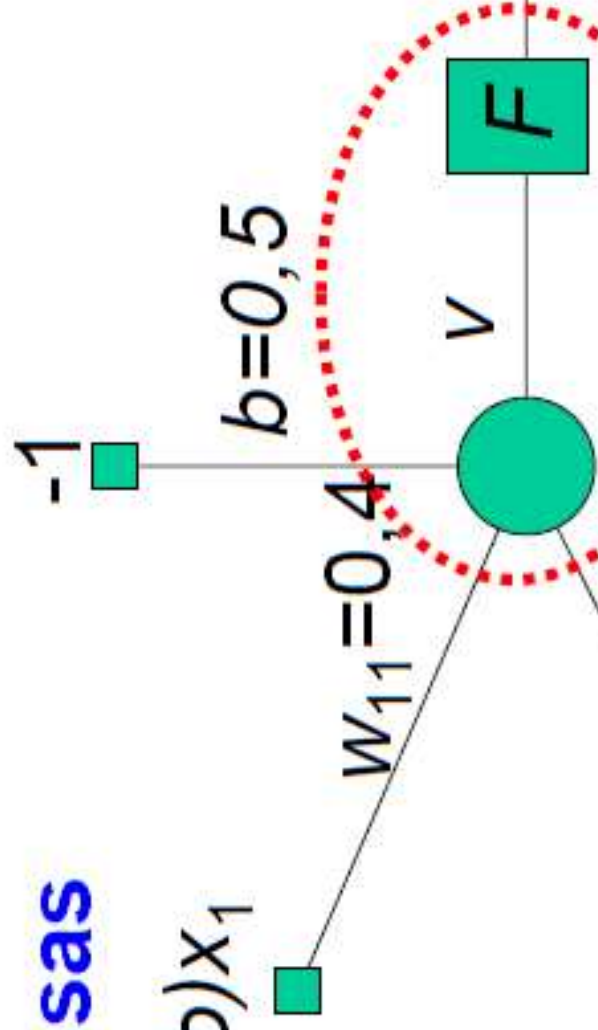


INTRODUÇÃO: EXEMPLOS

se corredor_umido e cozinha_seca
entao vazamento_banheiro.

Premissas

$(corredor_umido)x_1$



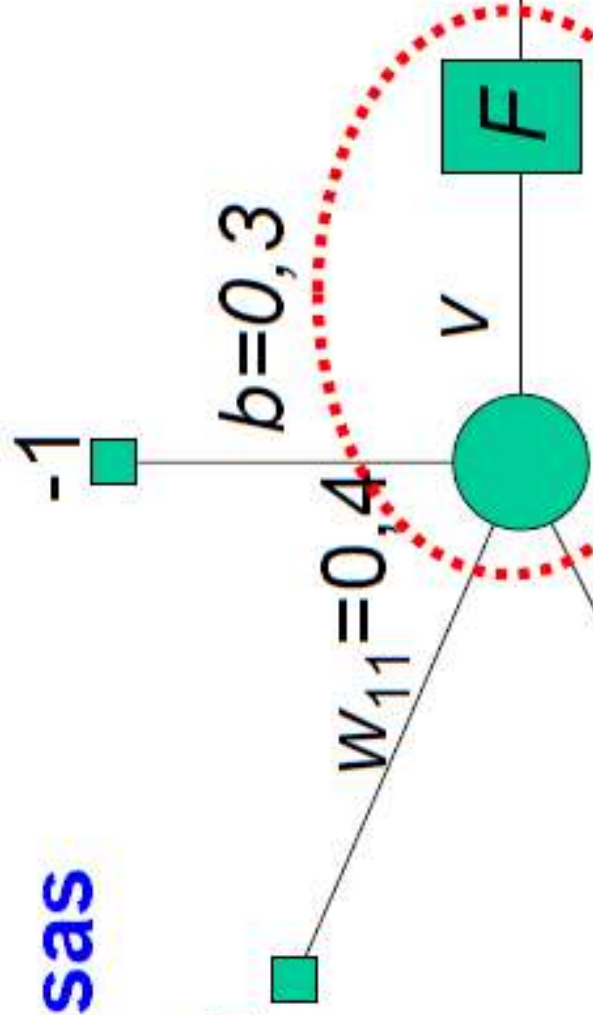
C

INTRODUÇÃO: EXEMPLOS

se janela_fechada ou nao_chove
entao nao_entrou_agua_de_fora.

Premissas

$(janela_fecha)x_1$



INTRODUÇÃO: EXEMPLOS

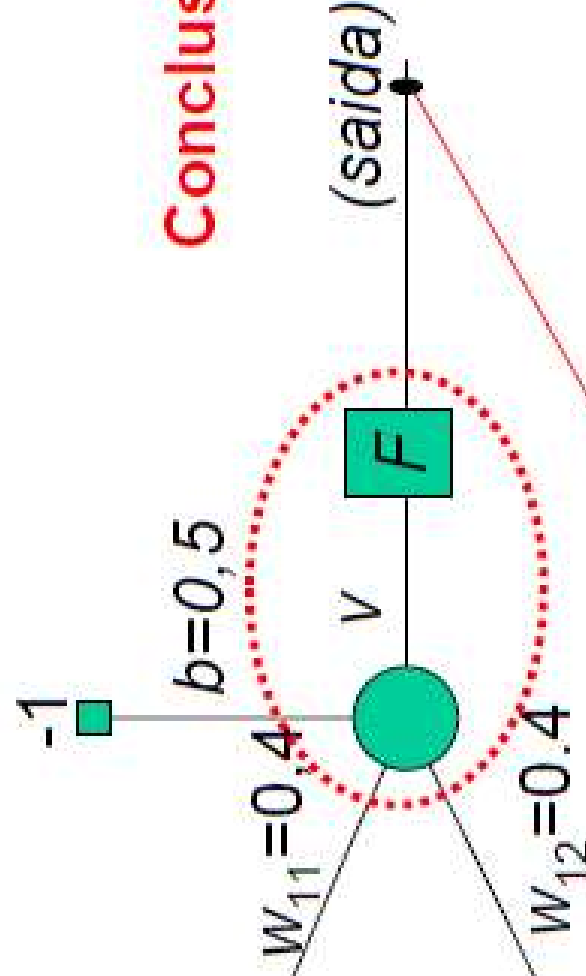
```
se    corredor_umido e banheiro_seco  
entao problema_cozinha : 1.
```

```
se    problema_cozinha e nao_entrou_agua  
entao vazamento_cozinha : 0.9.
```

INTRODUÇÃO: EXEMPLOS

Exemplo Premissas

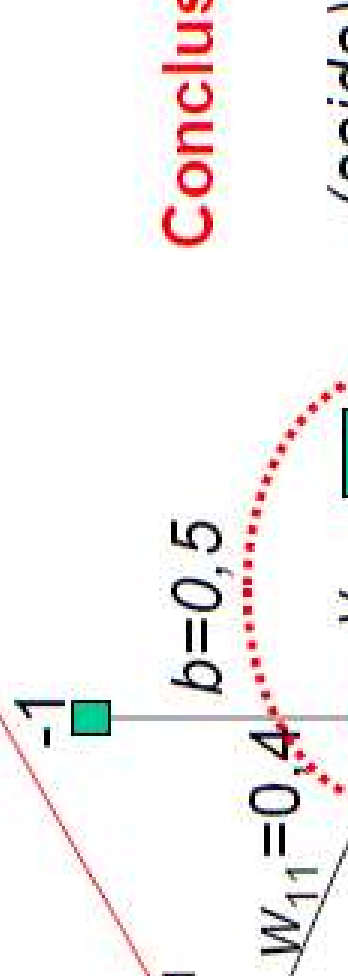
$(\text{corredor_umido})x_1$



$(\text{banheiro_seco})x_2$

Premissas

$(\text{problema_cozinha})x_1$

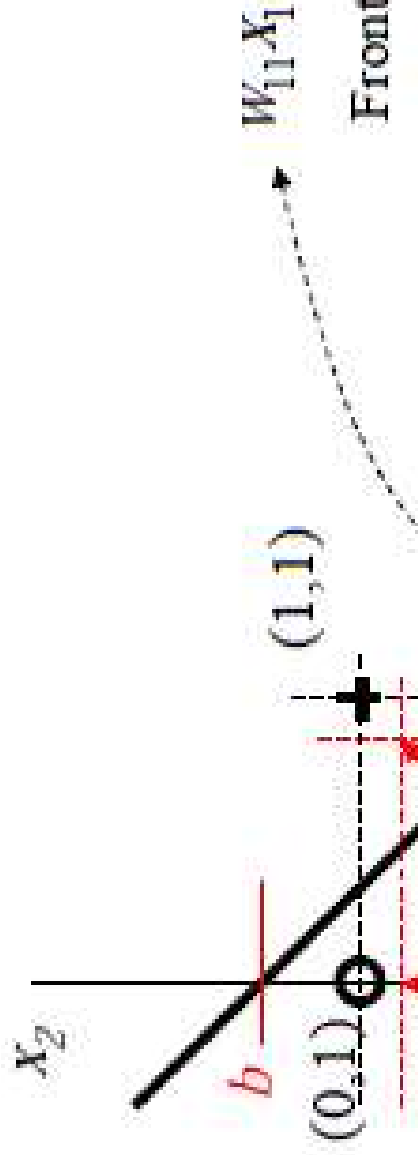
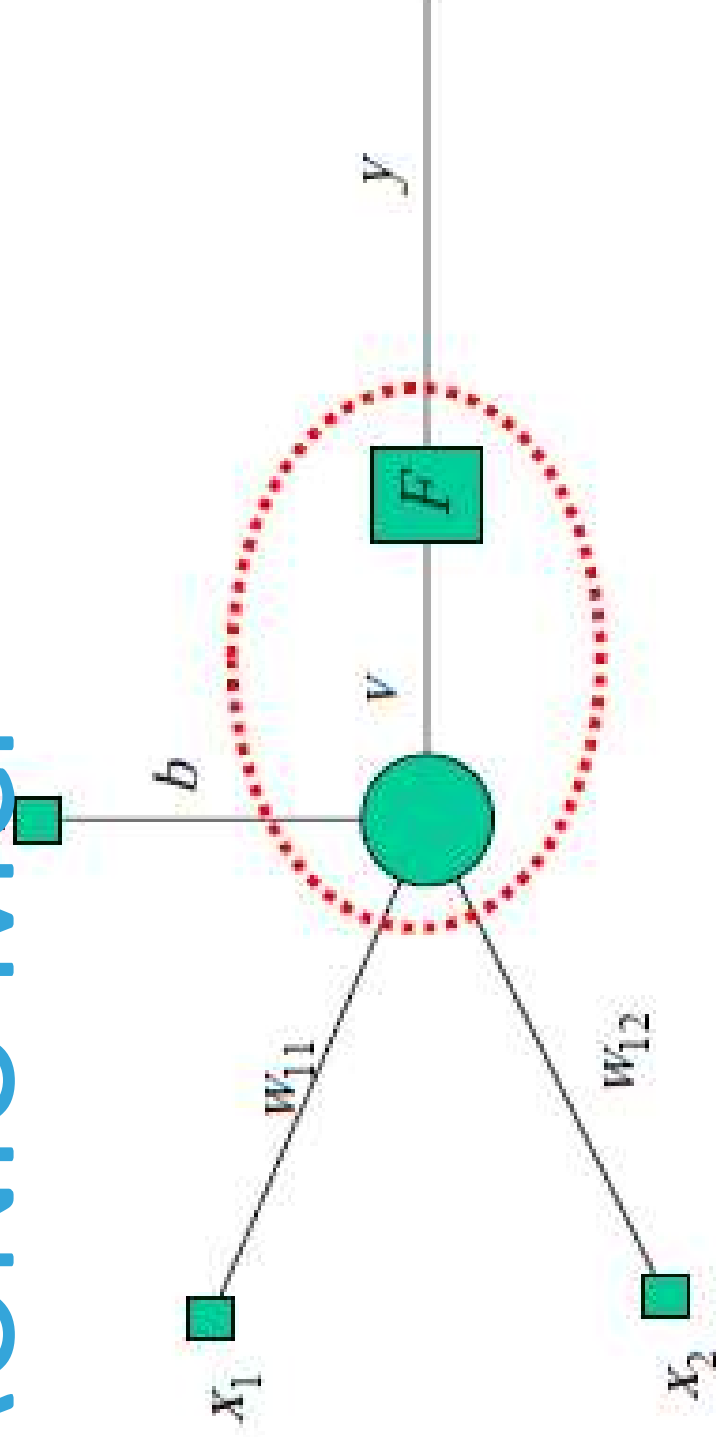


NEURÔNIO MCP

1. O que é o BIAS?

2. O que o neurônio MCP representa?

NEURÔNIO MCP



PORTAS DE LIMIAR

- As portas de limiar podem ser divididas em dois principais:
 1. Portas de Limiar Lineares
 1. O próprio modelo MCP
 2. Capacidade limitada: funções linearmente separáveis
 2. Portas de Limiar Polinomial, etc.

PERCEPTRON

1. O perceptron é uma rede neural simples
2. Utilizada para classificação de padrões linearmente separáveis
3. É formado por neurônios do tipo MCP com pesos ajustáveis e um bias (portas de limiar lineares)
4. Qual a diferença entre o perceptron e o neurônio

CARACTERÍSTICAS BÁSICAS

$$v_j = \sum_i x_i w_{ij} +$$

1. Regra de propagação

2. Função de ativação: Degrau

3. Topologia: uma única camada de processadores original é composto por várias camadas, mas ajustável)

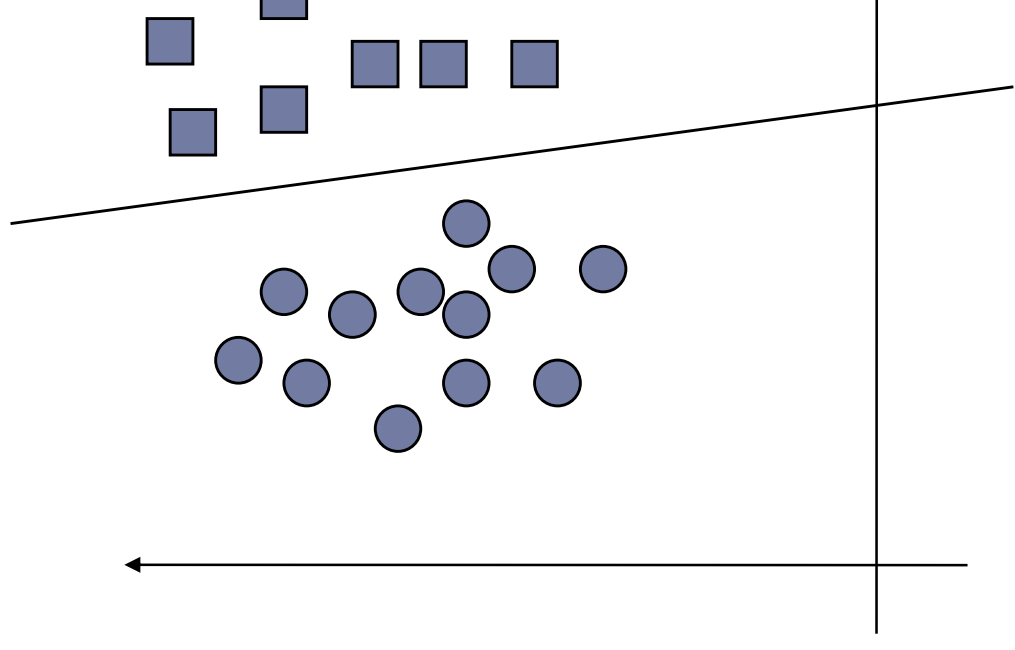
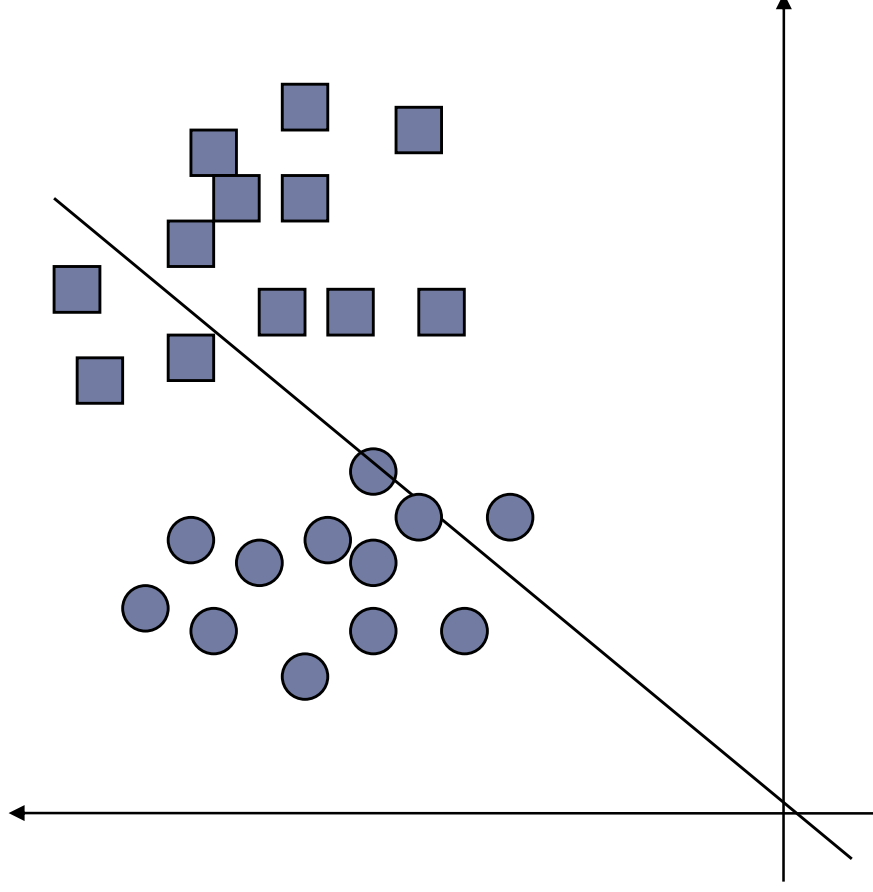
4. Algoritmo de Aprendizado (supervisionado):

ALGORITMO DE APRENDIZAGEM

1. IMPORTANTE

1. não ocorre variação no peso se a saída é correta
2. caso contrario, cada peso é incrementado se a saída é menor que o alvo e decrementado se a saída é maior que o alvo

PERCEPTRON - REVISITANDO O



$\sum_{i=1}^n y_i = 0$ Defina um hiperplano passan

PERCEPTRON – ADAPTAÇÃO DO

1. De uma forma geral, o processo de adaptação consiste na obtenção do (de)incremento Δw aplicado ao vetor de pesos w
2. Com o conjunto de pesos $w(n+1)$, a rede é apresentada um sinal mais próximo a saída do que a saída produzida utilizando $w(n)$

ALGORITMO DE TREINAMENTO

1. Iniciar os pesos sinápticos com valores aleatórios ou iguais a zero;
2. Aplicar um padrão com seu respectivo valor desejado (t_j) e verificar a saída da rede (s_j);
3. Calcular o erro na saída $e_j = t_j - s_j$;
4. Se $e_j = 0$, voltar ao passo 2;

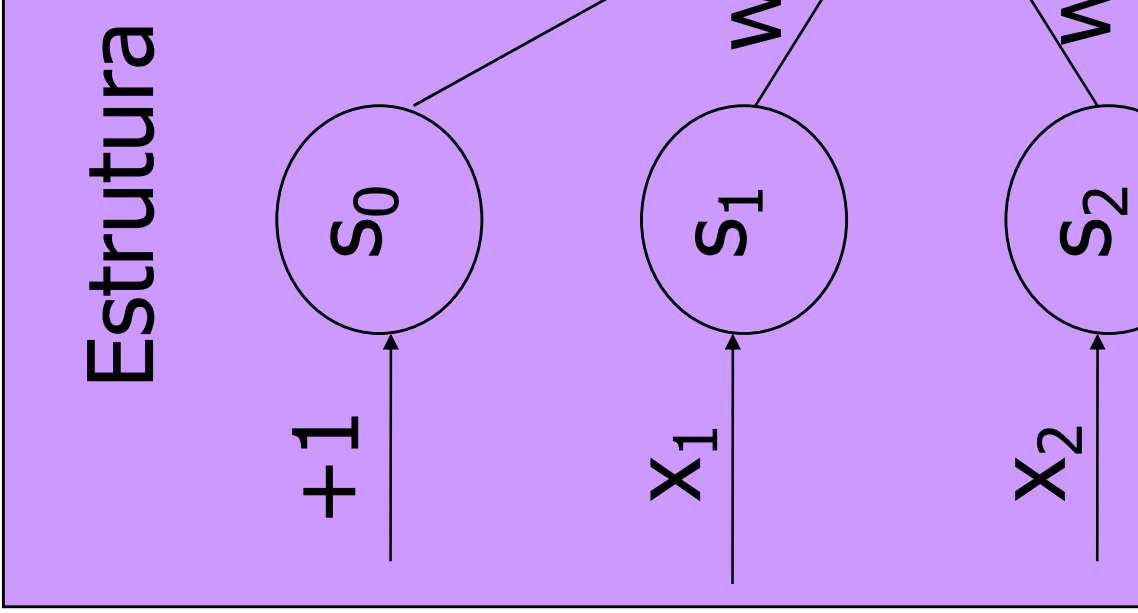
Se $e_j \neq 0$, atualizar os pesos:

EXEMPLO DE PERCEPTRON

AND	x_0	x_1	x_2	t
Entrada 1:	1	0	0	0
Entrada 2:	1	0	1	0
Entrada 3:	1	1	0	0
Entrada 4:	1	1	1	1

Peso inicial: $w_0 = 0$, $w_1 = 0$, $w_2 = 0$

Taxa de aprendizado: $\eta = 0.5$



EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 1 (OU ÉP)

Entrada 1: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 0 \times 0 + 0 \times 0) = f(0) = 0 \quad \longrightarrow$$

Entrada 2: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 0 \times 1 + 0 \times 0) = f(0) = 0 \quad \longrightarrow$$

Entrada 3: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 0 \times 0 + 0 \times 1) = f(0) = 0 \quad \longrightarrow$$

Entrada 4: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 0 \times 1 + 0 \times 1) = f(0) = 0 \quad \longrightarrow$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = 0 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 = 0.5$$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 2

Entrada 1: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0.5 \times 1 + 0.5 \times 0 + 0.5 \times 0) = f(0.5) = 1$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = 0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = 0$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 0 = 0$$

$$w_2 = w_2 + (t - s_{\text{out}})x_2 = 0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 0 = 0$$

Entrada 2: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 0.5 \times 0 + 0.5 \times 1) = f(0.5) = 1$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = 0 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 0 = 0$$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 2 (CONT)

Entrada 3: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
 $= f(-0.5 \times 1 + 0.5 \times 1 + 0 \times 0) = f(0) = 0$ 

Entrada 4: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
 $= f(-0.5 \times 1 + 0.5 \times 1 + 0 \times 1) = f(0) = 0$ 

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = -0.5 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 = 0$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 0.5 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 = 1$$

$$w_2 = w_2 + (t - s_{\text{out}})x_2 = 0 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 = 0.5$$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 3

Entrada 1: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 1 \times 0 + 0.5 \times 0) = f(0) = 0 \longrightarrow s_0$$

Entrada 2: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 \times 1 + 1 \times 0 + 0.5 \times 1) = f(0.5) = 1 \longrightarrow s_0$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = 0 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 1 + 0.5 \times (0 - 1) \times 0 = 1$$

$$w_2 = w_2 + (t - s_{\text{out}})x_2 = 0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = 0$$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 3 (C

Entrada 3: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-0.5 \times 1 + 1 \times 1 + 0 \times 0) = f(0.5) = 1 \longrightarrow s_{\text{out}}$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = -0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = -1.0$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 1 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = 0.5$$

$$w_2 = w_2 + (t - s_{\text{out}})x_2 = 0 + 0.5 \times (0 - 1) \times 0 = 0.0$$

Entrada 4: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-1 \times 1 + 0.5 \times 1 + 0 \times 1) = f(-0.5) = 0 \longrightarrow s_{\text{out}}$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = -1 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 0.5 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 = 1.0$$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 4

Entrada 1: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-0.5 \times 1 + 1.0 \times 0 + 0.5 \times 0) = f(-0.5) = 0$$

Entrada 2: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-0.5 \times 1 + 1.0 \times 0 + 0.5 \times 1) = f(0) = 0$$

Entrada 3: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-0.5 \times 1 + 1.0 \times 1 + 0.5 \times 0) = f(0.5) = 1$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = -0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = -1.0$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 1.0 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = 0.5$$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 4 (C

Entrada 4: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$f(-1 \times 1 + 0.5 \times 1 + 0.5 \times 1) = f(0.0) = 0$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{\text{out}})x_0 = -1.0 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 =$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{\text{out}})x_1 = 0.5 + 0.5 \times (1 - 0) \times 1 =$$

$$w_2 = w_2 + (t - s_{\text{out}})x_2 = 0.5 + 0.5 \times (1 - 0) \times 0 =$$

5ª Ciclo

Entrada 1: $s_{\text{out}} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 5

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-0.5 \times 1 + 1 \times 0 + 1 \times 1) = f(0.5) = 1 \quad \longrightarrow \quad s_{out}$$

$$w_0 = w_0 + (t - s_{out})x_0 = -0.5 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = -1.0$$

$$w_1 = w_1 + (t - s_{out})x_1 = 1.0 + 0.5 \times (0 - 1) \times 0 = 1.0$$

$$w_2 = w_2 + (t - s_{out})x_2 = 1.0 + 0.5 \times (0 - 1) \times 1 = 0.5$$

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-1.0 \times 1 + 1 \times 1 + 0.5 \times 0) = f(0.0) = 0 \quad \longrightarrow \quad s_{out}$$

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

EXEMPLO DE PERCEPTRON - CICLO 6 (F

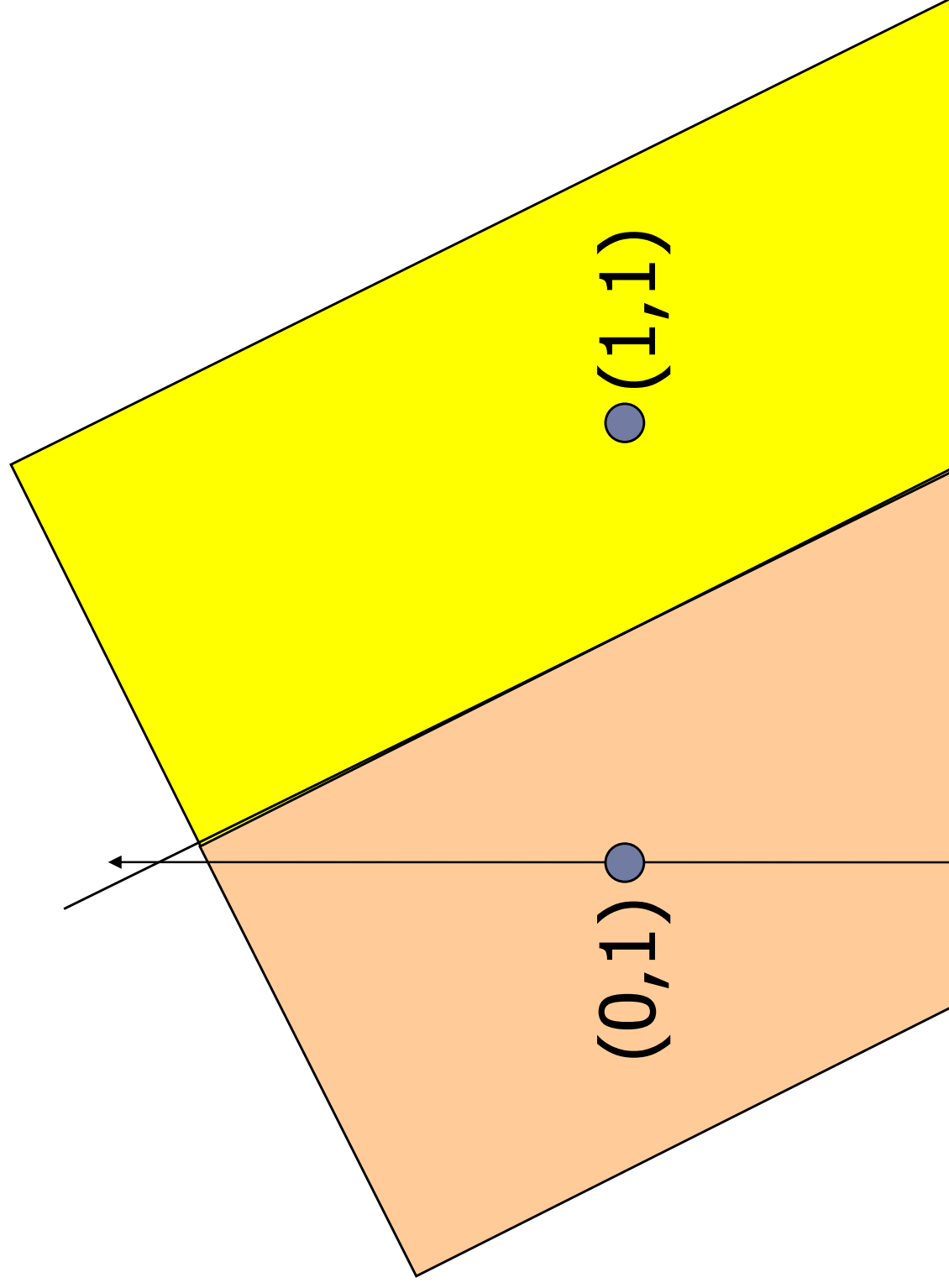
$$\begin{aligned}\text{Entrada 1: } s_{\text{out}} &= f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2) \\ &= f(-1.0 \times 1 + 1 \times 0 + 0.5 \times 0) = f(-1.0) = 0 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad s_0$$

$$\begin{aligned}\text{Entrada 2: } s_{\text{out}} &= f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2) \\ &= f(-1.0 \times 1 + 1 \times 0 + 0.5 \times 1) = f(-0.5) = 0 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad s_0$$

$$\begin{aligned}\text{Entrada 3: } s_{\text{out}} &= f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2) \\ &= f(-1.0 \times 1 + 1 \times 1 + 0.5 \times 0) = f(0.0) = 0 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad s_0$$

$$\begin{aligned}\text{Entrada 4: } s_{\text{out}} &= f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2) \\ &= f(-1.0 \times 1 + 1 \times 1 + 0.5 \times 1) = f(0.5) = 1 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad s_0$$

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA



VARIANDO A TAXA DE APREND

- Taxa constante:

$$\eta(n) = \eta_0 \quad \text{for all } n$$

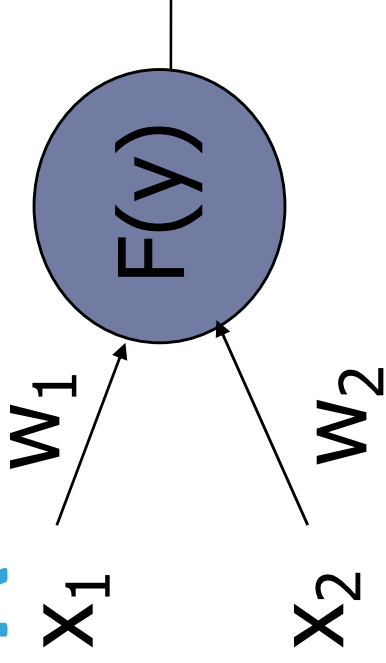
- Taxa variando no tempo:

$$\eta(n) = \frac{c}{n}$$

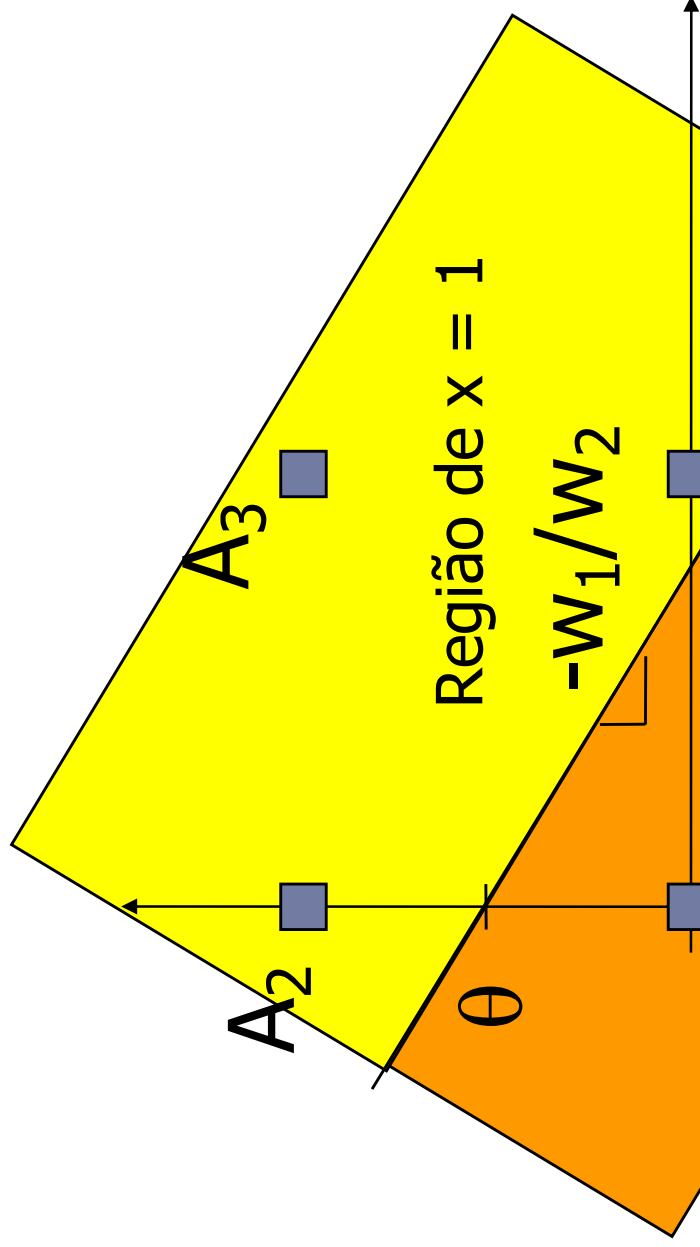
- Estratégia “Procura-então-converge”:

O PROBLEMA DO XOR

PONTO	x_1	x_2	Saída
A_0	0	0	0
A_1	0	1	1
A_2	1	0	1
A_3	1	1	0



De acordo com a
neurônio: $x = F(x)$

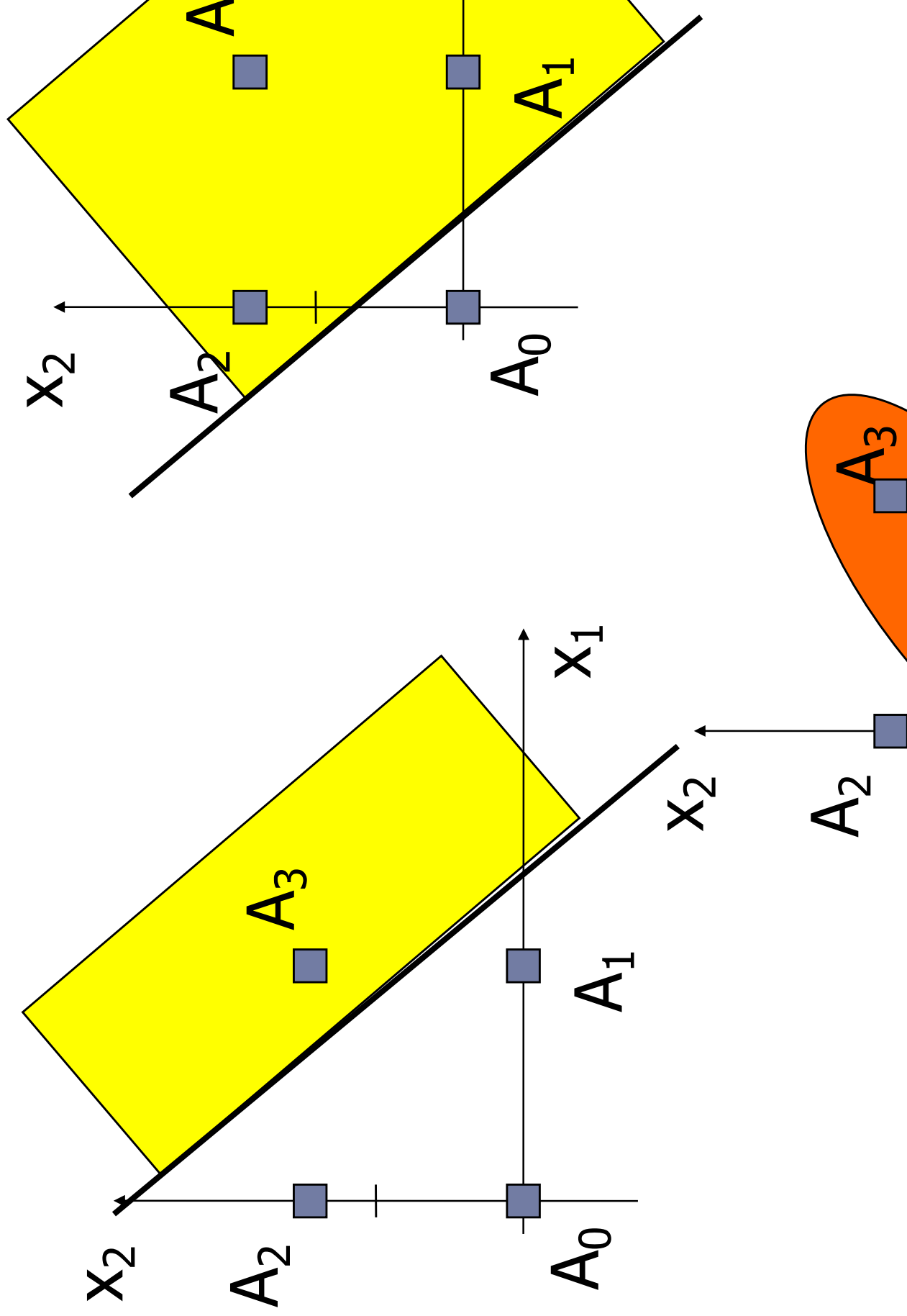


$$y = x_1 w_1 + x_2 w_2 + \theta \rightarrow \{$$

O PROBLEMA DO XOR

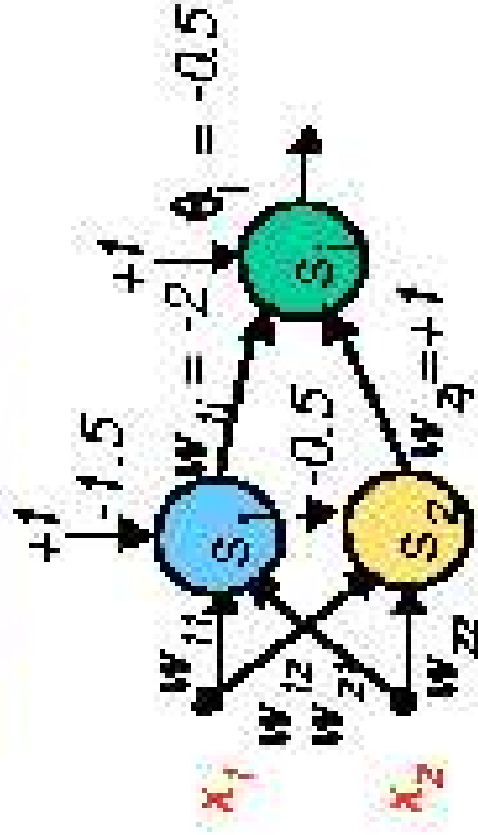
- Mudando-se os valores de w_1 , w_2 e θ , muda-se a inclinação e a posição da reta;
- Entretanto é impossível achar uma reta que divida de forma separar os pontos A_1 e A_2 de um lado de outro
- Resumo: redes com **uma** única camada só representam funções linearmente separáveis

O PROBLEMA DO XOR



O PROBLEMA DO XOR

Exemplo:

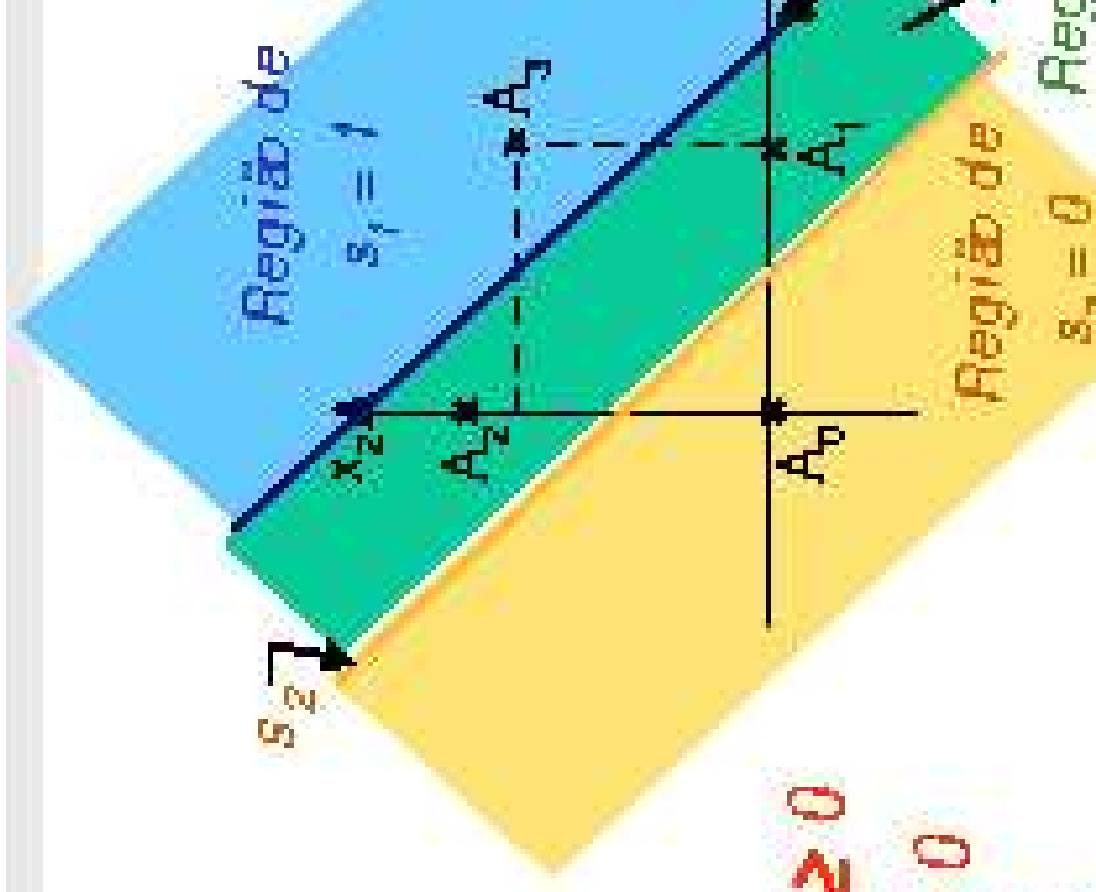


$$w_{11} = w_{12} = w_{21} = w_{22} = +1$$

$$s_1 = 1 \rightarrow s_1 w_{11} + s_2 w_{21} + \theta_1 \geq 0$$

$$-2s_1 + s_2 - 0.5 \geq 0$$

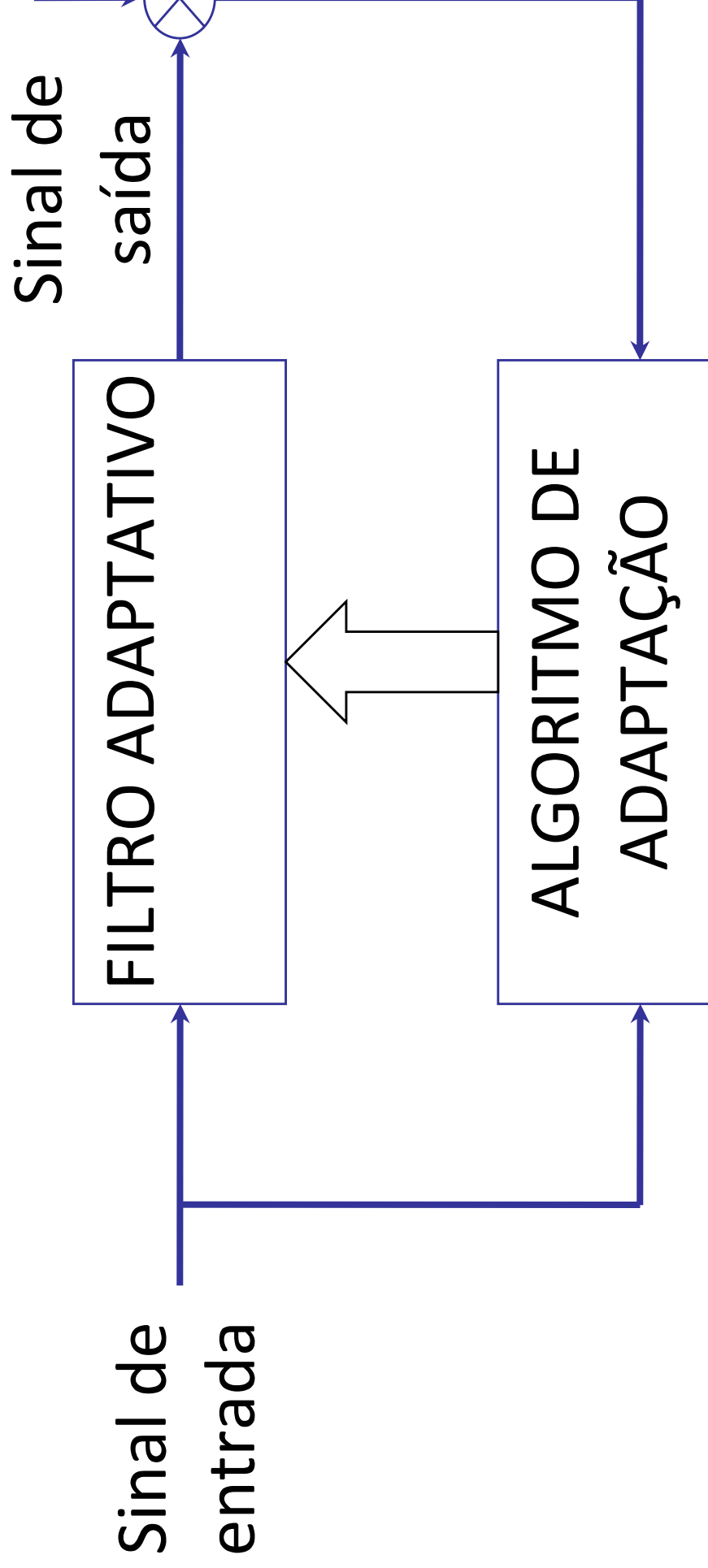
$$-2s_1 + s_2 \geq 0.5$$



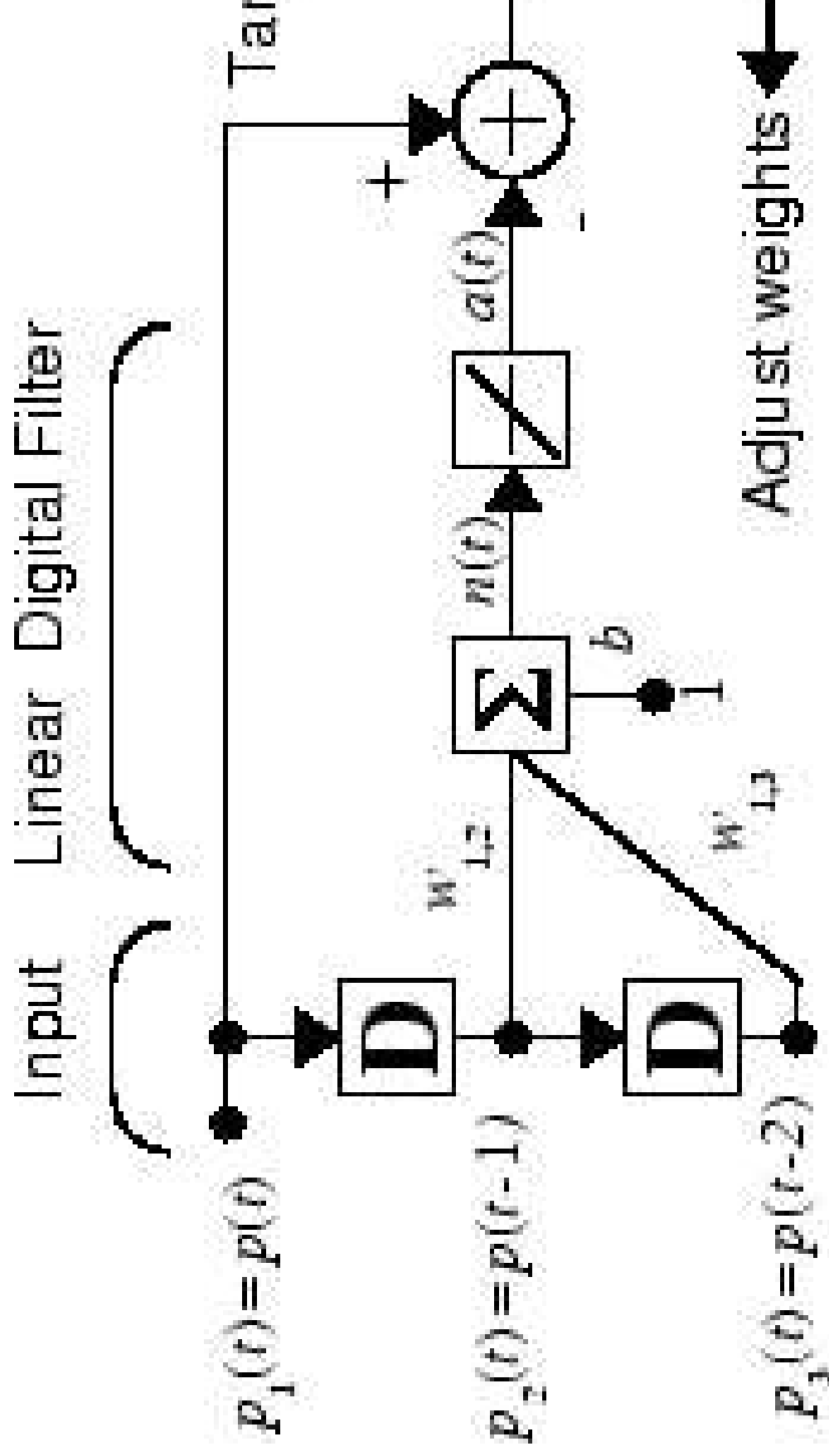
FILTRAGEM ADAPTATIVA

1. Filtros adaptativos são dispositivos auto-ajustáveis em algoritmos recursivos, que modificam seus parâmetros de acordo com critérios pré-estabelecidos.
2. Em ambiente estacionário, acompanham a solução do problema.
3. Em ambiente não estacionário, acompanham as mudanças do sinal envolvido.

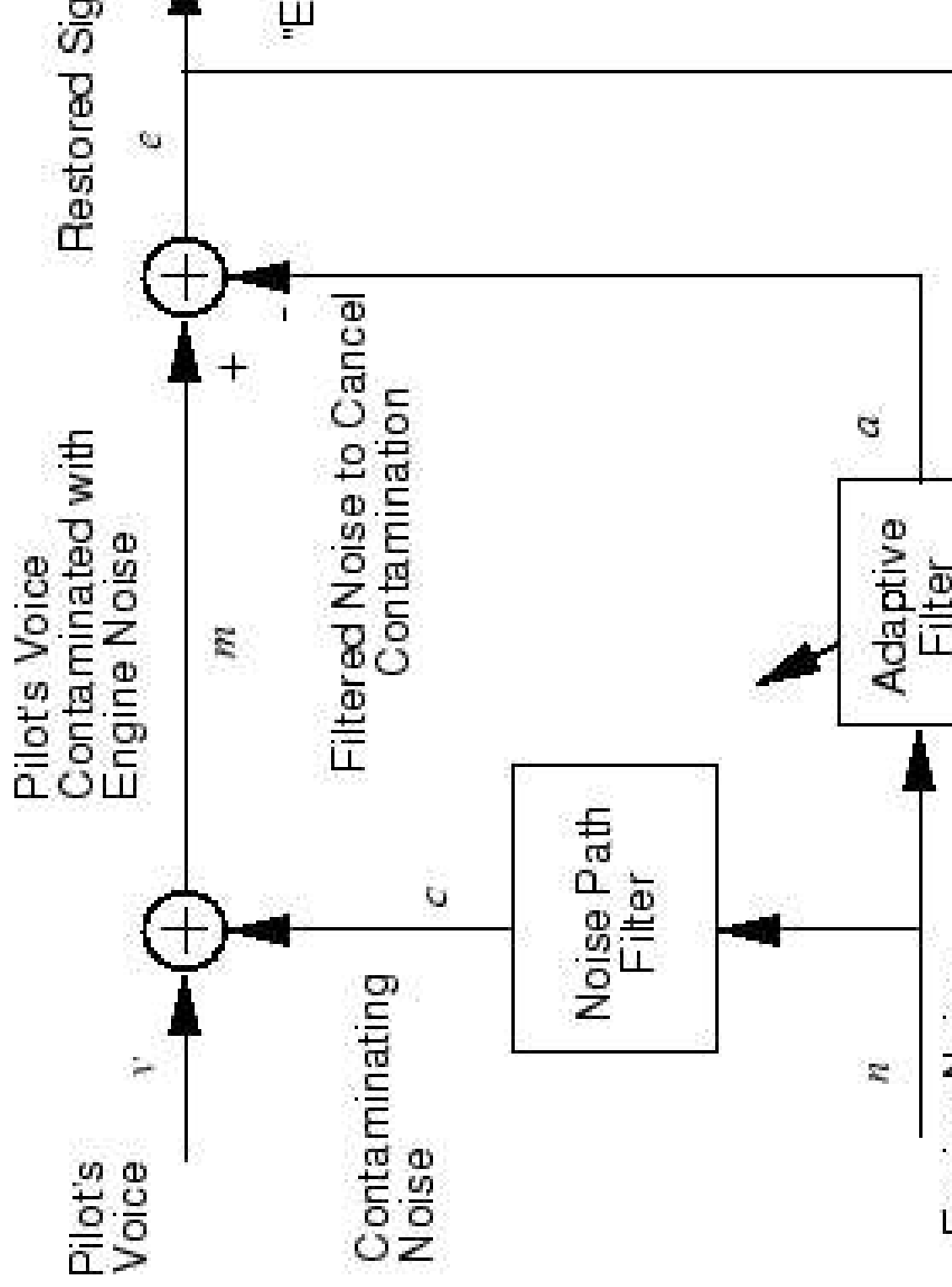
FILTRAGEM ADAPTATIVA



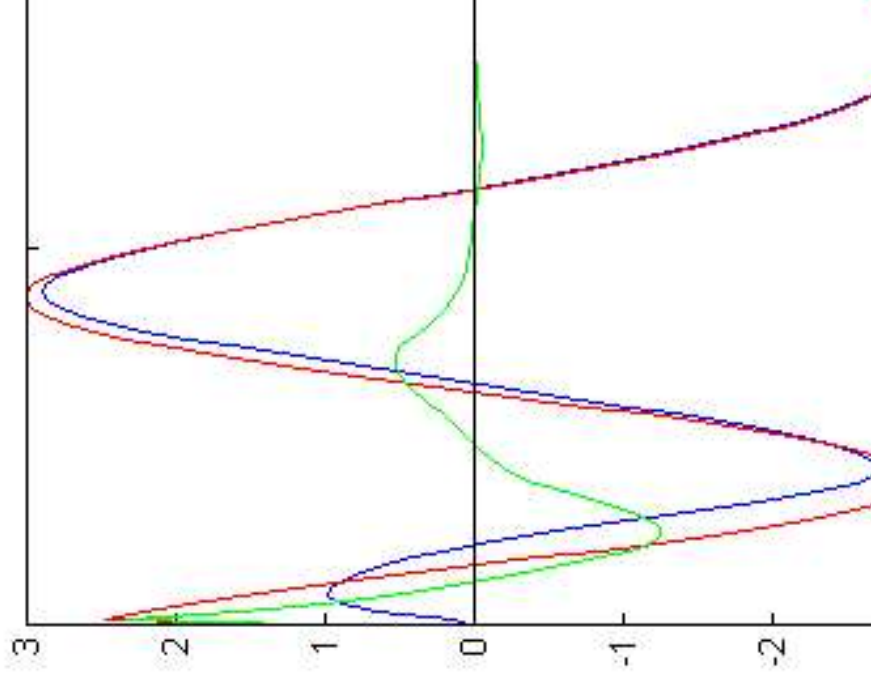
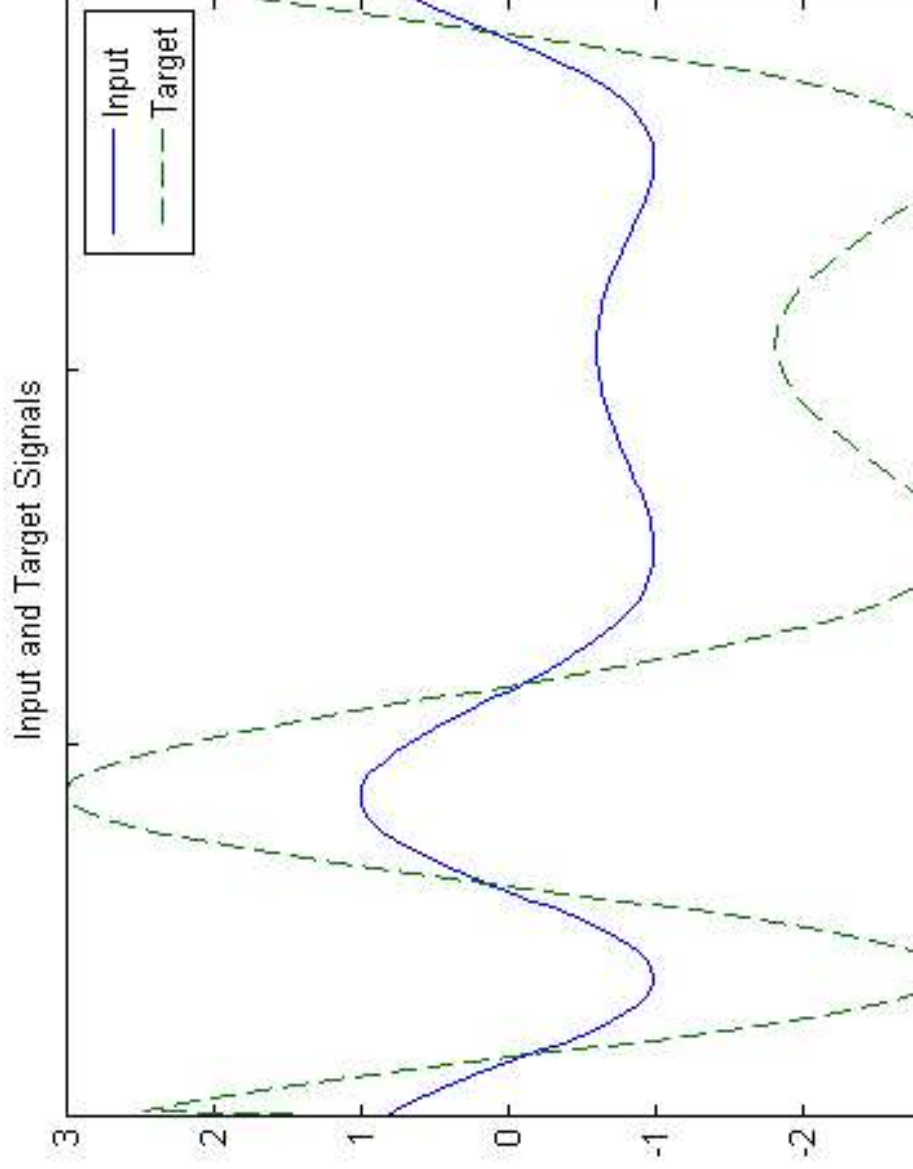
ADALINE: PREDIÇÃO



ADALINE: CANCELAMENTO DE



FILTRAGEM ADAPTATIVA



ADALINE

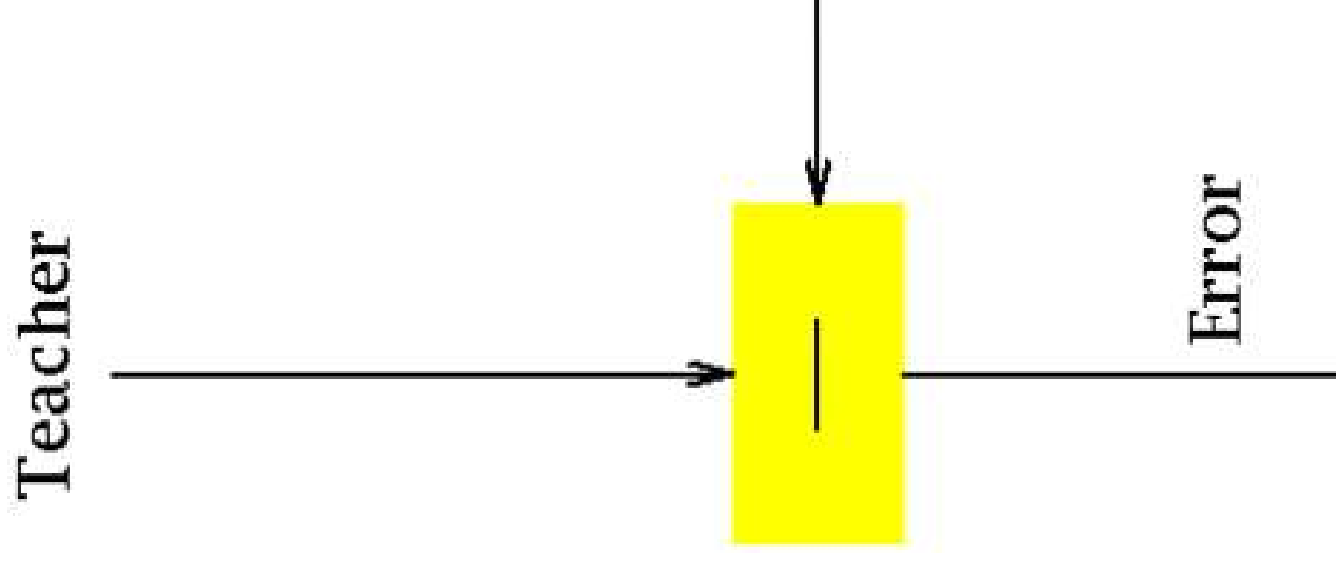
1. ADaptive LInear Element ou
2. ADaptive LInear NEuron

4. Concebido por Widrow e Hoff (1960)

5. Máquina adaptável para classificações de padrões
problemas lineares

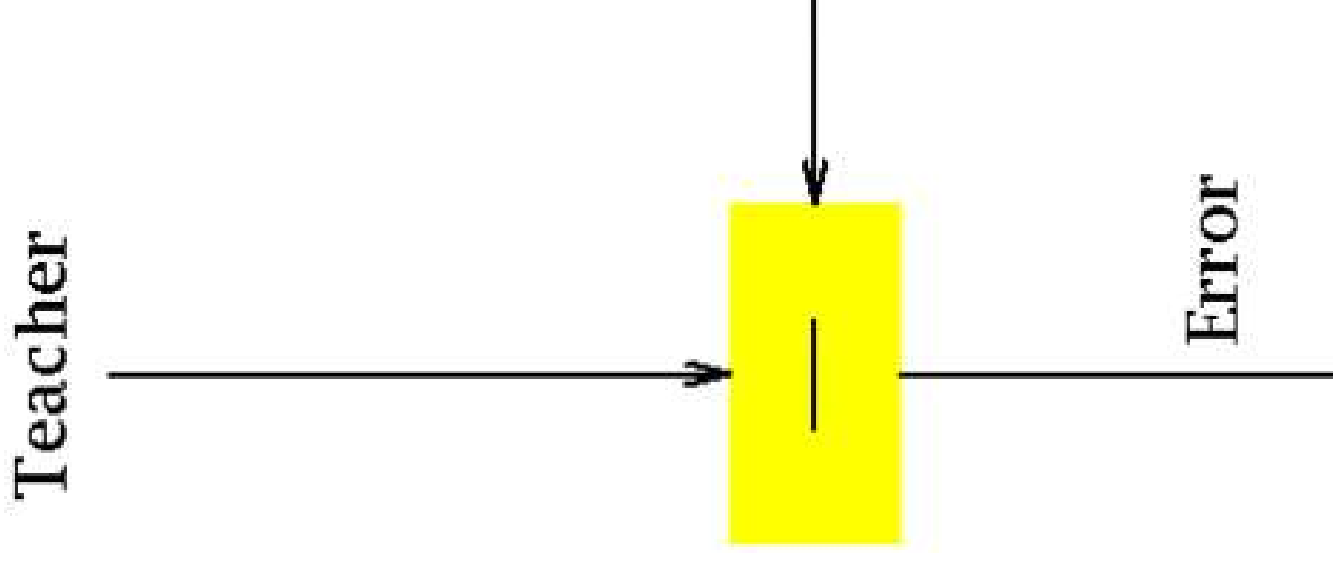


ADALINE



ADALINE

- O Modelo Adaline tem seus pesos adaptados em função do erro de sua saída linear (antes da aplicação da função de ativação (daí o nome



ADALINE

1. O algoritmo de aprendizagem visa minimizar o erro, ou seja, a diferença entre as saídas em relação aos valores desejados (conjunto de treinamento)
2. A função de custo a ser minimizada é a soma dos erros ao quadrado:

$$E = \frac{1}{2} \sum (d - a)^2$$

PROCESSO DE APRENDIZAGEM

- Processo de minimização do erro quadrático pelo Gradiente Descendente

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$$

- Cada peso sináptico i do elemento processador j é proporcionalmente ao negativo da derivada parcial do erro em relação ao peso.

PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Calcula Δw_{ij}

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}} = -\eta$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial s_j} \quad \frac{\partial s_j}{\partial w_{ij}}$$

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_j (d_j - s_j)^2$$

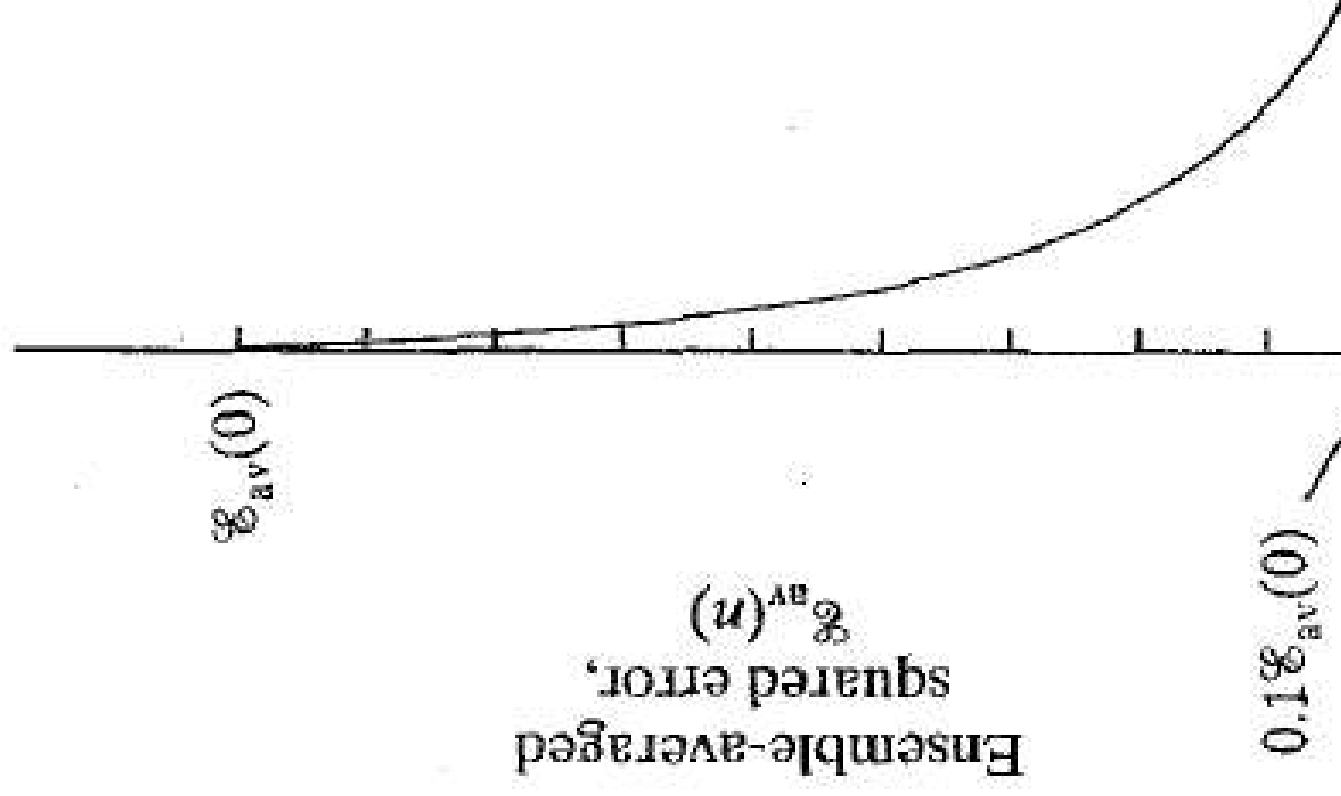
$$s_j = \sum_i$$

$$2 \times \frac{1}{2} \times (d_j - s_j) \times (-1)$$

x_i

ADALINE

- Curva de Aprendizagem



ADALINE

- É importante observar que a regra Delta (LMS uma estimativa do vetor de pesos que resultar utilização do método da descida mais íngreme descendente). Por quê?
- “Método do Gradiente Estocástico”

ADALINE VS. PERCEPTRON

- Qual a diferença entre o processo de atualização do Adaline e do Perceptron?

$$\Delta w_{ij} = \eta (d_j - s_j) x_i$$

UMA OBSERVAÇÃO!

- Redes Neurais de múltiplas camadas só oferecem vantagem sobre as de uma única camada se existir uma função não-linear entre as camadas. Supondo:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{x}\mathbf{W}_A)\mathbf{W}_B$$

- Utilizando propriedades da álgebra linear

- Logo $\forall(\mathbf{w}_A \text{ e } \mathbf{w}_B) \exists \mathbf{w}_C \mid \mathbf{w}_C = \mathbf{w}_A \mathbf{w}_B$

MULTI LAYER PERCEPTRON (MLP)

- Redes com **apenas uma camada** representam funções linearmente separáveis (**correto?**)
- Redes de múltiplas camadas solucionam esses problemas
- O desenvolvimento do algoritmo Back-Propagation é um dos motivos para o reaquecimento da área de redes neurais

NEXT

1. Redes Multi Layer Perceptron (MLP) e o algoritmo Retropropagação (Backpropagation)